



XVIII Congreso Dr. Antonio Monteiro

Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

6, 7 y 8 de agosto de 2025



XVIII Congreso Dr. Antonio Monteiro

Bahía Blanca, 6, 7 y 8 de agosto de 2025
Edificio Azul, Campus Palihue, Universidad Nacional del Sur

MIÉRCOLES			JUEVES			VIERNES		
			08:00 - 10:00	BERRA	ÁLGEBRA MAT. APLICADA	08:30 - 10:30	BERRA	LÓGICA MAT. APLICADA PROB. ESTAD.
10:00 - 13:00	ACREDITACIONES		10:00 - 11:00	PICON		10:30 - 11:30	DIAZ MARTIN	
			11:00 - 11:30	Café		11:30 - 12:30	PATERNOSTRO	
11:00 - 13:00	MARTINEZ PERIA	GEOMETRÍA PROB. ESTAD.	11:30 - 12:30	GALICER				

14:00 - 14:30	ACTO INAUGURAL		14:00 - 16:00	MARTINEZ	ANÁLISIS
14:30 - 15:30	GOMEZ			PERIA	LÓGICA
15:30 - 17:30	SILVA	ANÁLISIS LÓGICA	16:00 - 16:30	Café	
17:30 - 18:00	Café		16:30 - 18:30	SILVA	ANÁLISIS MAT. APLICADA
18:00 - 19:00	KAUFMANN		18:30 - 19:30	OLIVEIRA	
				CENA DE CAMARADERÍA	



conferencias
aula 1



cursos
aula 2



comunicaciones
aulas 3 y 4

Libro de Resúmenes

Comité científico

Mariano Fernando De Leo (UNS)
José Patricio Díaz Varela (UNS, CONICET)
Emilio Agustín Lauret (UNS, CONICET)
Beatriz Marrón (UNS)
Ursula María Molter (Universidad de Buenos Aires, CONICET)
Carlos Perez Moreno (Universidad del País Vasco y BCAM, España)
Sheldy Javier Ombrosi (UNS, CONICET)
Gladis Guadalupe Pradolini (Universidad Nacional del Litoral, CONICET)
María Julia Redondo (UNS, CONICET)
Julio Daniel Rossi (Universidad de Buenos Aires)
Martín Darío Safe (UNS, CONICET)

Comité organizador

Gonzalo Hugo Ibañez Firnkorn
Pablo Andrés Panzone
Jorgelina Recchi
Ricardo Testoni
Julio Hugo Toloza

Conferencias

ROCIO DIAZ MARTÍN

Análisis y síntesis

DANIEL GALICER

Constante de proyección y técnicas de promediado

IVANA GOMEZ

Metrización, análisis y aplicaciones a conjuntos de datos

URIEL KAUFMANN

Resultados pasados y recientes en problemas elípticos sin estructura de principio del máximo fuerte

LUCAS OLIVEIRA

Extending homeomorphisms of the real line to the upper half plane

VICTORIA PATERNOSTRO

Problema de recuperación de fase en grupos LCA

TIAGO HENRIQUE PICON

Stein-Weiss type inequality in L^1 norm for vector fields and applications

Cursos

FABIO BERRA

Pesos de Muckenhoupt: algunas propiedades importantes

FRANCISCO MARTÍNEZ PERIA

Haces de operadores y problemas de programación cuadrática

ANALÍA SILVA

El Teorema de Paso de la Montaña y sus aplicaciones

Contenido

Cronograma de comunicaciones	5
Resúmenes de conferencias	10
Resúmenes de cursos	12
Resúmenes de comunicaciones – Álgebra	14
– Análisis	16
– Geometría	24
– Lógica	28
– Matemática Aplicada	38
– Probabilidad y Estadística	46

Cronograma de comunicaciones

ÁLGEBRA

Jueves 08:40 – 10:00, aula 3

Horario	Expositor
08:40 – 09:00	Federico O. Alanis Teoría de las especies categóricas
09:00 – 09:20	Alejandro Petrovich Realizabilidad de fanes finitos por anillos
09:20 – 09:40	Carlos C. Peña Álgebras de Von Neumann de grupos libres finitamente generados
09:40 – 10:00	Fiorela Rossi Bertone Ecuación de Maurer-Cartan para álgebras gentiles

ANÁLISIS

Miércoles 15:30 – 17:30, aula 3

Horario	Expositor
15:30 – 15:50	María Rocío Ayala Desigualdades débiles mixtas con pares de pesos para conmutadores de operadores de Calderón-Zygmund
15:50 – 16:10	G. Rocío Lezama Estimaciones en L^p con pesos para operadores de Schrödinger-Calderón-Zygmund con decaimiento exponencial
16:10 – 16:30	Juan Manuel Sotto Ríos Acotación con dos pesos del conmutador de la integral fraccionaria local de orden superior
16:30 – 16:50	Ignacio Viltes Acotaciones del tipo L^∞ - BMO con pesos para operadores fuertemente singulares
16:50 – 17:10	Rosa Alejandra Lorenzo Desigualdades maximales y el operador maximal de Hardy-Littlewood
17:10 – 17:30	Juan Costa Ponce Aproximación polinómica y convergencia en espacios de Lebesgue con exponente variable

Jueves 14:00 – 15:40, aula 3

Horario	Expositor
14:00 – 14:20	Alejandro Claros Desigualdades de Poincaré-Sobolev con pesos via integrales fraccionarias
14:40 – 15:00	Joaquín Toledo Interacciones de orden superior y operadores multilineales
15:00 – 15:20	Ignacio Gómez Vargas La clase $A_1^+(\mathbb{R})$ y la porosidad débil lateral de subconjuntos de $\mathbb{R}$

Jueves 16:30 – 17:10, aula 3

Horario	Expositor
16:50 – 17:10	Pedro José Cotougnio Una fórmula de Ito-Wentzell para rough paths

GEOMETRÍA**Miércoles 11:00 – 12:40, aula 3**

Horario	Expositor
11:00 – 11:20	Emilio Lauret Isospectralidad entre variedades CR con respecto al laplaciano de Kohn
11:20 – 11:40	Mauro Colantonio Isospectralidad entre formas espaciales esféricas con grupo fundamental no cíclico
11:40 – 12:00	Guadalupe Quijón Cómputo paralelo para discretizaciones de teorías de campo por complejos simpliciales
12:00 – 12:20	Eduardo García-Toraño Andrés La estructura de contacto y las ecuaciones de Lagrange-Poincaré
12:20 – 12:40	Santiago Capriotti Formalismo hamiltoniano para la teoría de gravedad con bases
12:40 – 13:00	Iván Rasskin Polytopal crystallographic sphere packings for geometric knot theory and fractal modeling

LÓGICA

Miércoles 15:30 – 17:30, aula 4

Horario	Expositor
15:30 – 15:50	Sergio A. Celani Una nueva dualidad para las álgebras de Boole de contacto
15:50 – 16:10	Valentín Andrada Transferencia de congruencias para un functor adjunto a derecha entre cuasivariiedades generalizadas
16:10 – 16:30	Carlos Gallardo Generalizaciones de las álgebras de Łukasiewicz trivantes
16:30 – 16:50	Fernando Blancá Construcción twist para BCK-álgebras
16:50 – 17:10	Carlos Scirica Una nueva determinación de álgebras de Boole a partir de interdefinibilidad de operadores
17:10 – 17:30	Luciana Valenzuela Subestructuras y subretículos de precontacto

Jueves 14:00 – 16:00, aula 4

Horario	Expositor
14:00 – 14:20	Melina Verdecchia Estructura y álgebras distinguidas del conjunto de matrices ordenado por el orden grupo
14:20 – 14:40	William Zuluaga Una dualidad relacional de tipo Stone para álgebras de Pseudo-Inferencia
14:40 – 15:00	Juan Sebastián Slagter Eliminación del corte en lógicas asociadas a álgebras de Stone dobles
15:00 – 15:20	Sebastián Buss Términos que definen núcleos sobre reticulados residuados: estudiando el caso de BL-álgebras
15:20 – 15:40	Federico Mallea Una dualidad semántica de vecindad para una variedad de BALFIs
15:40 – 16:00	Martín Figallo Representación estilo twist para las álgebras de Post finito-valuadas

Viernes 08:50 – 10:30, aula 4

Horario	Expositor
08:50 – 09:10	Andrés Gallardo Álgebras de Nelson 5-valuadas libres
09:30 – 09:50	Belén Gimenez De multirelaciones a relaciones binarias: una herramienta para S-Lata espacios
09:50 – 10:10	Juan Pablo Jorge Una teoría de casi-conjuntos sin átomos
10:10 – 10:30	Agustín Nagy Sobre RWH-álgebras simétricas

MATEMÁTICA APLICADA**Jueves 08:20 – 10:00, aula 4**

Horario	Expositor
08:20 – 08:40	Camilo A. Pérez Cotas y aproximaciones para el radio espectral de un grafo al aislar un subgrafo
08:40 – 09:00	Martina Vergara Grafos sin triángulos cuyo cuadrado de línea no tiene agujeros de longitud al menos k
09:00 – 09:20	Germán N. Sabatini Arista-dominación eficiente hereditaria
09:20 – 09:40	Cristian Huenchul Obtención numérica de soluciones no triviales asimétricas para un sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau moderadamente acoplado
09:40 – 10:00	Mariano De Leo Existencia de umbrales para un sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau acopladas

Jueves 17:10 – 17:50, aula 3

Horario	Expositor
17:10 – 17:30	Germán Ariel Torres Suavizado del lagrangiano aumentado no diferenciable en problemas de optimización con restricciones generales

Viernes 9:30 – 10:30, aula 3

Horario	Expositor
09:30 – 09:50	Cinthya A. Bares Cálculo de la primera constante periódica con un método en frecuencia
09:50 – 10:10	Romina Cobiaga Propagación de enfermedades infecciosas: un modelo metapoblacional
10:10 – 10:30	Ulises Chialva Reconstrucción de sistemas dinámicos basada en datos: un test de fiabilidad

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**Miércoles 11:00 – 13:00, aula 4**

Horario	Expositor
11:00 – 11:20	Alicia Hernández Análisis estadístico aplicado a la caracterización de piezas en un registro arqueológico
11:40 – 12:00	Fernando Del Bianco Super-relevant synthetic data with individualized Shapley values
12:20 – 12:40	Carina Fernandez Una función de costo basada en el tráfico de redes de datos
12:40 – 13:00	Antonio Francisco Garayalde Métodos de codificación de marcadores moleculares codominantes

Viernes 08:50 – 09:30, aula 3

Horario	Expositor
08:50 - 09:10	Paula Rabanedo Enseñar homotecia en base a preguntas: resultados de una implementación
09:10 - 09:30	Verónica San Román Enseñanza activa de estadística descriptiva con escenarios virtuales

Resúmenes de conferencias

Análisis y síntesis

Rocio Diaz Martin

Vanderbilt University, Nashville, TN, USA

Durante esta charla mi objetivo es abordar las ideas de análisis y síntesis, conceptos claves, desde mi punto de vista, en el área de análisis armónico, pero que a la vez pueden ser adoptados por otras áreas. Haré un recorrido de estos términos desde mi propia experiencia, pasando de fabricar “bases”, “átomos” o “coordenadas”, a elegirlos basadas en datos. Comenzaremos por el análisis de Fourier, donde análisis y síntesis llegan a su esplendor en la forma de fórmulas de inversión. Recorreremos la teoría de marcos, donde los conceptos de análisis y síntesis adquieren estatus de operadores. Culminaremos y nos centraremos en mi actual interés: estudiar, como analista, la teoría de transporte y sus aplicaciones. Aquí, análisis y síntesis serán problemas de optimización. Estos problemas involucrarán distancias entre medidas de probabilidad, como la distancia de Wasserstein, las cuales serán introducidas y motivadas durante la charla.

Constante de proyección y técnicas de promediado

Daniel Galicer

Universidad Torcuato Di Tella - IMAS CONICET

En esta charla introduciremos el concepto de constante de proyección y exploraremos cómo técnicas de promediado nos permiten describir esta constante en espacios clásicos de funciones mediante la norma L^1 de polinomios específicos muy conocidos. Como resultado, obtendremos fórmulas explícitas y describiremos el comportamiento asintótico preciso de estas constantes en diferentes contextos.

Metrización, análisis y aplicaciones a conjuntos de datos

Ivana Gómez

IMAL-CONICET

En algunos problemas actuales de análisis de datos no se dispone de una métrica dada, aunque sí puede existir una afinidad entre los datos, por ejemplo en un grafo entre sus vértices. Los métodos de metrización sobre espacios uniformes o uniformidades como el Lema de Huke Frink nos proveen nociones de distancia o métrica que son de utilidad en aplicaciones. También son conocidos en los resultados analíticos de Macías y Segovia. Recientemente abordamos problemas de metrización con k -afinidades con resultados teóricos y algunas aplicaciones que describiremos en esta charla.

Resultados pasados y recientes en problemas elípticos sin estructura de principio del máximo fuerte

Uriel Kaufmann

Universidad Nacional de Córdoba (UNC)

En esta charla consideramos la ecuación elíptica $-\Delta u = a(x)u^q$ en un dominio suave y acotado de $\mathbb{R}^n$, asociada a condiciones en la frontera de tipo Dirichlet o Neumann homogéneas. Nos interesa estudiar el caso en que el peso $a(x)$ cambia de signo y $0 < q < 1$. Debido a estas condiciones, el principio del máximo fuerte no puede aplicarse a estos problemas. Como consecuencia de esto, el

conjunto de soluciones no negativas tiene una estructura compleja, habiendo tanto soluciones positivas como soluciones que se anulan en partes del dominio. Describiremos los principales resultados conocidos sobre estos problemas, comenzando desde los primeros hasta nuestras contribuciones más recientes.

Extending homeomorphisms of the real line to the upper half plane

Lucas Oliveira

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Consider the following question: is it possible to extend a quasisymmetric homeomorphism of the real line to a quasiconformal homeomorphism of upper-half plane such that the extension of a composition is the composition of the extensions?

Answer to this question is already known in this precise situation, but there are cases where these problems still need an answer (positive or negative). In this talk I would like to present the result of recent collaborations that provides some advance in the specific case of BiLipschitz homeomorphisms.

Joint work with José Afonso Barrionuevo, Felipe Gonçalves and Victor Medeiros.

Problema de recuperación de fase en grupos LCA

Victoria Paternostro

UBA - CONICET

En esta charla vamos a discutir sobre el problema de recuperación de fase a partir de la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) en el contexto de grupos abelianos localmente compactos. Este problema consiste en reconstruir una función a partir del módulo de su STFT, sin acceso a la información de fase, lo cual es relevante en diversas aplicaciones del análisis armónico y procesamiento de señales. Vamos a ver que utilizando un enfoque probabilístico podemos demostrar que, para una amplia clase de grupos G y subconjuntos compactos $K \subseteq G$, existen funciones y conjuntos uniformemente separados en $G \times \widehat{G}$ que hacen posible la recuperación de fase en $L^2(K)$.

Stein-Weiss type inequality in L^1 norm for vector fields and applications

Tiago Henrique Picon

Department of Computing and Mathematics, University of São Paulo, Ribeirão Preto, Brazil

picon@ffclrp.usp.br

In this talk, we investigate the limit case $p = 1$ of the Stein–Weiss inequality for the Riesz potential. Our main result is a characterization of this inequality for a special class of vector fields associated to cocanceling operators. As application, we recovered some classical div-curl inequalities and obtained new solvability results for equations associated to canceling and elliptic differential operators on measures.

This is a collection of joint works with Pablo De Nápoli (Universidad de Buenos Aires - Argentina), Jorge Hounie (UFSCar - Brazil), Joel Coacalle (USP - Brazil) and Victor Biliatto (USP - Brazil).

Resúmenes de cursos

Pesos de Muckenhoupt: algunas propiedades importantes

Fabio Berra

Facultad de Ingeniería Química (UNL – CONICET)

Los pesos de Muckenhoupt están fuertemente relacionados con las propiedades de continuidad de diversos operadores del Análisis Armónico entre ciertos espacios funcionales. Concretamente, si $1 < p < \infty$ decimos que un peso w está en la clase A_p de Muckenhoupt si

$$\sup_{Q \subseteq \mathbb{R}^n} \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q w \right) \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q w^{1-p'} \right)^{p-1} < \infty,$$

donde el supremo se toma sobre todos los cubos Q con lados paralelos a los ejes coordenados y $p' = p/(p-1)$. Cuando $p = 1$ decimos que w es un peso de A_1 si

$$\sup_{Q \subseteq \mathbb{R}^n} \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q w \right) \left(\sup_Q w^{-1} \right) < \infty,$$

donde $\sup_Q$ denota al supremo esencial de w sobre Q .

En este curso abordaremos estas definiciones a partir de propiedades de continuidad del operador maximal de Hardy-Littlewood clásico. Probaremos algunas propiedades esenciales de las clases A_p y caracterizaremos también los pesos de tipo potencia que pertenecen a éstas.

Además mostraremos que todo peso de A_p satisface una desigualdad de Hölder al revés y, como consecuencia, obtendremos la apertura de estas clases. También demostraremos un interesante resultado debido a Peter Jones que establece que todo peso de A_p puede factorizarse en término de otros pesos pertenecientes a la clase A_1 .

Haces de operadores y problemas de programación cuadrática

Francisco Martínez Pería

Centro de Matemática de La Plata (CMALP-UNLP)

Instituto Argentino de Matemática “Alberto P. Calderón” (IAM-CONICET)

Todo par de operadores lineales (acotados) A y B actuando entre dos espacios (de Hilbert) $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ determina un haz de operadores, es decir, una función que a cada valor del parámetro λ le asigna el operador lineal $\lambda B - A$. Estas funciones aparecen naturalmente asociadas a diversos problemas, por ejemplo, en la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicos (DAEs). En el caso particular en que los espacios $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ son de dimensión finita, aparecen los haces de matrices, los cuales tienen una forma canónica asociada llamada la forma de Kronecker. El objetivo del curso es comenzar con una breve introducción a los haces de matrices, y presentar un problema derivado de la optimización no lineal, más precisamente, de la programación cuadrática con restricciones cuadráticas (QCQP). Posteriormente veremos como extender estos problemas de QCQP al ámbito infinito dimensional, utilizando los haces de operadores como herramientas para resolverlos (parcialmente).

El Teorema de Paso de la Montaña y sus aplicaciones

Analía Silva

Universidad Nacional de San Luis UNSL, IMASL – CONICET

Consideramos el siguiente problema de Dirichlet:

$$\begin{cases} -\Delta u = f(u) & \text{en } \Omega, \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde $\Delta u = \operatorname{div}(\nabla u)$ es el operador de Laplace y la función f presenta un crecimiento tipo potencia. Una herramienta clásica para abordar este tipo de ecuaciones es el Cálculo de Variaciones, que permite relacionar soluciones del problema con puntos críticos de ciertos funcionales definidos sobre espacios funcionales adecuados.

En particular, para algunas no linealidades f , las soluciones buscadas corresponden a puntos silla del funcional asociado. En este contexto, el Teorema del Paso de la Montaña, formulado por Ambrosetti y Rabinowitz en 1973, constituye una herramienta fundamental para garantizar la existencia de tales puntos críticos. Su nombre proviene de la forma geométrica típica de los funcionales a los que se aplica, que recuerda al perfil de un paisaje montañoso.

En este curso nos proponemos estudiar en detalle este teorema y explorar sus aplicaciones a distintas ecuaciones diferenciales. El curso será autocontenido, conocimientos de Teoría de la Medida y Análisis Funcional son bienvenidos pero no excluyentes.

Comunicaciones de Álgebra

Teoría de las especies categóricas

Federico O. Alanis

En 1981 el matemático André Joyal introduce la llamada Teoría de las Especies Combinatorias. Esta teoría consiste en una serie de técnicas muy poderosas que permiten asociar series generatrices de distintos tipos con estructuras combinatorias discretas dadas (grafos de árboles, permutaciones lineales, ciclos, etc.), que permiten contar la cantidad de estructuras enumeradas del tipo mencionado. A su vez, las operaciones de producto cartesiano y suma entre tales estructuras se traduce igualmente bien al producto y suma de sus series, de modo que un problema computacional de calcular la cantidad de estructuras más complejas formadas a partir de otras más básicas se transforma en un problema mucho más sencillo. Una especie combinatoria es esencialmente un functor de la categoría de conjuntos finitos con biyecciones en la categoría de conjuntos y funciones.

Autores como M. Mendez, M. Maia, K. Morrison, y otros, definen las operaciones de producto de Dirichlet entre especies, y otras formas alternativas de especies entre categorías de espacios vectoriales con transformaciones lineales y conjuntos con biyecciones, y viceversa.

Esta comunicación presentará el trabajo del autor “On the origin of (combinatorial) species: A category-theoretic (de)construction of the theory of Joyal species” (publicado en el Boletim da Sociedade Paranaense de Matematica, vol. 43 (2025)) en el cual se construye una teoría generalizada de las especies que, en el lenguaje de la teoría de las categorías, engloba todas las construcciones anteriores y las extiende a otros escenarios, proveyendo una herramienta de trabajo que permite traducir manipulaciones entre objetos y morfismos de cualquier categoría que cumpla ciertos requisitos, a manipulaciones equivalentes entre series y funciones generatrices abstractas.

Álgebras de von Neumann de grupos libres finitamente generados

Carlos C. Peña

UNCPBA–FCExactas–DM–NUCOMPA

La clausura débil de la representación regular a izquierda del grupo libre no abeliano en dos o más generadores es un factor de tipo II_1 , o sea admite un funcional tracial $\tau : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{C}$, en el sentido que $\tau(ab) = \tau(ba)$ para cada $a, b \in \mathcal{U}$. Se desconoce si dichos factores son isomorfos para distinto número de generadores, aunque se sabe que son o bien todos isomorfos o todos distintos. El objeto de esta presentación es: (i) analizar la estructura de los operadores de estas álgebras, (ii) considerar las descomposiciones de Weyl-von Neumann de sus elementos y (iii) considerar conexiones entre álgebras de von Neumann sobre grupos libres con números diferentes de generadores.

Realizabilidad de fanes finitos por anillos

Alejandro Petrovich

La noción de *semigrupo real* introducida en [2] constituye una teoría de primer orden que pertenece a la llamada *Teoría abstracta de formas cuadráticas*. Los semigrupos reales son una clase particular de semigrupos conmutativos, denominados *ternarios* junto con una relación ternaria, llamada *relación de representación* que verifican ciertas condiciones que corresponden a la mencionada teoría. Los semigrupos reales son una generalización de los denominados *grupos especiales reducidos* introducidos por Dickmann y Miraglia en [1]. Existen varias clases de semigrupos reales que han sido desarrolladas, donde dos de ellas son las que juegan un rol central que forman el contenido de este trabajo, que son

los denominados fanes [3] y los semigrupos reales simétricos [4]. En el presente trabajo probamos en primer lugar un teorema de representación para fanes finitos a partir de una sucesión finita de grupos especiales y morfismos entre ellos. En segundo lugar utilizamos este resultado para demostrar que todo fan finito es realizable por un preorden de un anillo de series formales $K[[G]]$ con exponentes en el cono no negativo de un grupo abeliano totalmente ordenado G y coeficientes en un cuerpo K (donde el preorden suma de cuadrados es un fan como cuerpos).

Referencias

- [1] M. DICKMANN, F. MIRAGLIA. Special groups: Boolean-theoretic methods in the theory of quadratic forms. *Mem. Amer. Math. Soc.* 145:689 (2000).
- [2] M. DICKMANN, A. PETROVICH. Real semigroups and abstract real spectra. I. En: R. Baeza et al (editors), *Algebraic and Arithmetic Theory of Quadratic Forms*, Contemporary Math. vol. 344, pp. 99–119, 2004.
- [3] M. DICKMANN, A. PETROVICH. Fans in the theory of real semigroups. *Dissertationes Mathematicae* 556:1–79 (2020).
- [4] M. DICKMANN, A. PETROVICH. Rings of formal power series and real semigroups. *Journal of Algebra* 660:705–794 (2024).

Ecuación de Maurer-Cartan para álgebras gentiles

Monique Müller,¹ María Julia Redondo,² **Fiorela Rossi Bertone**,² Pamela Suárez

¹Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Federal de São João del-Rei, Praça Frei Orlando, 170, Centro, São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36307-352

²Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

³Centro Marplatense de Investigaciones Matemáticas, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina

Las deformaciones de álgebras asociativas están en correspondencia con los elementos de Maurer-Cartan, por lo que nos interesa describir estos elementos que están estrechamente relacionados con el Complejo de Hochschild del álgebra original. Debido al tamaño del complejo de Hochschild muchas veces es conveniente trabajar con otros complejos más pequeños, como el caso del Complejo de Barzdell para álgebras monomiales. En esta charla, para un álgebra (monomial) gentil $A = \mathbb{k}Q/I$, consideraremos la estructura L_∞ del complejo de Bardzell $B(A)$ y pondremos condiciones en el quiver Q que nos permitan asegurar la nilpotencia de los corchetes y calcular los elementos de Maurer-Cartan de A .

Comunicaciones de Análisis

Desigualdades débiles mixtas con pares de pesos para conmutadores de operadores de Calderón-Zygmund

María Rocío Ayala*

Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina

rocioayalazara@gmail.com

En este trabajo se estudian conmutadores de orden superior de un operador de Calderón-Zygmund T , con símbolo b en BMO, los cuales están definidos recursivamente por

$$T_b^1 f = [b, T]f = bTf - T(bf)$$

y

$$T_b^m f = [b, T_b^{m-1}]f \quad \text{para } m > 1,$$

entendiendo que $T_b^0 = T$. La presentación se centra en el estudio de desigualdades débiles mixtas con pares de pesos para los operadores mencionados. Concretamente, se estudian condiciones sobre los pares (u, w) y un peso v de modo que el operador $S_v(f) = \frac{T_b^m(fv)}{v}$ satisfaga la desigualdad

$$uv(\{x \in \mathbb{R}^n : |S_v f(x)| > \lambda\}) \leq C \int_{\mathbb{R}^n} \Phi\left(\frac{|f|}{\lambda}\right) w v,$$

siendo $\Phi(t) = t(1 + \log^+ t)^m$. Cuando $u = w$, resultados similares fueron obtenidos en [1]. Como consecuencia de las condiciones obtenidas se derivan desigualdades débiles mixtas de tipo Fefferman-Stein similares a las contenidas en [2] y que generalizan los resultados obtenidos en [3] que corresponden al caso $v = 1$.

*Trabajo en conjunto con Fabio M. Berra y Gladis G. Pradolini (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral).

Referencias

- [1] F. BERRA, M. CARENA, G. PRADOLINI. Mixed weak estimates of Sawyer type for commutators of generalized singular integrals and related operators. *Michigan Math. J.* 68(3):527–564 (2019).
- [2] F. BERRA, G. PRADOLINI, J. RECCHI. Weighted mixed endpoint estimates of Fefferman-Stein type for commutators of singular integral operators. *J. Math. Anal. Appl.* 541(2):128734 (2025).
- [3] C. PÉREZ, G. PRADOLINI. Sharp weighted endpoint estimates for commutators of singular integrals. *Michigan Math. J.* 49(1):23–37 (2001).

Una formula de Itô-Wentzell para rough paths

Pedro José Catuogno

IMECC, State University of Campinas, 13083-859, Campinas, SP, Brazil

pedrojc@unicamp1.br

Presentaremos una nueva versión de la fórmula de Itô-Wentzell en el contexto de rough paths; ver [1,2]. Sea $\alpha \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$, $\mathbf{X} = (X, \mathbb{X})$ un α -Hölder rough path, y $h: [0, T] \times U \rightarrow L(V, W)$ una función

tal que $(h(\cdot, x), \partial_X h(\cdot, x))$ es un X -camino controlado $x \in U$ (ver [3] para definiciones y generalidades sobre rough paths y caminos controlados). Sea g definido por

$$g(t, x) = g(0, x) + \int_0^t h(s, x) d\mathbf{X}_s,$$

donde $g(0, \cdot) \in C^3$. Entonces, vale la siguiente fórmula de Itô–Wentzell para cualquier X -camino controlado $(Z, \partial_X Z)$ (ver [1, 2, 4]),

$$\begin{aligned} g(t, Z_t) &= g(0, Z_0) + \int_0^t h(r, Z_r) d\mathbf{X}_r + \int_0^t Dg(r, Z_r) d\mathbf{Z}_r \\ &\quad + \int_0^t Dh(r, Z_r) \circ \partial_X Z_r d[\mathbf{X}]_r + \frac{1}{2} \int_0^t D^2 g(r, Z_r) (\partial_X Z_r \otimes \partial_X Z_r) d[\mathbf{X}]_r. \end{aligned}$$

El método de las características aplicado en este contexto permite resolver la ecuación del transporte

$$\partial_t u(t, x) + \nabla u(t, x) V(x) d\mathbf{Z}_t = 0.$$

donde $V(x) \in L(\mathbf{R}^d, \mathbf{R}^e)$ y $\mathbf{Z}$ es un α -rough path geométrico con $\alpha \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$.

Referencias

- [1] R. CASTREQUINI, P. CATUOGNO. A generalized change of variable formula for the Young integral. *Chaos, Solitons Fractals* 158:112064 (2022).
- [2] R. CASTREQUINI, P. CATUOGNO, A. MACHADO HERNANDEZ. An Itô–Wentzell formula for rough paths. *Proceedings of American Mathematical Society* (2025).
- [3] M. HAIRER, P. FRIZ. *A Course on Rough Paths. With an Introduction to Regularity Structures* (2nd Edition). Universitext, Springer, 2020.
- [4] C. KELLER, J. ZHANG. Pathwise Itô calculus for rough paths and rough PDEs with path dependent coefficients. *Stochastic Process. Appl.* 126(3):735–766 (2016).

Desigualdades de Poincaré-Sobolev con pesos via integrales fraccionarias

Alejandro Claros

BCAM - Basque Center for Applied Mathematics, Bilbao, España

aclaros@bcamath.org

En esta charla expondremos desigualdades de Poincaré-Sobolev con pesos, con un análisis explícito de la dependencia respecto a las constantes A_p de los pesos. Obtendremos desigualdades de la forma

$$\left(\frac{1}{w(B)} \int_B |f(x) - f_B|^q w(x) dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq C_w r(B) \left(\frac{1}{w(B)} \int_B |\nabla f(x)|^p w(x) dx \right)^{\frac{1}{p}},$$

con estimaciones cuantitativas para el exponente q y la constante C_w , donde $f_B = \frac{1}{|B|} \int_B f$ es la media de f en la bola B , $r(B)$ es el radio de B y $1 \leq p \leq q \leq p^* < \infty$. Probaremos estas desigualdades como consecuencia del estudio de desigualdades locales con pesos para el potencial de Riesz I_α , y la fórmula de subrepresentación

$$|f(x) - f_B| \leq c_n I_1(|\nabla f|_{\chi_B})(x).$$

Probaremos la desigualdad anterior con la constante $C_w = [w]_{A_r}^{\frac{1}{p}}$, y mostraremos que el exponente $\frac{1}{p}$ es óptimo. Esto resuelve positivamente una conjetura de Pérez y Rela [1] sobre el exponente óptimo en la constante A_1 en este tipo de desigualdades para pesos A_1 . También aplicaremos estas técnicas a desigualdades de Poincaré-Sobolev con derivadas de orden superior, y sus versiones fraccionarias.

Referencias

- [1] C. PÉREZ, E. RELA. Degenerate Poincaré-Sobolev inequalities. Trans. Amer. Math. Soc. 372(9):6087–6133 (2019).

Aproximación polinómica y convergencia en espacios de Lebesgue con exponente variable*

F. E. Levis,¹ J. Costa Ponce,² C. N. Rodríguez,¹ C. V. Ridolfi²

¹Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN

²Universidad Nacional de San Luis, CONICET, IMASL

La teoría de la mejor aproximación en espacios de Lebesgue con exponente variable constituye una generalización natural del caso clásico. En este contexto, el concepto de mejor aproximación local permite analizar el comportamiento asintótico de los mejores aproximantes polinomiales con respecto a la seminorma de Luxemburg promediada, la cual depende de un conjunto medible E cuya medida decrece a 0 y que converge a un conjunto finito de puntos dados.

Específicamente, consideramos las mejores aproximaciones g_E de una función suave f por polinomios de grado acotado. Demostramos un resultado de acotación uniforme para estas aproximaciones y establecemos estimaciones explícitas para la diferencia entre g_E y el polinomio interpolante de Hermite H de f , asociado al conjunto finito de puntos límite. En particular, mostramos que la expansión en serie de $g_E - H$ tiene coeficientes acotados en función de $|E|$ y encontramos el orden con que se realiza dicha expansión. Esto permite concluir que, bajo ciertas condiciones, cuando la medida de E decrece a 0, el límite de g_E coincide con el polinomio de Hermite de f en los puntos límite.

Estos resultados amplían el estudio de la aproximación polinómica en espacios de Lebesgue con exponente variable, proporcionando en algunos casos estimaciones explícitas sobre la convergencia de las mejores aproximaciones.

*Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C614-2), Universidad Nacional de San Luis (PROICO 03/0720), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (RCD 203/23) y CONICET (PIP 11220200100694CO).

La clase $A_1^+(\mathbb{R})$ y la porosidad débil lateral de subconjuntos de $\mathbb{R}$

Ignacio Gómez Vargas*

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET-UNL), Santa Fe, Argentina

ignaciogomez@santafe-conicet.gov.ar

Los pesos de Muckenhoupt definen las medidas naturales para la acotación del operador maximal de Hardy-Littlewood y para operadores de integrales singulares (ver, por ejemplo, [4]). En particular, las funciones de la forma $x \mapsto |x|^{-\alpha}$ son ejemplos clásicos de pesos A_p en $\mathbb{R}^n$ si se cumplen las relaciones $-n < \alpha < n(p-1)$. Los denominados *pesos distancia* generalizan esta situación al ser funciones obtenidas mediante la asignación $x \mapsto \text{dist}(x, E)^{-\alpha}$, donde $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$ y $E \subset X$, para cierto espacio general X . Recientemente, los conjuntos E para los cuales existe $\alpha > 0$ tal que $\text{dist}(\cdot, E)^{-\alpha}$ pertenece a la clase A_1 han sido completamente caracterizados cuando el espacio considerado X es el círculo unidad [7], el espacio euclídeo [3], un espacio métrico con medida duplicante [6] e, incluso, un espacio de tipo homogéneo [1]. Los conjuntos que cumplen con dicha premisa fueron acuñados como conjuntos *débilmente porosos* por el autor A.V. Vasin debido a la similitud de esta condición con nociones previas de porosidad.

En este trabajo, nos proponemos caracterizar los subconjuntos E de la recta para los cuales se cumple $\text{dist}(\cdot, E)^{-\alpha} \in A_1^+$ (respectivamente, A_1^-) para cierto $\alpha > 0$, donde $A_1^\pm$ son las clases de pesos

de Muckenhoupt *laterales* formadas por las funciones $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ localmente integrables y que verifican

$$\frac{1}{|I^-|} \int_{I^-} w(x) dx \leq C \inf_{x \in I^+} w(x) \quad \left(\text{o bien } \frac{1}{|I^+|} \int_{I^+} w(x) dx \leq C \inf_{x \in I^-} w(x) \right)$$

para todo intervalo $I \subset \mathbb{R}$ y para cierta constante $C > 0$. Aquí, utilizamos la notación I^- y I^+ para referirnos, en este orden, a las mitades izquierda y derecha de un dado intervalo I . Más precisamente, si $I = (a, b)$, entonces $I^- = (a, \frac{a+b}{2})$ mientras que $I^+ = [\frac{a+b}{2}, b)$ [5]. Por otro lado, si $E \subset \mathbb{R}$ es un conjunto no vacío, definimos la *función de poro maximal* sobre cada intervalo I como $\rho_E(I) := \sup\{t > 0 : \exists z \in I \text{ tal que } (z-t, z+t) \subset I \setminus E\}$ ($\rho_E(I) = 0$ en cuyo caso este conjunto sea vacío). En base a esto, nos propusimos definir como conjunto *débilmente poroso por derecha* (respectivamente, por izquierda) a todo conjunto no vacío $E \subset \mathbb{R}$ para el cual existan constantes $\sigma, \gamma \in (0, 1)$ tales que para cada intervalo abierto I sea posible hallar una colección de intervalos abiertos disjuntos dos a dos $I_1, \dots, I_N$ tales que: (i) $I_i \subset I^- \setminus E$ ($I_i \subset I^+ \setminus E$) para todo $i = 1, \dots, N$; (ii) $|I_i| \geq 2\gamma\rho(I^+)$ ($|I_i| \geq 2\gamma\rho(I^-)$) y (iii) $\sum_{i=1}^N |I_i| \geq \sigma|I^-| = \sigma|I^+|$. Usando esta definición que generaliza y extiende la noción de porosidad débil en la recta real previamente considerada en [3], el resultado principal del presente trabajo puede enunciarse de la siguiente manera.

Teorema. *Si E es un subconjunto no vacío de $\mathbb{R}$, las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

- I. *existe algún $\alpha > 0$ tal que $d(\cdot, E)^{-\alpha} \in A_1^+(\mathbb{R}) \cap L_{loc}^1(\mathbb{R})$ (respectivamente, $A_1^-(\mathbb{R}) \cap L_{loc}^1(\mathbb{R})$);*
- II. *E es un conjunto débilmente poroso por derecha (izquierda).*

*Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL), Ivana Gómez (IMAL) y Francisco Martín-Reyes (Universidad de Málaga). Los resultados de esta comunicación están contenidos en [2].

Referencias

- [1] H. AIMAR, I. GÓMEZ, I. GÓMEZ VARGAS. Weakly porous sets and A_1 Muckenhoupt weights in spaces of homogeneous type. Preprint arXiv:2406.14369 [math.CA] (2024).
- [2] H. AIMAR, I. GÓMEZ, I. GÓMEZ VARGAS, F. J. MARTÍN-REYES. One-sided Muckenhoupt weights and one-sided weakly porous sets in $\mathbb{R}$ J. Funct. Anal. 289(10):111110 (2025).
- [3] T. C. ANDERSON, J. LEHRBÄCK, C. MUDARRA, A. V. VÄHÄKANGAS. Weakly porous sets and Muckenhoupt A_p distance functions. J. Funct. Anal. 287(8):110558 (2024).
- [4] J. GARCIA-CUERVA, J. L. RUBIO DE FRANCIA. Weighted Norm Inequalities and Related Topics. North-Holland Mathematics Studies, North-Holland, 1982.
- [5] F. J. MARTÍN-REYES. New proofs of weighted inequalities for the one-sided Hardy-Littlewood maximal functions. Proc. Amer. Math. Soc. 117(3):691–698 (1993).
- [6] C. MUDARRA. Weak porosity on metric measure spaces. Preprint arXiv:2306.11419 [math.CA] (2023).
- [7] A. V. VASIN. The limit set of a Fuchsian group and Dyn'kin's lemma. J. Math. Sci. 129(4):3977–3984 (2005).

Estimaciones en L^p con pesos para operadores Schrödinger-Calderón-Zygmund con decaimiento exponencial

G. Rocío Lezama*

En esta comunicación presentaremos resultados de acotación para operadores integrales singulares de tipo Schrödinger-Calderón-Zygmund, con núcleos que poseen un decaimiento de tipo exponencial asociados a una función de radio crítico ρ .

Para ello, estableceremos un resultado de extrapolación sobre espacios $L^p(w)$, $1 < p \leq \infty$, para pesos w en la clase $H_{p,c}^\rho$, la cual fue introducida en [1], y para la que probaremos una caracterización a través de la acotación de un operador maximal adecuado.

Finalmente, y como consecuencia, obtendremos la acotación en los espacios mencionados para diferentes operadores asociados al operador de Schrödinger generalizado $L_\mu = -\Delta + \mu$, para μ una medida de Radón no negativa, presentado en [2].

*Trabajo en conjunto con Estefanía Dalmaso y Marisa Toschi.

Referencias

- [1] J. BAILEY. Weights of exponential growth and decay for Schrödinger-type operators. J. Funct. Anal. 281(1):108996 (2021).
- [2] Z. SHEN. On fundamental solutions of generalized Schrödinger operators. J. Funct. Anal. 167(2):521–564 (1999).

Desigualdades maximales y el operador maximal de Hardy-Littlewood

Rosa Alejandra Lorenzo

Sea Φ la clase de todas las N -funciones $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ y sea Ω un subconjunto medible y acotado de $\mathbb{R}^n$. Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de funciones

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{ medibles} : \int_\Omega \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty \text{ para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\mathbb{R}^n$.

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, se define a $\mu_\varphi(f)$ como el operador multivaluado de mejores aproximantes por polinomios a la función f . Es decir, un polinomio $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si se cumple

$$\int_\Omega \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_\Omega \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

para todo $Q \in \Pi^m$, el espacio de los polinomios algebraicos definidos sobre $\mathbb{R}^n$ de grado a lo sumo m . A partir de la caracterización que se obtiene del operador de mejor aproximación, estudiamos su extensión a $L^{\psi^+}(\Omega)$, donde ψ^+ denota la derivada por derecha de la función φ .

Una manera habitual de obtener desigualdades fuertes cuando se estudia aproximación de funciones en espacios de Orlicz es trabajar con operadores maximales. En este trabajo se obtienen desigualdades de tipo fuerte utilizando la relación entre el operador maximal de Hardy-Littlewood y el operador maximal $M_\varphi(f)$, siendo φ una N -función.

En la última parte del trabajo, se introduce una función maximal polinomial asociada a los coeficientes del operador polinomial extendido. Dicha función es estimada mediante la aplicación de un operador maximal, lo cual permite establecer desigualdades de tipo fuerte en el marco de los espacios de Orlicz.

Los resultados mencionados son una extensión de los trabajos de Acinas, Favier y Zó [1] y de Acinas y Favier [2].

Referencias

- [1] S. ACINAS, S. FAVIER, F. ZÓ. Inequalities for extended best polynomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica 35:185–203 (2019).
- [2] S. ACINAS, S. FAVIER. Multivalued extended best Φ polynomial approximation operator. Numerical Functional Analysis and Optimization 37:1339–1353 (2016).

Acotación con dos pesos del conmutador de la integral fraccionaria local de orden superior

Juan Manuel Sotto Ríos*

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET), Santa Fe, Argentina

JuanMSotto@gmail.com

Dado un conjunto abierto y no vacío $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ y un parámetro $\beta \in (0, 1)$, consideramos la familia de cubos β -locales

$$\mathcal{F}_\beta = \{Q(x, l) : l < \beta d(x, \Omega^c)\},$$

donde d denota la métrica uniforme d_∞ .

En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos para el conmutador de la integral fraccionaria local de orden m , denotado por $I_{\beta, b}^{\gamma, m}$. Este operador está definido para $0 < \gamma < 1$, $m \in \mathbb{N}_0$ y $b \in BMO$, actuando sobre funciones $f \in L_{\text{loc}}^1(\Omega)$ como

$$I_{\beta, b}^{\gamma, m} f(x) = \int_{Q(x, \beta d(x, \Omega^c))} \frac{(b(x) - b(y))^m}{|x - y|^{n(1-\gamma)}} f(y) dy, \quad x \in \Omega.$$

Para nuestro análisis, introducimos una clase de pesos (u, v) denominada $A_{p, q, \varphi, \psi}^{\tau, \gamma}$, donde $1 < p \leq q < \infty$, $\tau \in (0, 1)$ y φ, ψ son funciones de Young definidas según las reglas

$$\varphi(t) = t^q \log(e + t)^{(m+1)q-1+\delta}, \quad \psi(t) = t^{p'} \log(e + t)^{(m+1)p'-1+\delta}, \quad \delta > 0.$$

Esta clase está definida por la condición

$$\sup_{Q \in \mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma + \frac{1}{q} - \frac{1}{p}} \|u^{1/q}\|_{\varphi, Q} \|v^{-1/p}\|_{\psi, Q} < \infty,$$

donde $\|\cdot\|_{\varphi, Q}$ y $\|\cdot\|_{\psi, Q}$ denotan normas de Luxemburgo promediadas. Nuestro principal resultado es el siguiente:

Teorema. Sean $0 < \gamma, \tau < 1$, $1 < p \leq q < \infty$, $m \in \mathbb{N}_0$, y $b \in BMO$. Si $(u, v) \in A_{p, q, \varphi, \psi}^{\tau, \gamma}$ con φ y ψ como arriba, entonces para cada $\beta < \tau$ se cumple:

$$I_{\beta, b}^{\gamma, m} : L^p(\Omega, v) \rightarrow L^q(\Omega, u).$$

La demostración emplea técnicas basadas en operadores *sparse*, siguiendo ideas similares a las desarrolladas en [1].

Nuestros resultados mejoran, en este contexto geométrico particular, los resultados análogos conocidos para casos previos [2].

*Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET), FIQ (UNL)).

Referencias

- [1] D. CRUZ-URIBE. Two weight inequalities for fractional integral operators and commutators. En: F. J. Martín-Reyes et al (editors), *Advanced courses of mathematical analysis VI*, pp. 25–85, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.
- [2] M. RAMSEYER, O. SALINAS, M. TOSCHI. Two-weight boundedness for local fractional maximal and applications. *European Journal of Mathematics* 9:109 (2023).

Interacciones de orden superior y operadores multilineales

Joaquín Toledo, Hugo Aimar, Ivana Gómez

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL), Santa Fe, Argentina

Los operadores del Análisis Armónico tienen su origen en el potencial de Newton y sus extensiones a dimensiones mayores que tres que toma la forma $N(x, y) = |x - y|^{-n+2}$, $x, y \in \mathbb{R}^n$. En efecto, N mismo genera operadores lineales de integración fraccionaria y sus derivadas segundas las integrales singulares de Calderón-Zygmund. El gradiente del núcleo N es el campo de fuerzas gravitatorio en la teoría de Newton. Por otra parte $|x - y|$, la distancia entre dos puntos x e y de $\mathbb{R}^3$, puede verse como la distancia del punto $(x, y) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ a la diagonal de $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$. Esta forma de pensar el núcleo N como una potencia negativa de la distancia de un punto $(x, y) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ a la diagonal $\Delta_2 = \{(x, x) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 : x \in \mathbb{R}^3\}$ o, si se quiere, como una interacción entre pares de puntos del espacio, admite una generalización razonable a la introducción de interacciones de orden superior a 2. Por simplicidad tomaremos $k = 3$ y también dimensión uno en vez de tres. Esto es, si consideramos los números reales $\mathbb{R}$ y pretendemos establecer una relación ternaria, de tipo métrica, entre cualesquiera números reales (x, y, z) consideramos $\rho(x, y, z) = d((x, y, z), \Delta_3)$, donde $\Delta_3 = \{(x, x, x) : x \in \mathbb{R}\}$ y d es la distancia Euclídea en $\mathbb{R}^3$.

El objetivo de este análisis es estudiar la acotación en espacios de Lebesgue del operador bilineal

$$T(f, g)(x) = \int_{y \in \mathbb{R}} \int_{z \in \mathbb{R}} \varphi(\rho(x, y, z)) f(y) g(z) dz dy$$

usando la extensión de Grafakos y Torres del Lema de Schur [1], demostramos que si $1/p + 1/q = 1/r$ con $1 < p, q, r < \infty$ y $\int_0^\infty \varphi(t) t dt < \infty$, $\varphi \geq 0$ decreciente, entonces $T : L^p(\mathbb{R}) \times L^q(\mathbb{R}) \rightarrow L^r(\mathbb{R})$ con continuidad.

Consideramos también modelos de interacciones basadas en k -uniformidades y probamos condiciones suficientes para su metrizabilidad.

Referencias

- [1] L. GRAFAKOS, R. H. TORRES. A multilinear Schur test and multiplier operators. J. Funct. Anal. 187:1–24 (2001).

Acotaciones del tipo $L^\infty - BMO$ con pesos para operadores fuertemente singulares

Ignacio Viltes, Fabio M. Berra, Gladis G. Pradolini

FIQ-UNL, CONICET

viltesignacio@hotmail.com

El estudio de propiedades de continuidad de operadores fuertemente singulares ha sido abordado por diversos autores de renombre. Entre los aportes más relevantes en el contexto de los espacios L^p se encuentran los de S. Wainger [1], C. Fefferman [2] y su colaboración con E. M. Stein [3], mientras que en el ámbito de la teoría de pesos A_p destaca el artículo de S. Chanillo [4]. Estos operadores se distinguen por presentar un núcleo con una singularidad más pronunciada en la diagonal de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, en comparación con los de Calderón-Zygmund, lo que los sitúa fuera del alcance de la teoría clásica correspondiente.

Los operadores que constituyen el objeto de estudio de esta investigación se definen mediante

$$Tf(x) = \text{v. p.} \int_{\mathbb{R}^n} k(x - y) f(y) dy,$$

donde k es un núcleo fuertemente singular dado por

$$k(x) = \frac{e^{i|x|^{-a'}}}{|x|^n} \chi_{\{x \in \mathbb{R}^n : |x| \leq 1\}}(x), \quad a' = \frac{a}{1-a}, \quad 0 < a < 1.$$

En este trabajo se propone un criterio de suficiencia para la acotación $L^\infty - BMO$ con pesos, tomando como espacio de llegada el introducido por B. Muckenhoupt y R. Wheeden en [5]. Hasta donde se sabe, este resultado no ha sido documentado previamente en la literatura. En su demostración se retoman ideas propuestas en [4] y se incorporan resultados auxiliares que permiten descartar términos triviales y simplificar el desarrollo del argumento, en línea con lo considerado por J. García-Cuerva et al. en [6]. Por último, se discuten posibles extensiones a contextos más generales, así como líneas de investigación futura.

Referencias

- [1] S. WAINGER. Special trigonometric series in k -dimensions. Mem. Amer. Math. Soc. 59 (1965).
- [2] C. FEFFERMAN. Inequalities for strongly singular convolution operators. Acta Math. 124:9–36 (1970).
- [3] C. FEFFERMAN, E. M. STEIN. H^p spaces of several variables. Acta Math. 129(3-4):137–193 (1972).
- [4] S. CHANILLO. Weighted norm inequalities for strongly singular convolution operators. Trans. Amer. Math. Soc. 281(1):77–107 (1984).
- [5] B. MUCKENHOUT, R. WHEEDEN. Weighted norm inequalities for fractional integrals. Trans. Amer. Math. Soc. 192:261–274 (1974).
- [6] J. GARCÍA-CUERVA, E. HARBOURE, C. SEGOVIA, J. L. TORREA. Weighted norm inequalities for commutators of strongly singular integrals. Indiana Univ. Math. J. 40(4):1397–1420 (1991).

Comunicaciones de Geometría

Formalismo hamiltoniano para la teoría de gravedad con bases

Guadalupe Quijón,¹ Santiago Capriotti²

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

guadalupequijon@gmail.com, santiago.capriotti@uns.edu.ar

La teoría de gravedad con bases [4, 3, 1] es un tipo de teorías de la gravedad en donde la métrica y la conexión son consideradas como variables independientes; más aún, en dichas teorías la métrica se especifica de manera indirecta apelando a una base del fibrado tangente. Por esta razón, puede utilizarse el fibrado de bases (y fibrados naturalmente asociados con él) en una formulación variacional para esta clase de teorías [2]. Ahora bien, problemas como la paradoja de la información en un agujero negro [5] y la naturaleza fundamental del espacio-tiempo pueden requerir una cuantización de la gravedad, y una manera de conseguir tal cuantización en una teoría de campos requiere disponer de una descripción de dicha teoría en el así llamado formalismo Hamiltoniano. En un trabajo conjunto [6], fue posible encontrar una formulación de tal naturaleza para problemas variacionales como el utilizado en la descripción de la gravedad con bases. La siguiente charla expondrá algunas características de dicha construcción.

Referencias

- [1] R. ARNOWITT, S. DESER, C. W. MISNER. The Dynamics of General Relativity. *General Relativity and Gravitation* 40(9):1997–2027 (2004).
- [2] S. CAPRIOTTI. Differential geometry, Palatini gravity and reduction. *Journal of Mathematical Physics* 55(1):012902 (2014).
- [3] M. FERRARIS, M. FRANCAVIGLIA, C. REINA. Variational formulation of general relativity from 1915 to 1925 “Palatini’s method” discovered by Einstein in 1925. *General Relativity and Gravitation* 14(3):243–254 (1982).
- [4] A. PALATINI. Deduzione invariante delle equazioni gravitazionali dal principio di Hamilton. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* (1884-1940) 43(1):203–212 (1919).
- [5] J. PRESKILL. Do Black Holes Destroy Information? Preprint arXiv:hep-th/9209058 (1992).
- [6] G. QUIJÓN, S. CAPRIOTTI. A Hamiltonian formalism for general variational problems, with applications to first order gravity with basis. Preprint arXiv:2407.03991 [math-ph] (2024).

Isospectralidad entre formas espaciales esféricas con grupo fundamental no cíclico

Mauro Colantonio

Instituto de Matemática de Bahía Blanca (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur(UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

maurocolantonio2@gmail.com

Una *forma espacial esférica* es una variedad riemanniana con curvatura seccional constante igual a 1. Cualquiera de ellas se obtiene como un cociente S^d/Γ de la esfera unitaria d -dimensional por un subgrupo discreto Γ del grupo de isometrías $\text{Iso}(S^d) \simeq O(d+1)$ que actúa libremente sobre S^d . Se tiene que el grupo fundamental de S^d/Γ es isomorfo a Γ . Si d es par, se tiene que la forma espacial

esférica es isométrica a una esfera o un plano proyectivo real, mientras que si d es impar y Γ es cíclico, la forma espacial esférica será isométrica a un *espacio lente*.

En esta comunicación nos concentraremos en formas espaciales esféricas de la forma S^{2d-1}/Γ con d impar y Γ no cíclico isomorfo a un grupo de *Tipo I*, según la clasificación dada por Joseph Wolf en [3].

Decimos que dos formas espaciales esféricas son *isospectrales* si sus correspondientes operadores de Laplace-Beltrami comparten el mismo espectro.

A fines de los 70 y principios de los 80, Akira Ikeda calculó algunos invariantes espectrales en formas espaciales esféricas [1, 2]. En particular, demostró que si S^{2d-1}/Γ_1 y S^{2d-1}/Γ_2 son isospectrales, con d primo y con grupos fundamentales de Tipo I, entonces $\Gamma_1 \simeq \Gamma_2$. Aquí veremos que este resultado no es cierto en general si no se asume d primo, y se describirán nuevos invariantes espectrales sobre este tipo particular de formas espaciales esféricas.

Referencias

- [1] A. IKEDA. On the spectrum of a riemannian manifold of positive constant curvature. Osaka J. Math. 17:75–93 (1980).
- [2] A. IKEDA. On the spectrum of a riemannian manifold of positive constant curvature II. Osaka J. Math. 17:691–762 (1980).
- [3] J. WOLF. Spaces of Constant Curvature (6th Edition). AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2011.

La estructura de contacto y las ecuaciones de Lagrange-Poincaré

Eduardo García-Toraño Andrés, Santiago Capriotti

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

En mecánica lagrangiana en presencia de simetrías, la reducción de Lagrange-Poincaré permite obtener un principio variacional reducido para las ecuaciones de movimiento. Más aún, toda solución del problema reducido puede “integrarse” para reconstruir una solución al problema original [1]. Cuando esa misma técnica se aplica a teorías de campos se obtiene también un principio variacional reducido, pero se pierde la correspondencia entre soluciones reducidas y soluciones al problema original: únicamente aquellas soluciones que verifican una cierta condición de integrabilidad pueden ser usadas para reconstruir soluciones al problema original [2].

En esta charla interpretaremos esta noción de integrabilidad utilizando para ello el lenguaje de los sistemas diferenciales exteriores con simetría [3]. Más precisamente, veremos cómo el ideal de contacto puede reducirse y cuáles son exactamente las condiciones que debe de satisfacer una solución al problema reducido para poder integrarse.

Referencias

- [1] H. CENDRA, J. MARSDEN, T. RATIU. Lagrangian reduction by stages. Mem. Amer. Math. Soc. 152:722 (2001).
- [2] M. CASTRILLÓN LÓPEZ, T. RATIU. Reduction in principal bundles: covariant Lagrange-Poincaré equations. Comm. Math. Phys. 236:223–250 (2003).
- [3] I. ANDERSON, M. FELS. Exterior differential systems with symmetry. Acta Appl. Math. 87:3–31 (2005).

Isospectralidad entre variedades CR con respecto al laplaciano de Kohn

Emilio Lauret*

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

Mostramos diferentes construcciones de variedades CR cuyos laplacianos de Kohn asociados tienen el mismo espectro. Las variedades son cocientes de esferas de dimensión impar, la cual siempre la consideramos con la estructura CR canónica. Tres construcciones son de espacios lentes (i.e. cuando el grupo fundamental es cíclico), mientras que hay una adicional que considera variedades con grupo fundamental no cíclico.

*Trabajo en conjunto con Gerson Gutiérrez y Juan Pablo Rossetti de la Universidad Nacional de Córdoba.

Cómputo paralelo para discretizaciones de teorías de campo por complejos simpliciales

Sebastián Ferraro,¹ Guadalupe Quijón²

¹Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

²Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

guadalupequijon@gmail.com

Existen distintas estrategias de discretización para la resolución numérica de las ecuaciones de teorías de campo. Una de ellas es el uso del cálculo exterior discreto [1]. La misma utiliza una discretización de la variedad base M mediante complejos simpliciales. Se obtiene así un sistema de ecuaciones, una por cada símplex σ_0 de dimensión s , que involucra derivadas de la densidad Lagrangiana discreta $\mathcal{L}_d$ correspondientes a todos los símplexes de dimensión k que tienen a σ_0 como cara propia. El enfoque natural consistiría en evaluar cada ecuación en forma independiente.

Presentaremos un procedimiento que implica una reducción de la cantidad de evaluaciones de las derivadas parciales de $\mathcal{L}_d$ que mejora a medida que aumenta $\dim M$. Además, dichas evaluaciones se pueden realizar simultáneamente (en paralelo), lo que no podría hacerse adecuadamente con el enfoque natural. Luego se explicará en qué consiste el método de cálculo iterativo paralelizado [2], basado en aplicar en cada paso un Jacobi-Newton a un problema con condiciones de borde.

Estas ideas aprovechan las capacidades de las CPU multinúcleo y las GPU, que permiten aplicar una misma secuencia de operaciones sobre una colección de datos en forma simultánea.

Referencias

- [1] M. DESBRUN, A. N. HIRANI, M. LEOK, J. E. MARSDEN. Discrete Exterior Calculus. Preprint arXiv:math/0508341 [math.DG] (2005).
- [2] SEBASTIÁN J. FERRARO, DAVID MARTÍN DE DIEGO, RODRIGO TAKURO SATO MARTÍN DE ALMAGRO. A parallel iterative method for variational integration. Preprint arXiv:2206.08968 [math.OC] (2022).

Polytopal crystallographic sphere packings for geometric knot theory and fractal modeling

Iván Rasskin*

Aix-Marseille Université, Laboratoire d'Informatique et des Systèmes

Polytopal crystallographic sphere packings are a family of highly symmetric configurations defined in multiple dimensions, constructed from crystallographic polytopes. In this talk, we will review some of their key properties and demonstrate how they can be applied in geometric knot theory. We will also use them to introduce a new model for assembling lacunar fractal polygons with customizable shapes.

*Based in joint works with Boris Bordeaux, Christian Gentil, Lionel Garnier, and Jorge L. Ramírez Alfonsín [1, 2, 3, 4, 5].

Referencias

- [1] B. BORDEAUX, C. GENTIL, I. RASSKIN, L. GARNIER. CAD for lacunar fractal polygons. Submitted.
- [2] J. L. RAMÍREZ ALFONSÍN, I. RASSKIN. A polytopal generalization of Apollonian packings and Descartes' theorem. *Journal of Number Theory* 275:67–103 (2025).
- [3] J. L. RAMÍREZ ALFONSÍN, I. RASSKIN. Links in orthoplicial Apollonian packings. *European Journal of Combinatorics* 122:104017 (2024).
- [4] I. RASSKIN. Regular polytopes, sphere packings and Apollonian sections. *Geometriae Dedicata* 218:105 (2024).
- [5] J. L. RAMÍREZ ALFONSÍN, I. RASSKIN. Ball packings for links. *European Journal of Combinatorics* 96:103351 (2021).

Comunicaciones de Lógica

Transferencia de congruencias para un functor adjunto a derecha entre cuasivarietades generalizadas

Valentín Andrada

Sean X e Y cuasivarietades generalizadas en lenguajes $\mathcal{L}_X$ y $\mathcal{L}_Y$ respectivamente. En [1] se muestra que todo adjunto a derecha (no trivial) $G : Y \rightarrow X$ se descompone naturalmente como una composición de dos tipos particulares de funtores.

$$G \cong \theta_{\mathcal{L}} \circ (-)^{[\kappa]}$$

donde $(-)^{[\kappa]}$, para κ un cardinal regular es el functor potencia y $\theta_{\mathcal{L}}$ una restricción de dominio, siendo $\theta \subseteq Eq(\mathcal{L}_X^{\kappa}, \kappa)$. El lenguaje $\mathcal{L}_Y$ puede verse como un sublenguaje de $\mathcal{L}_X^{\kappa}$, con θ y $\mathcal{L}$ satisfaciendo cierta condición de compatibilidad.

El presente trabajo explora la relación entre la estructura de congruencias de un álgebra $A \in Y$ y la de $G(A) \in X$. Usando esta descomposición, se define un homomorfismo de retículos de $Con(A)$ en $Con(G(A))$. Se caracteriza la inyectividad de este homomorfismo y, bajo ciertas condiciones sobre G , la suryectividad del mismo.

Finalmente, presentamos ejemplos donde las condiciones suficiente propuestas para la suryectividad se cumplen, incluyendo el functor de subreductos (olvido) $U : Y \rightarrow X$ y el functor de Kalman $K : DL_{01} \rightarrow Kleene$ (ver [2]).

Referencias

- [1] T. MORASCHINI. A logical and algebraic characterization of adjunctions between generalized quasi-varieties. Preprint arXiv:1908.00534 [math.LO] (2019).
- [2] R. CIGNOLI. The class of Kleene algebras satisfying an interpolation property and Nelson algebras. *Algebra Universalis* 23:262–292 (1986).

Construcción twist para BCK-álgebras

F. Blancá, N. Lubomirsky, R. Rodríguez

La clase de BCK-álgebras fue introducida en 1966 por Imai e Iséki [3] como semántica algebraica para una lógica no clásica que solo posee implicación. Esta clase forma una cuasivarietad y generaliza otras estructuras algebraicas, tales como las MV-álgebras, ℓ -grupos, AF C^* -álgebras, álgebras de Łukasiewicz y retículos residuados conmutativos integrales. Dada una BCK-álgebra acotada, muchas de las estructuras recién mencionadas se obtienen poniendo condiciones sobre su subálgebra de elementos regulares, es decir, aquellos que satisfacen la ecuación $\neg\neg x = x$ (ver por ejemplo [2, Lema 2.4]). Con lo cual, es particularmente importante estudiar dicha subálgebra. Yendo en esa dirección es que asignaremos a cada BCK-álgebra una cierta estructura twist, y analizaremos la conexión entre ambas.

Por *producto twist* de un conjunto parcialmente ordenado P , nos referimos al producto cartesiano de P con su orden dual P^{∂} equipado con la involución asociada al orden natural $(x, y) \mapsto (y, x)$ para todo $(x, y) \in P \times P^{\partial}$. Según sabemos, la idea de considerar esta clase de construcción para abordar involuciones de orden sobre estructuras ordenadas se remonta al trabajo de Kalman [4] de 1958, pero el nombre “twist” apareció treinta años después en el trabajo de Kracht [5].

En esta comunicación, estableceremos una correspondencia entre elementos regulares de una BCK-álgebra y su álgebra twist asociada. Además, daremos una versión del Teorema de Glivenko, generalizando aquella desarrollada en [2]. Finalmente, usaremos filtros (implicativos) para mejorar la correspondencia mencionada sobre regulares y, por otro lado, para estudiar la *admisibilidad* (en el sentido de [1]) de subálgebras de las álgebras twist.

Referencias

- [1] M. BUSANICHE, R. CIGNOLI. The subvariety of commutative residuated lattices represented by twist-products. *Algebra Universalis* 71:5–22 (2014).
- [2] R. CIGNOLI, A. TORRENS. Glivenko-like theorems in natural expansions of BCK-logics. *Math. Logic Quart.* 50:111–125 (2014).
- [3] Y. IMAI, K. ISÉKI. On axiom systems of propositional calculi XIV. *Proc. Japan Academy* 42:19–22 (1966).
- [4] J. A. KALMAN. Lattices with involution. *Trans. Amer. Math. Soc.* 87:485–491 (1958).
- [5] M. KRACHT. On extensions of intermediate logics by strong negation. *J. Philos. Logic* 27:49–73 (1998).

Términos que definen núcleos sobre reticulados residuados: estudiando el caso de BL-álgebras

Sebastián Buss

Un *reticulado residuado* es una estructura $\mathbf{A} = \langle A, \wedge, \vee, \cdot, \rightarrow, \perp, \top \rangle$ del tipo $\langle 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$ tal que $\langle A, \wedge, \vee, \perp, \top \rangle$ es un reticulado acotado, $\langle A, \cdot, \top \rangle$ es un monoide conmutativo y $a \cdot b \leq c$ si y sólo si $a \leq b \rightarrow c$ para todo $a, b, c \in A$. Un mapeo $\gamma: A \rightarrow A$ es un *núcleo sobre A* si es un operador de clausura que satisface $\gamma(a) \cdot \gamma(b) \leq \gamma(a \cdot b)$ para todo $a, b \in A$.

El concepto de núcleo fue originalmente definido en el contexto de álgebras Brouwerianas y de quantales [5, 4]. Para reticulados residuados, el concepto fue introducido por Galatos en [1], donde fue utilizado para dar algunas caracterizaciones de MV-álgebras generalizadas. Uno de los intereses por estudiar los núcleos sobre un reticulado residuado surge a partir del hecho de que el conjunto $\gamma(A)$ admite una estructura natural de reticulado residuado: la *imagen nuclear de A con respecto a γ* es el reticulado residuado $\mathbf{A}_\gamma := \langle \gamma(A), \wedge, \vee_\gamma, \cdot_\gamma, \rightarrow, \gamma(\perp), \top \rangle$, donde $a \vee_\gamma b := \gamma(a \vee b)$ y $a \cdot_\gamma b := \gamma(a \cdot b)$ para todo $a, b \in \gamma(A)$. Para más información sobre reticulados residuados y núcleos recomendamos ver [2, 3, 6].

En esta presentación, entre varios resultados y ejemplos elementales, nos enfocaremos en términos que definen núcleos sobre toda estructura de una variedad, con el fin de generalizar la operación dada por la doble negación. El resultado principal consiste en una descripción de todos los términos de este tipo sobre toda variedad de BL-álgebras. Vamos a exhibir ejemplos no triviales interesantes. Concretamente, mostraremos que los únicos términos (módulo equivalencia) que definen núcleos no triviales sobre alguna variedad de BL-álgebras son los términos

$$\neg\neg x \wedge ((x^n \rightarrow x^{n+1}) \rightarrow x) \quad \text{y} \quad \neg\neg x \wedge (x^n \rightarrow x^{n+1})$$

para $n \geq 1$. Más aún, la cantidad de términos (módulo equivalencia) que definen núcleos sobre una variedad de BL-álgebras es finita.

Referencias

- [1] N. GALATOS. Varieties of Residuated Lattices. Ph.D. Thesis, Vanderbilt University, 2003.
- [2] N. GALATOS, P. JIPSEN, T. KOWALSKI, H. ONO. Residuated lattices: An Algebraic Glimpse at Substructural Logics. Elsevier, 2007.
- [3] S. W. HAN, B. ZHAO. Nuclei and conuclei on residuated lattices. *Fuzzy Sets and Systems* 172:51–70 (2011).
- [4] K. I. ROSENTHAL. Quantales and Their Applications. Longman Scientific & Technical, 1990.
- [5] J. SCHMIDT, C. TSINAKIS. Relative pseudo-complements, join-extensions, and meet-retractions. *Mathematische Zeitschrift* 157:271–284 (1977).
- [6] B. ZHAO, H. ZHOU. Generalized Bosbach and Riečan states on nucleus-based-Glivenko residuated lattices. *Archive for Mathematical Logic* 52:689–706 (2013).

Una nueva dualidad para las álgebras de Boole de contacto

Sergio A. Celani

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires y CONICET

En este trabajo presentamos una nueva representación y dualidad para las álgebras de contacto mediante pares de la forma $\langle X, \mathcal{F} \rangle$, donde X es un espacio de Stone y $\mathcal{F}$ es una familia distinguida de subconjuntos cerrados que incluye a todos los conjuntos unitarios. Estos espacios serán denominados espacios de contacto. Demostramos la existencia de una dualidad entre la categoría de álgebras de contacto —cuyos morfismos son homomorfismos que solo preservan supremo (join-homomorphism) que reflejan la relación de contacto— y la categoría de espacios de contacto cuyos morfismos son relaciones booleanas que satisfacen una condición adicional.

Como aplicación de esta dualidad, establecemos una representación topológica para las clases de álgebras cuasi-monádicas y álgebras de contacto normales. Este resultado conduce a una nueva dualidad para las álgebras de contacto normales, también conocidas como álgebras compingentes. Además, caracterizamos la noción de congruencia compatible con un operador cuasi-modal —introducida en [1]— mediante un tipo particular de filtros, denominados filtros round. A partir de la dualidad desarrollada, establecemos una correspondencia biyectiva entre el conjunto parcialmente ordenado de filtros round y el conjunto parcialmente ordenado de aquellos subconjuntos de la familia $\mathcal{F}$ de un espacio de contacto $\langle X, \mathcal{F} \rangle$ que están saturados con respecto a cierta topología definida sobre $\mathcal{F}$ y que satisfacen una condición adicional. Finalmente, contrastamos nuestros resultados con la relevante dualidad desarrollada por Dimov y Vakarelov [3].

Referencias

- [1] S. A. CELANI. Subdirectly irreducible quasi-modal algebras. *Acta Math. Univ. Comenianae* LXXIV(2):219–228 (2005).
- [2] G. DIMOV, D. VAKARELOV. Contact algebras and region-based theory of space: A proximity approach – I. *Fundamenta Informaticae* 74:209–249 (2006).
- [3] G. DIMOV, D. VAKARELOV. Topological representation of precontact algebras and a connected version of the Stone Duality Theorem – I. *Topology and its Applications* 227:64–101 (2017).
- [4] R. GOLDBLATT, M. GRICE. Mereocompactness and duality for mereotopological spaces. En: K. Bimbo (editor), *J. Michael Dunn on Information Based Logics*, Outstanding Contributions in Logic vol. 8, pp. 313–330, Springer, 2016.

- Representación estilo twist para las álgebras de Post finito valuadas

Martín Figallo,¹ Marcelo Coniglio²

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²State University of Campinas (UNICAMP), Campinas, Brazil

figallomartin@gmail.com, coniglio@unicamp.br

En esta charla daremos una representación de las álgebras de Post n -valuadas ($n \geq 2$) por medio de *estructuras twist generalizadas*. Más precisamente, definimos las estructuras twist n -valuadas como ciertos subconjuntos del producto de $2n$ retículos satisfaciendo un número de condiciones. Además, presentamos una noción adecuada de morfismo entre dos de estas estructuras y consideramos la categoría $\mathbf{npts}$ de las estructuras twist y sus morfismos. Luego, mostramos que la categoría $\mathbf{np}$ de las álgebras de Post n -valuadas con sus morfismos (homomorfismos en el sentido del Álgebra Universal) y la categoría $\mathbf{npts}$ son equivalentes. Finalmente, enumeramos posibles aplicaciones de esta representación.

Álgebras de Nelson 5-valuadas libres

Juan Manuel Cornejo,¹ **Andrés Gallardo**,¹ Luiz F. Monteiro,² Ignacio Viglizzo¹

¹Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

²Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

Las álgebras de Nelson fueron introducidas por Helena Rasiowa como la contrapartida algebraica del cálculo proposicional constructivo con negación fuerte. Por otro lado, Ivo Thomas dio fórmulas que permiten pasar de las semánticas infinito valuadas de las lógicas LC de Dummett a semánticas n valuadas de las lógicas de Gödel. Adaptando la fórmula de Thomas a las álgebras de Nelson, con $n = 3$, obtenemos:

$$((x \rightarrow z) \rightarrow y) \rightarrow (((y \rightarrow x) \rightarrow y) \rightarrow y) = 1$$

António Monteiro llamó a la subvariedad de las álgebras de Nelson que satisfacen esta ecuación “5-valuadas”, dado que está generada por cadenas de 5 elementos.

Un problema propuesto por A. Monteiro fue determinar las álgebras de Nelson 5-valuadas libres, $L(n)$, con un número finito n de generadores. En 1965, Diana Brignole presentó una comunicación en la UMA con algunos resultados parciales sobre $L(n)$; con posterioridad obtuvo una fórmula para el número de elementos en $L(n)$. La demostración quedaba pendiente para un trabajo futuro que no llegó a concretarse. Aquí completamos la tarea comenzada por Brignole y caracterizamos $L(n)$, demostrando que su cardinal es

$$|L(n)| = 2^{2^{2n}} \times \prod_{k=1}^n (2^{2^{n-k}} + 1) \binom{n}{k} 2^{n-k}.$$

Generalizaciones de las álgebras de Łukasiewicz trivantes

Carlos Gallardo

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

Las álgebras de Ockham constituyen una generalización de las bien conocidas álgebras de Boole y tienen una cantidad importante de subvariedades, incluyendo las álgebras de De Morgan, las álgebras de Stone, y las álgebras de Kleene. En 1940, Gr. C. Moisil introdujo las álgebras de Łukasiewicz 3 y 4-valuadas con el propósito de obtener la contrapartida algebraica de las correspondientes lógicas de Łukasiewicz. Teniendo en cuenta que C. Sanza y J. Vaz de Carvalho definieron las álgebras de Łukasiewicz 3×3 -valuadas con negación y las álgebras de Łukasiewicz 2-generalizadas de orden 3 respectivamente, en esta nota mostraremos diversas relaciones entre ellas.

De multirelaciones a relaciones binarias: una herramienta para S-Lata espacios

Belén Giménez

UNLP y CONICET

Basada en la dualidad para $\wedge$ -semirretículos con último elemento (semirretículos) monótonos obtenida en [1], en el artículo *A Stone-type duality for semilattices with adjunctions* [2] se establece una dualidad entre la categoría $SLata$ cuyos objetos son los semirretículos con último elemento dotados de un par adjunto (S -Latas) y la categoría $SLataSp$ cuyos objetos son ciertos espacios topológicos dotados de dos multirelaciones que satisfacen propiedades específicas, denominados *S-Lata espacios*. Esta presentación, que forma parte de un trabajo en proceso en colaboración con el Dr. William Zuluaga, tiene como objetivo exponer brevemente un método mediante el cual dichas multirelaciones pueden construirse a partir de una única relación binaria.

Referencias

- [1] I. CALOMINO, P. MENCHÓN, W. J. Z. BOTERO. A topological duality for monotone expansions of semilattices. *Applied Categorical Structures* 30:1257–1282 (2022).
- [2] B. GIMÉNEZ, G. PELAITAY, W. ZULUAGA. A Stone-type duality for semilattices with adjunctions. *Journal of Logic and Computation* 35(3):exaf014 (2025).

Una teoría de casi-conjuntos sin átomos

Décio Krause,¹ Juan Pablo Jorge²

¹Curso de Posgrado en Lógica y Metafísica, Universidad Federal de Río de Janeiro

²Instituto de Filosofía Dr. Alejandro Korn, Facultad de Filosofía y Letras, UBA

La teoría de casi-conjuntos (qsets) nació motivada por la interpretación de uno de los creadores de la teoría cuántica, Erwin Schrödinger, sobre la identidad de las partículas cuánticas. Para Schrödinger, la noción de identidad carece de sentido para los entes cuánticos. La Teoría Clásica de la Identidad (TCI) está presente tanto en la Lógica Clásica como en todas las teorías de conjuntos estándar [1]: ZF, NBG, MK, NF, etc. Leibniz, con su famoso Principio de Identidad de los Indiscernibles, sedimentó la concepción metafísica heredada por nuestra tradición occidental, que presupone que cuando hay dos o más cosas, estas son distintas. Esto es, existe, al menos en principio, una diferencia entre ellas, y toda forma de substrato, *haecceities* y cosas que no sean propiedades o reducibles a ellas son descartadas. Nuestra intuición nos lleva a asumir la existencia de entidades que pueden ser completamente indiscernibles sin que resulten ser la misma cosa. Es eso lo que pretendemos aquí: presentar una teoría matemática donde haya entidades “completamente indiscernibles” sin que resulten ser la misma entidad.

La teoría de qsets $\mathfrak{Q}$ [2] fue propuesta para tener en cuenta colecciones de entidades que, sin que resulten ser la misma entidad, no pueden ser discernidas unas de otras, como es el caso de los entes cuánticos. Esta teoría cuenta con ciertos átomos (m-átomos) para los cuales no es aplicable TCI. Tales colecciones *pueden* tener un cardinal, su *q-cardinal*, aunque sus elementos no puedan ser discernidos. La principal diferencia entre la teoría aquí presentada, $\mathfrak{Q}^-$, y las propuestas anteriores es que ella no se compromete con átomos: es una teoría ‘pura’ [3]. Además, los cardinales “finitos” de esta teoría (casi-cardinales) no son ordinales límites, como en el caso de ZF, sino que son elementos pertenecientes a una teoría auxiliar (similar a la Aritmética de Peano). Esto permite que los qsets “finitos” tengan asociado un cardinal, sin que ello implique una buena ordenación (y por tanto, una forma de discernir sus elementos) debido a la biyección con ordinales.

Además de representar una axiomática para tratar con entes genuinamente indiscernibles (repercutiendo sobre la ontología cuántica), $\mathfrak{Q}^-$ tiene implicaciones a nivel lógico. Los fuertes vínculos entre $\mathfrak{Q}^-$, la teoría de quasets QST [4], también inspirada en la ontología cuántica, y la teoría de Rough Sets (RST) abren las puertas a desarrollar una semántica no determinista de Nmatrices fundadas en $\mathfrak{Q}^-$, de forma análoga a lo mostrado con QST [5].

Referencias

- [1] T. JECH. *Set Theory: The Third Millennium Edition, revised and expanded*. Springer, 2003.
- [2] D. KRAUSE. On a quasi-set theory. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 33(3):402–411 (1992).
- [3] D. KRAUSE, J. P. JORGE. Sobre una teoría ‘pura’ de casi-conjuntos y su aplicación a una ontología cuántica de propiedades. A publicarse en *Principia: An International Journal of Epistemology* (2025).
- [4] M. L. DALLA CHIARA, G. T. DI FRANCIA. Individuals, kinds and names in physics. En: G. Corsi, M. L. Dalla Chiara, G. C. Ghirardi (editors), *Bridging the Gap: Philosophy, Mathematics, and Physics*, Boston Studies in the Philosophy of Science vol. 140, pp. 261–284, Kluwer, 1993.

- [5] J. P. JORGE, F. HOLIK, D. KRAUSE. An Approach to QST-based Nmatrices Semantics. *Principia: An International Journal of Epistemology* 27(3):539–607 (2023).

Una dualidad semántica de vecindad para una variedad de *BALFI*s

Federico Mallea,¹ Marcelo Coniglio,² Martín Figallo,³ Víctor Fernández¹

¹Instituto de Ciencias Básicas, Área Matemática, Universidad Nacional de San Juan

²Universidad Estadual de Campinas

³Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

Un álgebra booleana con operadores *LFI* (*BALFI* en forma corta) [1] es un álgebra $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \circ, 0, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 1, 1, 0, 0)$ tal que satisface las siguientes condiciones:

- $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$ es un álgebra de Boole.
- Para cada $a \in A$, $a \vee \neg a = 1$.
- Para cada $a \in A$, $a \wedge \circ a \wedge \neg a = 0$.

La clase de las *BALFI*s forma una variedad.

Por otro lado, un marco de vecindades [2] es un par (W, N) tal que W es un conjunto no vacío, y $N : W \rightarrow \wp(\wp(W))$.

En esta charla presentamos la subvariedad *BALFI*_{ciw}. El objetivo principal es mostrar como la semántica de vecindades presentada en [3] se ajusta de manera natural a estas estructuras algebraicas. Para ello introduciremos el concepto de marcos de vecindades descriptivos y mostraremos que existe una equivalencia dual que los vincula con las álgebras de la subvariedad.

Referencias

- [1] W. CARNIELLI, M. CONIGLIO, D. FUENMAYOR. Logics of Formal Inconsistency enriched with replacement: an algebraic and modal account. Preprint arXiv:2003.09522 [math.LO] (2020).
- [2] E. PACUIT. *Neighborhood Semantics for Modal Logic*. Springer, 2017.
- [3] K. DOŠEN. Duality between modal algebras and neighbourhood frames. *Stud. Logica* 48(2):219–234 (1989).

Sobre RWH-álgebras simétricas

José L. Castiglioni, Sergio Celani, Agustín Nagy

En [5, Capítulo II] se introduce la clase de álgebras $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, \rightarrow, \sim, 0, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 1, 0, 0)$, donde $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$ es un álgebra de Heyting y, para cada $a, b \in A$, el operador $\sim$ satisface las siguientes condiciones: 1) $\sim \sim a = a$ y 2) $\sim (a \wedge b) = \sim a \vee \sim b$. Esta clase de álgebras forman una variedad que resulta la semántica algebraica de la lógica modal simétrica propuesta por Moisil, y por tanto, son llamadas *álgebras de Heyting simétricas*.

Por otro lado, existen diversas sublógicas de la lógica intuicionista (ver [1, 3], entre otros), las cuales pueden ser interpretadas mediante la variedad de *álgebras de Heyting débiles* (WH-álgebras) y algunas de sus subvariedades. En particular, las WH-álgebras, generalizan naturalmente a las álgebras de Heyting clásicas.

Teniendo en cuenta esta generalización de las álgebras de Heyting, en esta charla nos enfocaremos en estructuras del tipo $(\mathbf{A}, \sim)$, donde $\mathbf{A}$ es una WH-álgebra y $\sim$ es una negación de De Morgan, con el objetivo de extender resultados previos obtenidos por Monteiro sobre álgebras de Heyting simétricas.

En particular, utilizando algunos resultados de [2, 4], nos centraremos en el estudio de la variedad de álgebras conformada por *WH-álgebras simétricas* que satisfacen la condición (R): $a \wedge (a \rightarrow b) \leq b$ para cada $a, b \in A$. Estableceremos un teorema de representación y estudiaremos propiedades de ciertos filtros abiertos simétricos. Asimismo, caracterizaremos propiedades algebraicas relevantes como las congruencias principales, funciones compatibles, álgebras simples y subdirectamente irreducibles. Por último, proporcionaremos una base ecuacional para la subvariedad generada por álgebras totalmente ordenadas y mostraremos que cierta lógica asociada a la variedad de RWH-álgebras simétricas posee un cierto tipo de teorema de la deducción.

Referencias

- [1] F. BOU, R. JANSANA. Strict-Weak Languages. An Analysis of Strict Implication. Ph.D. Thesis, Universitat de Barcelona, 2004.
- [2] S. CELANI, A. NAGY, H. J. SAN MARTÍN. The variety of modal weak Gödel algebras. *Fuzzy Sets and Systems* 456:125–143 (2023).
- [3] S. CELANI, R. JANSANA. A closer look at some subintuitionistic logics. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 42:225–255 (2001).
- [4] S. CELANI, R. JANSANA. Bounded distributive lattices with strict implication. *Mathematical Logic Quarterly* 51:219–246 (2005).
- [5] A. MONTEIRO. Sur les algèbres de Heyting symétriques. *Portugaliae Mathematica* 39 (1980).

Una nueva determinación de álgebras de Boole a partir de interdefinibilidad de operadores

Carlos Scirica

Universidad Nacional del Oeste

cscirica@uno.edu.ar

Dado un conjunto X , podemos definir una topología a partir de un operador de clausura $C : P(X) \rightarrow P(X)$ o bien a partir de un operador interior $I : P(X) \rightarrow P(X)$, donde las imágenes de estos operadores definen a los conjuntos cerrados y abiertos respectivamente. Si utilizamos estos operadores sobre álgebras de Boole, tenemos las álgebras de clausura, estudiadas por Tarski [2] o álgebras interiores también estudiadas por Naturman [1]. Es sabido que estos operadores son interdefinibles no solo en $P(X)$, sino también en álgebras de Boole. Pero esta interdefinibilidad deja de ser cierta si los aplicamos a álgebras de Heyting. Mostraremos condiciones necesarias y suficientes para ver cuándo uno de esos operadores puede definirse a partir del otro y daremos una interesante caracterización de álgebras de Boole a partir de estas interdefinibilidades.

Referencias

- [1] C. NATURMAN, H. ROSE. Interior algebras: Some universal algebraic aspects. *J. Korean Math. Soc.* 30(1):1-23 (1993).
- [2] J. C. C. MCKINSEY, A. TARSKI. The algebra of topology. *Ann. Math.* 45(1):141–191 (1944).

Eliminación del corte en lógicas asociadas a álgebras de Stone dobles

Juan S. Slagter*

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

juan.slagter@uns.edu.ar

En esta charla abordamos dos lógicas que surgen de manera natural a partir de las *álgebras de Stone dobles* [1], estructuras que combinan una negación de Heyting y una negación de Brouwer sobre un retículo distributivo acotado. Estas lógicas pertenecen a la clase de las llamadas lógicas de Heyting–Brouwer [4]. Por un lado, Düntsch y Orłowska propusieron en [2] una lógica asociada a estas álgebras, llamada *DSL*, basada en la preservación del orden. Por otro, Kumar, Gaur y Dewan introdujeron en [3] una lógica de cuatro valores, $\mathcal{L}_D$, surgida en el contexto de conjuntos aproximados, que recategoriza la vaguedad mediante nociones de pertenencia débil y no-pertenencia débil. En este trabajo se muestra que ambas lógicas coinciden.

Desarrollamos sistemas de secuentes para la lógica que preserva grados de verdad y para la lógica que preserva el orden asociadas a las álgebras de Stone dobles. En ambos casos se establecen teoremas de correctitud y completitud, y se demuestra la eliminación del corte aplicando el método de Maehara. Además, se analizan aspectos paraconsistentes y paracompletos de ambas lógicas.

*Trabajo en conjunto con Martín Figallo (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur).

Referencias

- [1] R. BALBES, G. GRÄTZER. Injective and projective Stone algebras. *Duke Math. J.* 38:339–347 (1971).
- [2] I. DÜNTSCH, E. ORŁOWSKA. Discrete dualities for double Stone algebras. *Stud. Log.* 99(1-3):127 (2011).
- [3] A. KUMAR, N. GAUR, B. DEWAN. A 4-valued logic for double Stone algebras. *Int. J. Approx. Reason.* 176:109309 (2025).
- [4] C. RAUSZER. Semi-Boolean algebras and their applications to intuitionistic logic with dual operations. *Fundam. Math.* 83:219–249, 1974.

Subestructuras y subretículos de precontacto

Luciana Valenzuela

Un *retículo distributivo con una relación de precontacto*, o *retículo de precontacto*, es un par $\langle L, C \rangle$, donde L es un retículo distributivo acotado y C es una relación binaria sobre L que satisface las siguientes condiciones:

(PC1) Si $(a, b) \in C$, entonces $a \neq 0$ y $b \neq 0$.

(PC2) $(a \vee b, x) \in C$ si y solo si $(a, x) \in C$ o $(b, x) \in C$.

(PC3) $(a, b \vee x) \in C$ si y solo si $(a, b) \in C$ o $(a, x) \in C$.

En el caso *booleano*, es decir, cuando L es un álgebra de Boole, estas estructuras poseen una buena teoría de representación y dualidad, mediante espacios de Stone dotados de una relación binaria cerrada. Para retículos distributivos en general, esta dualidad puede extenderse utilizando *espacios de Priestley* provistos de una relación binaria que satisface ciertas condiciones. Estos espacios se denominan *espacios de precontacto*.

Dado que los retículos de precontacto no constituyen álgebras en el sentido del álgebra universal, es posible considerar al menos dos tipos de morfismos entre ellos: los *homomorfismos de precontacto* y los *homomorfismos de precontacto fuerte*. En el caso booleano, cuando la relación de precontacto es modalmente definible, la noción de homomorfismo de precontacto fuerte coincide con la de *homomorfismo de álgebras modales*.

Estas dos nociones de morfismo permiten definir dos posibles generalizaciones del concepto de subálgebra. Introducimos así las nociones de *subestructura de precontacto* y de *subretículo de precontacto*. Mostramos que todo subretículo de precontacto es una subestructura de precontacto, aunque no necesariamente a la inversa. Utilizamos la dualidad para caracterizar estas subestructuras en

términos de relaciones sobre los espacios de Priestley duales, extendiendo resultados previos de Cigoli, Lafalce y Petrovich.

También se analiza la relación entre estas subestructuras y las clases de morfismos mencionadas. Se generaliza el hecho bien conocido de que un subconjunto $B \subseteq L$ es un subretículo de L si y solo si la función de inclusión $i: B \hookrightarrow L$ es un homomorfismo de retículos. En este contexto ampliado, mostramos que una subestructura de precontacto se corresponde, vía inclusión, con un homomorfismo de precontacto, mientras que un subretículo de precontacto se corresponde con un homomorfismo de precontacto fuerte.

Finalmente, se estudian dos casos particulares en los que una relación de precontacto surge de manera natural: los *retículos con un operador de negación* y las *álgebras de Boole modales*. En ambos casos, se demuestra que la noción usual de subálgebra coincide con la de *subretículo de precontacto* del retículo de precontacto asociado.

Estructura y álgebras distinguidas del conjunto de matrices ordenado por el orden grupo*

Cecilia R. Cimadamore,¹ Laura A. Rueda,¹ Néstor Thome,² Melina V. Verdecchia¹

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, 46022, Valencia, España

Sea B una matriz de orden n con coeficientes en $\mathbb{C}$ y de índice a lo sumo 1. En este trabajo [1] mostramos que el intervalo inicial $[O, B]$ ordenado por el orden parcial grupo tiene un álgebra booleana distinguida y damos una descripción de sus elementos. Para ello utilizamos los isomorfismos de orden entre tal intervalo inicial y ciertos conjuntos ordenados de proyectores. También caracterizamos las matrices que están por encima de una matriz dada en términos de su forma canónica de Jordan. Mitra en [2] mostró que el conjunto de todas las matrices de orden n de índice a lo sumo 1 con $n \geq 4$ no es un semireticulado inferior. Aquí extendemos este resultado a $n = 3$ y probamos que es un semireticulado inferior para $n = 2$. También respondemos negativamente a una conjetura dada por Mitra, Bhimasankaram y Malik en [3].

*Los autores fueron financiados por los proyectos PGI 24/L128 y PGI 24/ZL22, Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina. N. Thome fue financiado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España (REDES DE INVESTIGACIÓN, MICINNRED2022-134176-T), por la Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant Resol. RR 449/2024) y la Universidad Nacional de La Pampa (Grant Resol. 172/2024).

Referencias

- [1] C. R. CIMADAMORE, L. A. RUEDA, N. THOME, M. V. VERDECCHIA. Lattice properties of the sharp order. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas* 119:66 (2025).
- [2] S. K. MITRA. On group inverses and the sharp order. *Linear Algebra Appl.* 92:17–37 (1987).
- [3] S. K. MITRA, P. BHIMASANKARAM, S. B. MALIK. *Matrix Partial Orders, Shorted Operators and Applications. Series in Algebra vol.10*, World Scientific Publishing, Hackensack, NJ, 2010.

Una dualidad relacional de tipo Stone para álgebras de Pseudo-Inferencia*

William Zuluaga

UNICEN y CONICET

En la geometría euclidiana clásica, se considera que un punto es una noción primordial fundamental. En contraste, la teoría basada en regiones del espacio (RBTS, por sus siglas en inglés) toma como primitivas las regiones (cuerpos físicos abstractos), junto con relaciones mereológicas básicas como *parte-de*, *superposición* y *subsuperposición*. Este enfoque permitió que De Laguna [2] introdujera las Álgebras de Contacto, que se han convertido en un hito en el estudio de RBTS. Más tarde, Ivanova [3] introdujo las Álgebras de Contacto Extendidas en un esfuerzo por proporcionar estructuras con un lenguaje más expresivo.

Inspirados por el enfoque de [1] para las álgebras de subordinación, en esta charla introducimos las Álgebras de Pseudo-Inferencia (abreviadas como PSI-álgebras). Estas estructuras son álgebras booleanas equipadas con un operador ternario monotono que preserva las uniones binarias en las dos primeras coordenadas, satisface ciertos axiomas y sirve como una generalización de las Álgebras de Contacto Extendidas. Nuestro objetivo es establecer una dualidad relacional de tipo Stone para las PSI-álgebras.

*Este es un trabajo en preparación en colaboración con Rafał Gruszczyński, Paula Menchón y Sergio Celani como parte del Proyecto MOSAIC 101007627, financiado por el programa de investigación e innovación Horizon 2020 de la Unión Europea bajo las Acciones Marie Skłodowska-Curie.

Referencias

- [1] S. CELANI, R. JANSANA. A variety of algebras closely related to subordination algebras. *J. Appl. Non-Class. Log.* 32:(2-3):200–238 (2022).
- [2] T. DE LAGUNA. Point, line, and surface, as sets of solids. *J. Philos.* 19(17):449–461 (1922).
- [3] T. IVANOVA. Extended contact algebras and internal connectedness. *Stud. Log.* 108(2):239–254 (2020).

Comunicaciones de Matemática Aplicada

Cálculo de la primera constante periódica con un método en frecuencia

Cinthy A. Bares,^{1,2} Guillermo L. Calandrini,^{1,3} Jorge L. Moiola^{1,3}

¹Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica (IIIE), Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

²Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

³Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

cinthya.bares@uns.edu.ar, calandri@criba.edu.ar, jmoiola@uns.edu.ar

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de métodos en frecuencia constituyen una herramienta fundamental para el estudio y la clasificación del comportamiento dinámico de sistemas no lineales. En particular, permiten analizar tanto los puntos de equilibrio como las soluciones periódicas, así como su estabilidad en función de la variación de determinados parámetros del sistema. Este enfoque cobra especial relevancia en las cercanías de una bifurcación de Hopf, donde pequeños cambios pueden inducir transiciones de relevancia en la dinámica, tales como la aparición o desaparición de oscilaciones periódicas.

A partir de la aplicación del algoritmo propuesto en [1], es posible encontrar expresiones para el coeficiente de estabilidad (o constante de Lyapunov) y el frecuencial (o bien su inversa, la constante periódica). Estos coeficientes proporcionan información relevante sobre la geometría y la evolución de las trayectorias cercanas al equilibrio, permitiendo, entre otras cosas, estudiar las condiciones bajo las cuales un punto de tipo centro puede volverse isócrono. En este contexto, se destaca que la dependencia de la frecuencia con respecto al parámetro de bifurcación desempeña un papel central en la aparición de isocronismo.

Para mostrar la utilidad de estas herramientas, se abordarán distintos ejemplos representativos, entre ellos el clásico sistema de Bautin y, como caso particular, el sistema de Loud [2], donde se interpretarán cuándo se anulan los coeficientes o constantes periódicas. Estos resultados serán comparados con los obtenidos por otros autores [2, 3], al menos para la primera constante periódica.

Referencias

- [1] A. MEES, L. CHUA. The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems. IEEE Trans. on Circuits and Systems 26(4):235–254 (1979).
- [2] C. CHICONE, M. JACOBS. Bifurcation of critical periods for plane vector fields. Trans. Amer. Math. Soc. 312(2):433–486 (1989).
- [3] A. GASULL, A. GUILLAMON, V. MAÑOSA. An explicit expression of the first Lyapunov and period constants with applications. J. Math. Anal. Appl. 211:190–212 (1997).

Reconstrucción de sistemas dinámicos basada en datos: un test de fiabilidad

Guillermo Capobianco,¹ Ulises Chialva,¹ Horacio G. Rotstein^{2,3}

¹Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

²Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University, Newark, NJ, USA

³Investigador correspondiente de CONICET

El problema de reconstruir un sistema dinámico a partir de un conjunto limitado de órbitas experimentales ha cobrado recientemente atención considerable, impulsado por el desarrollo de nuevas técnicas basadas en redes neuronales artificiales, aprendizaje automático, algoritmos de entrenamiento optimizados y enfoques alternativos sustentados en sistemas continuos [1, 2, 3].

No obstante, evaluar la calidad de la reconstrucción presenta dos desafíos principales. El primero es la degeneración de los sistemas: distintas dinámicas pueden generar órbitas idénticas o tan similares que su distinción no siempre resulta posible. El segundo, relevante en el contexto de dinámicas ruidosas, consiste en definir qué se considera una buena reconstrucción cuando la unicidad de las órbitas para una condición inicial dada no está garantizada. Si bien se han propuesto diversas métricas que evalúan la fidelidad de una reconstrucción mediante distancias entre los datos observados y los predichos, todas ellas presentan limitaciones a la hora de comparar distintos métodos de reconstrucción.

En este trabajo abordamos la evaluación de la calidad de la reconstrucción. Revisamos algunas de las métricas más empleadas, destacando sus principales deficiencias y presentamos un nuevo test que estamos desarrollando. Este test, a diferencia de las métricas convencionales, no se basa en distancias entre trayectorias, sino que toma como medida de calidad la significancia estadística de la reconstrucción.

Referencias

- [1] G. KOPPE, H. TOUTOUNJI, P. KIRSCH, S. LIS, D. DURSTEWITZ. Identifying nonlinear dynamical systems via generative recurrent neural networks with applications to fmri. *PLoS Comp. Biol.* 15(8):e1007263 (2019).
- [2] D. DURSTEWITZ, G. KOPPE, M. I. THURM. Reconstructing computational system dynamics from neural data with recurrent neural networks. *Nature Reviews Neuroscience* 24(11):693–710 (2023).
- [3] M. BRENNER, G. KOPPE, D. DURSTEWITZ. Multimodal teacher forcing for reconstructing nonlinear dynamical systems. Preprint arXiv:2212.07892 [cs.LG] (2022).

Propagación de enfermedades infecciosas: un modelo metapoblacional

Guillermo Capobianco, **Romina Cobiaga**, Beatriz Marrón, Walter Reartes

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

En este trabajo presentamos un modelo metapoblacional para el estudio de la propagación de epidemias basado en el clásico modelo SIR (Susceptible-Infectado-Removido), donde cada nodo representa un centro poblacional, como una ciudad o un barrio, y las conexiones entre nodos modelan la movilidad y los contactos interregionales [1, 3, 5]. Para reflejar de forma más realista la estructura espacial de las poblaciones humanas, utilizamos redes RGG (Random Geometric Graphs, ver [4]), donde los nodos están distribuidos aleatoriamente en el espacio y se conectan si están a menos de una cierta distancia umbral. A diferencia del modelo SIR tradicional, que asume una mezcla homogénea, este enfoque captura múltiples picos en la curva de contagio, como ocurre en muchos brotes reales.

Analizamos además la influencia de factores topológicos, como los límites regionales y la conectividad, en la dinámica de la enfermedad. El número reproductivo básico $\mathcal{R}_0$ es una métrica clave en epidemiología. Usando el método de la matriz de próxima generación, calculamos el $\mathcal{R}_0$, el cual se relaciona con el espectro de la matriz de adyacencia de la red [1, 2]. Mediante simulaciones con diferentes configuraciones de RGG, estudiamos el comportamiento del $\mathcal{R}_0$ y observamos que sigue una distribución gaussiana inversa. Los análisis mediante histogramas, la función de distribución acumulada empírica y los QQ plots confirman un buen ajuste a esta distribución, lo que refuerza la validez del enfoque para escenarios con alta variabilidad espacial.

El modelo propuesto ofrece una herramienta eficaz para entender la evolución espacial de una epidemia, integrando aspectos topológicos y estadísticos, con potenciales aplicaciones en la planificación de estrategias de control.

Referencias

- [1] F. BRAUER, P. DRIESSCHE, J. WU. Mathematical Epidemiology. Lecture Notes in Mathematics vol. 1945, Springer, 2008.
- [2] J. M. HEFFERNAN, R. J. SMITH, L. M. WAHL. Perspectives on the basic reproductive ratio. *Journal of the Royal Society Interface* 2(4):281–293 (2005).
- [3] M. J. KEELING, P. ROHANI. Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals. Princeton University Press, 2011.
- [4] M. PENROSE. Random Geometric Graphs. Oxford Studies in Probability, Oxford, 2003.
- [5] L. WANG, X. LI. Spatial epidemiology of networked metapopulation: An overview. *Chinese Science Bulletin* 59:3511–3522 (2014).

Existencia de umbrales para un sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau acopladas

Mariano De Leo, Cristian Huenchul

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

mdeleo.uns@gmail.com, huenchul@uns.edu.ar

Recientemente se han obtenido materiales que presentan simultáneamente características nemáticas y superconductoras. Los modelos matemáticos que describen ese comportamiento surgen de acoplar las ecuaciones de Ginzburg-Landau de las densidades nemática g y superconductora f , junto con la ecuación de London para el potencial vectorial magnético A , ver [1]. Para el caso de una placa delgada sometida a un campo magnético uniforme en la dirección tangencial, con una adecuado reescalamiento, el sistema adopta la forma, ver [2]:

$$\begin{cases} A'' = f^2 A, & A'(0) = A'(1) = 1, \\ f'' = \kappa_s^2 f (A^2 + f^2 - 1 + \nu \beta g^2), & f'(0) = f'(1) = 0, \\ g'' = \kappa_n^2 f (c^2 + g^2 - 1 + \nu \beta^{-1} f^2), & g(0) = g(1) = 0, \end{cases}$$

donde $\nu > 0$ es el parámetro de acople y β es el parámetro de configuración: ambos parámetros dependen de las constantes físicas y/o geométricas del problema ($\kappa_{s,n}$, c , etc.) que asumiremos fijas. En esta charla haremos un enfoque riguroso y, basados en la formulación variacional, mostraremos la existencia de umbrales $\beta_*(\nu) < \beta^*(\nu)$ que delimitan la región con soluciones no triviales, ver [3]: si $\beta < \beta_*(\nu)$, entonces $g \equiv 0$ y si $\beta^*(\nu) < \beta$, entonces $f \equiv 0$. Asimismo, con un enfoque numérico, mostraremos que para $\beta_*(\nu) \lesssim \beta$ el umbral puede ser de *transición*: $g \sim 0$, o de *corte*: $g \not\equiv 0$, pero no necesariamente pequeña; y algo similar para f y $\beta^*(\nu)$.

Referencias

- [1] D. BARCI, R. CLARIM, N. L. SILVA JÚNIOR. Vortex and disclination structures in a nematic-superconductor state. *Physical Review B* 94:184507 (2016).
- [2] M. DE LEO, J. P. BORGNA Y D. GARCIA OVALLE. On the existence of nematic superconducting states on the Ginzburg-Landau regime. *Chaos Solitons and Fractals* 179:114439 (2024).
- [3] M. DE LEO, J. P. BORGNA, C. HUENCHUL. Non trivial solutions for a system of coupled Ginzburg-Landau equations. *Appl. Numer. Math.* 208:271–289 (2025).

Obtención numérica de soluciones no triviales asimétricas para un sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau moderadamente acoplado

Cristian Huenchul, Mariano De Leo

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

huenchul@uns.edu.ar, mdeleo.uns@gmail.com

Para el modelo superconductor en una placa delgada, se sabe que, para una adecuada elección de los parámetros de configuración, existen soluciones asimétricas; dado que las soluciones triviales son simétricas, dichas soluciones asimétricas deben ser no triviales, ver [1]. Más recientemente, se han propuesto modelos para acoplar la superconductividad y la nematicidad, ver [2] y [3]. La simetría de estos modelos con respecto al centro de la placa indica que si existen soluciones no triviales únicas, entonces éstas deben ser simétricas. En un trabajo previo (ver [4]) hemos caracterizado el tipo de soluciones en función de los parámetros del modelo, especialmente del parámetro de acople. Específicamente, hemos demostrado que la solución no trivial para valores pequeños de acople es única (por lo tanto simétrica), y hemos ofrecido evidencia numérica de la existencia de dos soluciones simétricas para un valor específico del parámetro de acople. En esta charla presentaremos una solución asimétrica, junto con el algoritmo que la computa. Asimismo, mostraremos que este algoritmo, basado en el *Método de disparo*, nos permite hallar, una vez fijado el parámetro de acople, el valor de umbral predicho en [4] para el parámetro de configuración.

Referencias

- [1] A. AFTALION, W. C. TROY. On the solutions of the one-dimensional Ginzburg–Landau equations for superconductivity. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 132(1–2): 214–232 (1999).
- [2] D. BARCI, R. CLARIM, N. L. SILVA JÚNIOR. Vortex and disclination structures in a nematic-superconductor state. *Physical Review B* 94:184507 (2016).
- [3] M. DE LEO, J. P. BORGNA Y D. GARCIA OVALLE. On the existence of nematic superconducting states on the Ginzburg-Landau regime. *Chaos Solitons and Fractals* 179:114439 (2024).
- [4] M. DE LEO, J. P. BORGNA, C. HUENCHUL. Non trivial solutions for a system of coupled Ginzburg-Landau equations. *Appl. Numer. Math.* 208:271–289 (2025).

Cotas y aproximaciones para el radio espectral de un grafo al aislar un subgrafo

Camilo A. Perez, Jairo A. Ángel

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

ca.perez@uniandes.edu.co, ja.angel908@uniandes.edu.co

Sea G un grafo no dirigido, conexo y sin bucles, con matriz de adyacencia simétrica e irreducible A . Consideremos el problema de aproximar el cambio del radio espectral resultante al aislar un subgrafo G' de G , con un conjunto de nodos $\mathcal{N}_k$, el cuál se consigue de la perturbación

$$\Delta A := - \left(\sum_{n \in \mathcal{N}_k} [A e_n e_n^t + e_n e_n^t A] - \sum_{i, j \in \mathcal{N}_k} a_{ij} e_i e_j^t \right).$$

Gracias a Perron-Frobenius podemos usar el método de potencias, con el autovector de A como estimado inicial, para obtener las aproximaciones de n -ésimo orden para el autovalor dominante de

$A + \Delta A$. Teniendo en cuenta lo anterior, esta perspectiva nos permite proponer aproximaciones del cambio del radio espectral distintos a los tradicionalmente utilizados en problemas similares, como los presentados en [3], [4] y [5], al aplicarla a nuestra perturbación.

Esta presentación tiene como objetivo dos cosas: por un lado, comparar entre sí las distintas cantidades; por otro, caracterizar los grafos en los que dichas aproximaciones son exactas o coinciden entre ellas, basándonos en los resultados presentados en [1] y [2].

Referencias

- [1] S. CIOABA. A necessary and sufficient eigenvector condition for a connected graph to be bipartite. *The Electronic Journal of Linear Algebra* 20:351–353 (2010).
- [2] S. CIOABA, D. GREGORY. Principal eigenvectors of irregular graphs. *The Electronic Journal of Linear Algebra* 16:366–379 (2007).
- [3] N. MASUDA. Immunization of networks with community structure. *New Journal of Physics* 11(12):123018 (2009).
- [4] T. WATANABE, N. MASUDA. Enhancing the spectral gap of networks by node removal. *Physical Review E* 82(4):046102 (2010).
- [5] J. H. WILKINSON. *The Algebraic Eigenvalue Problem*. Monographs on Numerical Analysis, Clarendon Press, 1988.

Arista-dominación eficiente hereditaria*

Germán N. Sabatini,^{1,*} Martín D. Safe²

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

Un conjunto dominante eficiente en un grafo es un conjunto independiente de vértices D tal que todo vértice del grafo pertenece a D o es adyacente a un único vértice en D . El problema de decidir si un grafo admite un conjunto dominante eficiente es NP-completo para grafos en general e incluso restringido a distintas clases de grafos, como por ejemplo los grafos de línea o los grafos cordales. No obstante, se conocen clases de grafos para las cuales el problema es polinomial, como los grafos split y los grafos de co-comparabilidad. Una caracterización estructural de la familia de los grafos tales que todo subgrafo inducido admite un conjunto dominante eficiente fue dada por Milanič [3].

Un matching en un grafo es un conjunto de aristas que no comparten vértices. Un conjunto dominante de aristas eficiente en un grafo es un matching F tal que toda arista del grafo está en F o es incidente a una única arista de F . De manera análoga a la dominación eficiente por vértices, el problema de decidir si un grafo admite un conjunto dominante de aristas eficiente es NP-completo en general, e incluso restringido a distintas clases de grafos como los grafos de línea [2]. También se conocen clases de grafos para las cuales el problema es polinomial, como los grafos bipartitos estrella-convexos [4] y los libres de P_{10} [1].

En este trabajo presentaremos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos de la clase de los grafos tales que todo subgrafo inducido admite un conjunto dominante de aristas eficiente. Además, ofreceremos una caracterización estructural de dicha clase describiendo las posibles componentes conexas de los grafos que la conforman.

*Los resultados fueron obtenidos en el marco del plan de trabajo presentado para la convocatoria 2022 a las Becas de Estímulo a las Vocaciones Científicas del Consejo Interuniversitario Nacional, bajo la dirección de Martín D. Safe.

Referencias

- [1] A. BRANDSTÄDT, R. MOSCA. Finding dominating induced matchings in P_{10} -free graphs in polynomial time. *Theoret. Comput. Sci.* 990(16):114404 (2024).
- [2] D. L. GRINSTEAD, P. J. SLATER, N. A. SHERWANI, N. D. HOLMES. Efficient edge domination problems in graphs. *Inform. Process. Lett.* 48(5):221–228 (1993).
- [3] M. MILANIČ. Hereditary efficiently dominatable graphs. *J. Graph Theory* 73(4):400–424 (2013).
- [4] B. S. PANDA, J. CHAUDHARY. Dominating induced matching in some subclasses of bipartite graphs. *Theoretical Computer Science* 885:104–115 (2021).

Suavizado del lagrangiano aumentado no diferenciable en problemas de optimización con restricciones generales

José L. Romero,¹ Damián Fernández,¹ Germán A. Torres²

¹Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba (CIEM-CONICET)

²Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Universidad Nacional del Nordeste (IMIT-CONICET)

jose Luisromero@unc.edu.ar, dfernandez@unc.edu.ar, german.torres@comunidad.unne.edu.ar

Se considera el siguiente problema de optimización:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \ f(x) \quad \text{sujeto a} \quad h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad (1)$$

donde las funciones $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ y $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ son continuamente diferenciables. Dentro de las estrategias existentes para resolver (1), uno de los enfoques más empleados es el método del lagrangiano aumentado clásico [1]. Este método se basa en la minimización iterativa de la función de Powell-Hestenes [2, 3]. La limitación principal radica en que introduce una penalización no exacta.

En los últimos años, una alternativa que ha cobrado interés es el lagrangiano aumentado *sharp*, definido como

$$\check{L}_r(x, \lambda) = f(x) + \langle \lambda, h(x) \rangle + r \|h(x)\|.$$

Si bien el uso de esta función introduce el desafío de minimizar una función no diferenciable en cada iteración, ofrece la ventaja de, bajo ciertas condiciones, proporcionar una penalización exacta, lo que garantiza la terminación finita del método. Para evitar la dificultad de la no diferenciabilidad, en [4] se reformuló el lagrangiano *sharp* de manera diferenciable mediante la introducción de un parámetro auxiliar t de suavizado. Esta reformulación permite obtener una función diferenciable para $t > 0$.

Se han propuesto dos algoritmos iterativos, y se ha demostrado que todo punto límite de la sucesión generada por tales algoritmos es punto estacionario del problema primal o es un punto estacionario de minimizar la infactibilidad. Además se darán detalles sobre la implementación, resolución de una familia de problemas tests, y el diseño de interfaces.

Referencias

- [1] E. G. BIRGIN, J. M. MARTÍNEZ. *Practical Augmented Lagrangian Methods for Constrained Optimization*. SIAM, 2014.
- [2] M. R. HESTENES. Multiplier and gradient methods. *Journal of Optimization Theory and Applications* 4(5):303–320 (1969).
- [3] M. J. D. POWELL. A method for nonlinear constraints in minimization problems. En *Optimization*, pp. 283–298, Academic Press, New York, 1969.

- [4] J. L. ROMERO, D. FERNÁNDEZ, G. A. TORRES. Enhancing sharp augmented Lagrangian methods with smoothing techniques for nonlinear programming. Preprint arXiv:2410.03050 [math.OC] (2024).

Grafos sin triángulos cuyo cuadrado de línea no tiene agujeros de longitud al menos k^*

Martín D. Safe, Martina Vergara

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

El *grafo de línea* de un grafo G , denotado $L(G)$, tiene un vértice por cada arista de G y dos vértices de $L(G)$ son adyacentes si y solo si corresponden a aristas que comparten un extremo. El *cuadrado* de un grafo G , denotado G^2 , tiene los mismos vértices que G y dos vértices de G^2 son adyacentes si y solo si están unidos en G por un camino de longitud a lo sumo 2. El *cuadrado de línea* de un grafo G es el cuadrado del grafo de línea de G , es decir, $L(G)^2$. Denotamos por C_k al ciclo sin cuerdas con k vértices. Decimos que C_k es un *agujero* si $k \geq 4$. Un grafo es *libre de C_k* si no contiene C_k como subgrafo inducido. Un grafo es *libre de $C_{\geq k}$* si es libre de C_t , para todo $t \geq k$.

Dos aristas se dicen *independientes* si no comparten extremos ni son ambas incidentes a una arista en común. El problema del MATCHING INDUCIDO MÁXIMO (MIM) consiste en encontrar un conjunto de aristas independientes dos a dos de máxima cardinalidad. El problema del CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO (CIM) consiste en hallar un conjunto de vértices no adyacentes dos a dos de máxima cardinalidad. Claramente, resolver MIM en un grafo G es equivalente a resolver CIM en $L(G)^2$. Este hecho implica que MIM puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial) en la clase de todos los grafos G tales que $L(G)^2 \in \mathcal{H}$, para cada clase $\mathcal{H}$ de grafos en la cual CIM puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial).

En particular, se sabe que CIM se puede resolver en tiempo polinomial en la clase de los grafos libres de $C_{\geq 5}$ [1] y en tiempo cuasipolinomial en la clase de los grafos libres de $C_{\geq k}$, para cada k [2]. Por lo tanto, si $\mathcal{G}_{\geq k}$ es la clase de los grafos G tales que $L(G)^2$ es libre de $C_{\geq k}$ entonces MIM se puede resolver en tiempo polinomial en $\mathcal{G}_{\geq 5}$ y en tiempo cuasipolinomial en $\mathcal{G}_{\geq k}$, para cada k , respectivamente.

Scheidweiler y Wiederrecht [3] caracterizaron la clase de los grafos cuyo cuadrado de línea es libre de C_k , para cada $k \geq 4$. A partir de dicha caracterización, en particular, hallaron la familia de subgrafos inducidos prohibidos para la clase de los grafos cuyo cuadrado de línea es cordal, esto es, para $\mathcal{G}_{\geq 4}$. Sin embargo, ninguna de estas caracterizaciones es por subgrafos inducidos prohibidos minimales, pues algunos de los subgrafos prohibidos contienen a otros como subgrafos inducidos propios.

Adaptando métodos que desarrollamos en un trabajo previo sobre cuadrados de línea libres de caminos sin cuerdas, en esta comunicación presentamos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase de los grafos sin triángulos cuyo cuadrado de línea es libre de $C_{\geq k}$, para cada $k \geq 4$. Cada familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales queda caracterizada mediante un conjunto de cadenas aceptadas por un autómata finito determinista.

*Los autores fueron financiados parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 y 24/L133 de la Universidad Nacional del Sur. Martín D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.

Referencias

- [1] T. ABRISHAMI, M. CHUDNOVSKY, M. PILIPCZUK, P. RZAŻEWSKI, P. SEYMOUR. Induced subgraphs of bounded treewidth and the container method. *SIAM J. Comput.* 53(3):624–647 (2024).
- [2] P. GARTLAND, D. LOKSHANOV, M. PILIPCZUK, M. PILIPCZUK, P. RZAŻEWSKI. Finding large induced sparse subgraphs in $C_{\geq t}$ -free graphs in quasipolynomial time. En: *STOC '21—Proceedings of the 53rd Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing*, pp. 330–341, ACM, New York, 2021.

- [3] R. SCHEIDWEILER, S. WIEDERRECHT. On chordal graph and line graph squares. *Discrete Appl. Math.* 243:239–247 (2018).

Comunicaciones de Probabilidad y Estadística

Super-relevant synthetic data with individualized Shapley values

Fernando Delbianco,^{1,2} Fernando Tohmé^{1,2}

¹Departamento de Economía, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

In this work we analyze Individualized Prediction and how it can be enhanced using synthetic data chosen according to their Shapley values. Assume that $\mathcal{O}$ consists of entries $\{o_i = \langle x_i, y_i \rangle\}_{i=1, \dots, n}$, where each o_i is a vector with two components: x_i , a vector of p variables called the *tail* of o_i ; and y_i , the *head* of o_i . A query q consists of a *tail*, x_0 , with no *head*, and with $x_0 \neq x_i$, for $i = 1, \dots, n$. A distribution $P_{\theta q}$ over $\mathcal{O}$ has as its support the set of *relevant* observations $\mathcal{O}_q \subseteq \mathcal{O}$. $P_{\theta q}$ is defined by the *similarity* between x_0 and the x_i 's. A *robust* inference yields a distribution $\bar{P}_{\theta q}$. Its support consists of pairs $\langle x, y \rangle$ similar to those in $\mathcal{O}_q$, yielding a set $\bar{\mathcal{O}}_q$ such that [1]:

Theorem. *The distribution $\bar{P}_{\theta q}$ with support $\bar{\mathcal{O}}_q$ minimizes $E(\bar{P}_{\theta q}) - E(P_{\theta q})$, yielding a class $\bar{Y}_q = \{y : \text{there exists } \langle x, y \rangle \in \bar{\mathcal{O}}_q \text{ with } \bar{P}_{\theta q}(\langle x, y \rangle) > 0\}$ of potential answers to the query.*

A further refinement can be obtained by taking into account the model inferred in the first step, $y = f(x)$. The contribution of an individual $o_k = \langle x_k, y_k \rangle$ to the prediction $f(x_0)$ for the query q is its *Shapley value*

$$\phi_k(f, x_0) = \sum_{S \subseteq \mathcal{O}_q \setminus \{o_k\}} \frac{|S|!(|\mathcal{O}_q| - |S| - 1)!}{|\mathcal{O}_q|!} (f(x_0|S \cup \{x_k\}) - f(x_0|S)),$$

where S is a subset of $\mathcal{O}_q$ without o_k . Given a tail x_0 , we can normalize the Shapley values as follows:

$$\phi_0(f, \emptyset) + \sum_{k=1}^n \phi_k(f, x_0) = f(x_0).$$

Consider a binary function $L(o_k)$, for $o_k \in \mathcal{O}_q$, which is 1 if $|(y_k - f(x_k))| \leq \gamma$, for a given $\gamma \geq 0$ while $L(o_k) = 0$, otherwise. We normalize the Shapley values, i.e., for each k :

$$\bar{\phi}'_k := \frac{\bar{\phi}_k}{f(x_0) - E_{x_k \in \mathcal{O}_q} f(x_k)}.$$

Then, we run the following LASSO regression

$$L(o_k) = \beta_0 + \sum_{o_j \in \mathcal{O}_q} \beta_j \bar{\phi}'_j + \epsilon \quad \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n |\beta_j^k| < \theta.$$

Only the observations in $\mathcal{O}_q$ with non-zero coefficients in the LASSO regression are kept. This yields a restricted set of relevant observations, $\mathbf{O}_q \subseteq \mathcal{O}_q$. The elements of $\mathbf{O}_q$ are *super-relevant* observations.

Referencias

- [1] F. DELBIANCO, A. FIORITI, F. TOHMÉ. A methodology to answer to individual queries: finding relevant and robust controls. *Behaviormetrika* 48(2):259–282 (2021).

Una función de costo basada en el tráfico de redes de datos

Carina Fernández, José Bavio

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

En las últimas décadas, el crecimiento sostenido del tráfico en redes de datos, ha generado nuevos desafíos en el diseño y gestión eficiente de infraestructuras de telecomunicaciones. Las redes actuales deben adaptarse a fluctuaciones temporales en la demanda de transferencia, mantener la calidad de servicio (QoS) y, al mismo tiempo, operar de forma económicamente sostenible. En este contexto, el análisis del costo asociado a la tasa de transferencia de datos se presenta como una herramienta relevante para evaluar y optimizar el rendimiento operativo y económico de dichas redes.

En este trabajo se define una función de costo promedio que permite cuantificar el costo operativo medio asociado a la tasa de transferencia de datos en un determinado intervalo de tiempo. Mediante el estudio de esta función se pretende capturar el comportamiento dinámico del tráfico y su impacto económico en la operación de la red. Esto contribuye al diseño de estrategias tarifarias adaptativas y mecanismos de control, que respondan a condiciones dinámicas de congestión y tráfico.

La capacidad de reflejar costos reales en la estructura tarifaria, contribuye a incentivar el uso eficiente de la red, a mejorar la gestión de la congestión y a ofrecer servicios diferenciados de manera sostenible. En este sentido, se introduce una definición formal de la función de costo promedio basada en la tasa de transferencia instantánea, y se la analiza en distintos escenarios de tráfico y funciones de costo. Se consideran configuraciones simples y otras más complejas con variabilidad temporal, evaluando propiedades como la monotonía, la sensibilidad a picos de tráfico y el efecto de diferentes estructuras tarifarias.

Este estudio refleja que, dicha función no solo proporciona un criterio operativo útil para la asignación de recursos, sino que además permite desarrollar esquemas de tarificación más precisos, que reflejen de forma más fiel los costos reales del uso de la red. Esto resulta de particular interés tanto para operadores de servicios, que buscan mejorar la eficiencia y sostenibilidad económica, como para organismos reguladores, en el diseño de políticas que garanticen una distribución equitativa y competitiva de los recursos.

Métodos de codificación de marcadores moleculares codominantes

Antonio F. Garayalde

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

agarayalde@criba.edu.ar

Para el cálculo de medidas de distancia entre individuos a partir de la información obtenida de los marcadores moleculares codominantes es necesario codificar los patrones observados en los genes. Esta codificación depende del nivel de ploidía del organismo estudiado existiendo diferentes alternativas. A partir de la tabla codificada es posible calcular una medida de distancia que represente la diferencia entre los posibles genotipos. Un enfoque muy utilizado es el de codificar los alelos de manera binaria (1 para la presencia y 0 para la ausencia) generando vectores alélicos y luego sumarlos, obteniendo vectores aditivos a partir de los cuales se calcula posteriormente una distancia definida como un medio de la distancia euclídea al cuadrado. Esta distancia obtenida genera una inconsistencia en los valores que se obtiene entre ciertos genotipos ya que puede dar diferentes valores entre individuos que no comparten ningún alelo dependiendo de los genotipos en comparación.

Se propone una reorganización lógica de los vectores alélicos para luego calcular a partir de ahí una distancia euclídea. La reorganización se basa en que el orden de los alelos es genéticamente irrelevante, es decir que, por ejemplo, los genotipos AB y BA son equivalentes ya que la posición es arbitraria. La reorganización consiste en colocar en los vectores alélicos siempre primero la presencia del alelo

en los heterocigotas. De esta manera, al aplicar un medio de la distancia euclídea al cuadrado entre individuos, a partir de sus vectores alélicos reorganizados se obtiene como resultado un valor igual a cero cuando los genotipos comparten ambos alelos, 1 cuando comparten sólo uno de sus alelos y 2 cuando no comparten ningún alelo. Otra forma de lograr este mismo resultado es utilizar a partir de los vectores aditivos la distancia de Manhattan en lugar de la euclídea al cuadrado.

Análisis estadístico aplicado a la caracterización de piezas en un registro arqueológico

Alicia Hernández,^{1,2} Liliana García,¹ Rodrigo J. Vecchi^{3,4}

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

²Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca

³Departamento de Humanidades, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

⁴Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

El registro documental y etnográfico muestra que, a la llegada de los europeos al Río de la Plata a principios del siglo XVI, estaban en uso, al menos, cuatro tipos de bolas líticas.

Los estudios arqueológicos sobre las bolas líticas se centraron en sus elementos morfológicos (tamaño y peso) y tecno-tipológicos (materia prima, presencia o ausencia de surco de sujeción, pulido, etc.); no obstante, hasta el momento no se contaba con una clasificación de los tipos de boleadoras presentes en los registros arqueológicos y su correspondencia con diferentes sistemas de armas.

El objetivo de este trabajo fue determinar, mediante análisis estadísticos, la existencia de diferentes sistemas de armas a partir de un registro arqueológico. Para ello se analizaron 272 piezas recuperadas en la Depresión del río Salado, el área Interserrana y el Sudoeste bonaerense, sitios datados en el Holoceno tardío (5000 a.P.).

De acuerdo con la densidad y la materia prima utilizada, las bolas se agruparon en ígneas, metamórficas y sedimentarias. En cada uno de estos grupos se consideraron para su estudio analítico el diámetro mayor, el diámetro menor y el peso de las piezas. Con estas variables críticas se realizaron análisis estadísticos univariados y multivariados que permitieron determinar la existencia de tres grupos afines en diámetro y peso. En dos de los casos se trataría de piezas utilizadas en armas arrojadas, en tanto que el tercero correspondería a un arma utilizada como maza. Esto permitió comprobar la existencia de diferentes sistemas de armas bajo el nombre de boleadoras.

Enseñar homotecia en base a preguntas: resultados de una implementación

Paula Rabanedo,¹ Viviana C. Llanos^{1,2}

¹Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

prabanedo@alumnos.exa.unicen.edu.ar, vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar

La homotecia y otros saberes geométricos vinculados son estudiados de manera superficial y aislada o más aún, no se enseñan “de hecho” en la escuela secundaria, y esto radicaría en cómo los profesores han estudiado estos saberes en su formación. Una respuesta al problema de la desarticulación de los saberes escolares, y una forma de recuperar el sentido, en este caso de la geometría, es reemplazar el paradigma de enseñanza vigente por el *Paradigma de Investigación y del Cuestionamiento del Mundo* [1]. En este marco, los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) [1], permiten generar procesos de estudio e investigación en el aula; y sintéticamente se definen por el *esquema herbartiano*

$[S(X, Y, Q_0) \Rightarrow M] \Rightarrow R^\heartsuit$, donde S es el sistema didáctico formado por los estudiantes X y los profesores Y que estudian una pregunta generatriz Q_0 ; la cual actúa como el corazón del estudio, y requiere de un medio M que la mantenga viva. En M se incorporan preguntas derivadas Q_i , respuestas “hechas”, obras (matemáticas o no), y otros datos útiles, para generar la respuesta $R^\heartsuit$ apropiada para S y que no está dada de antemano.

Analizamos los resultados en términos del *esquema herbartiano*, identificando los elementos de M utilizados en la reconstrucción de $R^\heartsuit$ y los alcances y limitaciones de introducir un REI, que inicia en Q_0 : *¿Por qué una fotocopidora puede realizar la ampliación y reducción de una imagen conservando las características de la misma?*, en un contexto real, como lo es la formación de profesores en Matemática, para enseñar geometría, y específicamente homotecia. La implementación se llevó a cabo durante 13 clases con 5 estudiantes de un Instituto Superior de Bahía Blanca, donde el investigador es el profesor.

Referencias

- [1] Y. CHEVALLARD. Enseñar matemáticas en la sociedad del mañana: alegato a favor de un contraparádigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education* 2(2) 161–182 (2013).

Enseñanza activa de estadística descriptiva con escenarios virtuales

Verónica San Román

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina

vsanroman@gmail.com

La educación universitaria tradicional, basada en una transmisión unidireccional del conocimiento, resulta insuficiente frente a los profundos cambios sociales y tecnológicos actuales. Es necesario adoptar un modelo educativo más dinámico, participativo y colaborativo, donde el aprendizaje sea concebido como un proceso social y constructivo [2]. En este marco, las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se posicionan como herramientas fundamentales para facilitar la construcción colectiva del saber en entornos virtuales [3, 4]. Con este enfoque, se diseñó una secuencia didáctica innovadora, donde se integran recursos digitales y metodologías activas, orientadas a la enseñanza de la estadística descriptiva a estudiantes del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Sur (UNS) [1, 5]. El análisis de una experiencia piloto arrojó resultados altamente positivos. La integración de las TIC con enfoques pedagógicos activos no solo favoreció una comprensión más profunda de los contenidos estadísticos, sino que también promovió el desarrollo de competencias esenciales para la formación docente del siglo XXI, entre los que se destacan la autonomía, la colaboración, la alfabetización digital y la reflexión crítica. Esto evidencia el potencial transformador de propuestas didácticas que combinan innovación tecnológica y estrategias participativas en la formación inicial docente.

Referencias

- [1] C. BATANERO, C. DÍAZ, J. M. CONTRERAS, R. ROA. El sentido estadístico y su desarrollo. *Revista de didáctica de las Matemáticas* 83:7–18 (2013).
- [2] I. DUSSEL. Aprender y enseñar en la cultura digital. Documento Básico. VII Foro Latinoamericano de Educación. Experiencias y aplicaciones en el aula. Aprender y enseñar con nuevas tecnologías. Fundación Santillana, Buenos Aires, 2011.
- [3] G. EDELSTEIN. Problematicar las prácticas de la enseñanza. *Perspectiva* 20(2):467–482 (2002).

-
- [4] B. GROS. La caída de los muros del conocimiento en la sociedad digital y las pedagogías emergentes. *Education in the Knowledge Society* 16(1):58–68 (2015).
 - [5] J. SALINAS. Cambios metodológicos con las TIC: estrategias didácticas y entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje. *Bordón. Revista de Pedagogía* 56(3):469–481 (2004).