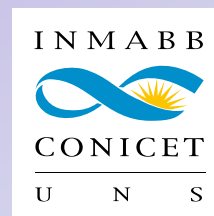


# XVII Congreso Dr. Antonio Monteiro

Universidad Nacional del Sur  
Bahía Blanca, Argentina

7 al 9 de Junio de 2023

Organizan



Con el apoyo de



Secretaría de Ciencia  
y Tecnología, UNS



# Contenido

Acerca del Congreso Dr. Antonio Monteiro .....	2
Resumen de actividades .....	3
Programa general .....	5
Programa de comunicaciones .....	7
Resúmenes de conferencias .....	14
Cursos y Taller virtual .....	17
Resúmenes de comunicaciones	
Álgebra .....	19
Análisis .....	22
Ecuaciones Diferenciales .....	26
Educación .....	28
Geometría .....	30
Grafos .....	33
Lógica .....	40
Matemática Aplicada .....	49
Probabilidad y estadística .....	57
Teoría de Juegos .....	60
Resúmenes de pósteres .....	64
Información del lugar .....	72
Índice de expositores .....	75

## Acerca del Congreso Dr. Antonio Monteiro

El Congreso Dr. Antonio Monteiro fue instituido por la Universidad Nacional del Sur en 1989, en homenaje a quien fuera el organizador y primer director del Instituto de Matemática, y un investigador y maestro destacado, impulsor de los estudios de matemática en Bahía Blanca y su zona.

El Congreso se realiza cada dos años, con énfasis alternativo en distintas ramas de la matemática. Si bien hay un tema central, se promueve también la participación de matemáticos no necesariamente especialistas en el tema elegido, quienes contribuyen con comunicaciones y/o trabajos en las actas. Esta ha sido precisamente una de las características del Dr. Antonio Monteiro: alentar todas las ramas de la matemática.

Estos son las fechas y temas centrales de los congresos previos:

Nro.	Fecha	Tema central
I	Agosto 1991	Geometría diferencial
II	Abril 1993	Análisis
III	Abril 1995	Álgebra
IV	Abril 1997	Estadística
V	Abril 1999	Lógica
VI	Julio 2001	Geometría
VII	Agosto 2003	Análisis
VIII	Mayo 2005	Álgebra
IX	Mayo-Junio 2007	Lógica
X	Mayo 2009	Probabilidad y estadística
XI	Mayo 2011	Geometría
XII	Mayo 2013	Análisis
XIII	Mayo 2015	Álgebra
XIV	Mayo-Junio 2017	Lógica
XV	Junio 2019	Probabilidad y estadística
XVI	Mayo-Junio 2021	Geometría

Después de cada edición del Congreso se publica un volumen de la serie *Actas del Congreso Antonio Monteiro*. Además de los trabajos que resultan aceptados luego del proceso de referato, las actas contienen notas de los cursos y de las conferencias, así como los resúmenes de las comunicaciones presentadas. El contenido de la publicación es indizado por *Mathematical Reviews*.

# XVII Congreso Dr. Antonio Monteiro 7 al 9 de Junio de 2023

## Tema central: Matemática Aplicada

### CONFERENCIAS

- **Flavia Bonomo.** List matrix partition problems on chordal graphs parameterized by leafage.
- **Alicia Dickenstein.** Más allá de las redes booleanas.
- **Guillermo Durán.** Operations Research Applications developed in the last 20 years at Argentinian and Chilean Universities.
- **Mariana Escalante.** Sobre la construcción de estructuras en grafos asociadas a la integralidad de poliedros presentes en ciertos problemas de programación entera: perfección y persistencia.
- **Alejandro Neme.** Soluciones Cooperativas y Competitivas para los Juegos de Asignación.
- **Horacio G. Rotstein.** Mathematical Degeneracy Meets Biological Degeneracy: Implications for Dynamical Systems Reconstruction.

### CURSOS

- **Constanza Sánchez de la Vega.** Control óptimo de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- **Mariano De Leo.** Autovalores de matrices especiales y aplicaciones.
- **Diego Rial.** Métodos de descomposición temporal.

### TALLER VIRTUAL

#### *Aspectos matemáticos de la computación cerebral*

- **Alan Bush.** Mass General Research Institute, Harvard Medical School, EE.UU.
- **Guillermo Cecchi.** IBM Research, EE.UU.
- **Carina Curto.** Pennsylvania State University, EE.UU.
- **Soledad Gonzalo Cogno.** Kavli Institute for Systems Neuroscience, Norway.
- **Gabriel Kreiman.** Harvard Medical School, EE.UU.
- **Sara Solla.** Northwestern University, EE.UU.

### COMUNICACIONES - PÓSTERES

- **Álgebra :** Juan Francisco Gottig, Alejandro Petrovich, Lucrecia Juliana Román.
- **Análisis :** Marcos Bonich, Ignacio Bono Parisi, Gonzalo Ibañez Firnkorn, Jorgelina Recchi, Daniela Szylo, Victoria Torres.
- **Ecuaciones Diferenciales :** Gabriel Monzón, Lorenzo Fabian Sierra.
- **Educación :** Paula Rabanedo.
- **Geometría :** Santiago Capriotti, Matías Caruso, Sebastián Ferraro, Eduardo García-Toraño Andrés, Emilio Lauret.

- **Grafos** : María Gracia Cornet, Alberto Ferrari, Ana Gargantini, Verónica Moyano, Adrián Pastine, María Guadalupe Payo Vidal, Rocío Belén Suárez Albanesi, Martina Vergara.
- **Lógica** : Matías Álvarez, Sebastián Buss, Cecilia R. Cimadamore, Juan M. Cornejo, Luciano J. González, Juan Pablo Jorge, Agustín Nagy, Gabriel Savoy, Valeria A. Sígal, Luciana Valenzuela, Lucía F. Valverde.
- **Matemática Aplicada** : Andrea Bel, Roberto Ben, Paola Bonfili, Ulises Chialva, Mariano De Leo, Franco S. Gentile, Cristian Huenchul, Iván Mandelman, Lisandro Raviola.
- **Probabilidad y estadística** : Agustín Álvarez, José Bavio, María Virginia Piergentili.
- **Teoría de Juegos** : Adriana Amieva, R. Pablo Arribillaga, Agustín G. Bonifacio, Natalia Kontorovsky, Andrés Mauricio Lucero Quevedo, Pablo Neme, Jorge Oviedo.
- **Pósteres** : Cinthya A. Bares, Guillermo Capobianco, Agustina Casco Alberino, Ulises Chialva, Martín V. Ibarra, Daniela Malegarie, Rodrigo J. Moreno, Rodrigo F. O. Pena, Verónica San Román, Fernanda Villareal.

**COMITÉ ORGANIZADOR**

Andrea Bel

Guillermo Calandrini

Guillermo Capobianco

Ulises Chialva

Romina Cobiaga

Mariano De Leo

Viviana Díaz

Beatriz Marrón

Mariana Prieto

Walter Reartes

Martín Safe

Fernando Tohmé

Ana Torresi

**COMITÉ CIENTÍFICO**

Amparo María Conde Marmol

María Edith Padrón Fernández

Horacio Rotstein

Virginia Vera de Serio

Sebastián Ferraro

María Cristina Martín

Sheldy Ombrosi

María Julia Redondo

Ignacio Viglizzo

## Programa general

Las actividades se desarrollarán en el Centro Histórico Cultural (CHC), Rondeau 29-35, (en su Espacio Central, Auditorio y Sala 2), y en la Sede de Rectorado de la UNS, Colón 80, (Sala Bergé y Salón Fundadores). Ver información del lugar en la página 72.

### Miércoles 7 de junio

08:00–11:00	<i>Acreditaciones</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
08:30–10:30	Curso 1: “Control Óptimo de Ecuaciones Diferenciales” Constanza Sánchez de la Vega	<b>Sala 2 (CHC)</b>
08:30–10:30	Curso 2: “Autovalores de matrices especiales y aplicaciones” Mariano De Leo	<b>Auditorio (CHC)</b>
10:30–	<i>Café</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
11:00–12:30	Acto inaugural - Conferencia virtual: Alicia Dickenstein	<b>Auditorio (CHC)</b>
15:00–18:00	<i>Acreditaciones</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
14:00–16:40	Comunicaciones de Álgebra - Geometría	<b>Sala Bergé (Colón 80)</b>
14:30–16:30	Curso 3: “Métodos de descomposición temporal” Diego Rial	<b>Salón Fundadores (Colón 80)</b>
14:30–16:30	Comunicaciones de Lógica (parte I)	<b>Sala 2 (CHC)</b>
14:30–16:30	Taller Virtual (parte I): “Aspectos matemáticos de la computación cerebral”	<b>Auditorio (CHC)</b>
16:30–	<i>Café</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
17:00–18:30	Taller Virtual (parte II): “Aspectos matemáticos de la computación cerebral ”	<b>Auditorio (CHC)</b>
17:00–18:40	Comunicaciones de Lógica (parte II)	<b>Sala 2 (CHC)</b>
18:45–19:45	Conferencia: Guillermo Durán	<b>Auditorio (CHC)</b>

**Jueves 8 de junio**

08:00–11:00	<i>Acreditaciones</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
08:10–10:30	Comunicaciones de Teoría de Juegos	<b>Auditorio (CHC)</b>
08:30–10:30	Curso 1: “Control Óptimo de Ecuaciones Diferenciales” Constanza Sánchez de la Vega	<b>Salón Fundadores (Colón 80)</b>
08:30–10:30	Curso 2: “Autovalores de matrices especiales y aplicaciones” Mariano De Leo	<b>Sala Bergé (Colón 80)</b>
08:50–10:30	Comunicaciones de Probabilidad y Estadística - Educación	<b>Sala 2 (CHC)</b>
10:30–	<i>Café</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
11:00–12:00	Conferencia virtual: Horacio G. Rotstein	<b>Auditorio (CHC)</b>
14:10–16:30	Comunicaciones de Matemática Aplicada - Ecuaciones diferenciales (parte I)	<b>Auditorio (CHC)</b>
14:30–16:30	Comunicaciones de Análisis	<b>Sala Bergé (Colón 80)</b>
14:30–16:30	Curso 3: “Métodos de descomposición temporal” Diego Rial	<b>Salón Fundadores (Colón 80)</b>
15:10–16:30	Comunicaciones de Grafos (parte I)	<b>Sala 2 (CHC)</b>
16:30–	<i>Café</i>	<b>Espacio Central (CHC)</b>
16:30–18:20	Pósteres	<b>Espacio Central(CHC)</b>
17:00–18:20	Comunicaciones de Grafos (parte II)	<b>Sala 2 (CHC)</b>
17:00–18:20	Comunicaciones de Matemática Aplicada - Ecuaciones diferenciales (parte II)	<b>Auditorio (CHC)</b>
18:30–19:30	Conferencia: Mariana Escalante	<b>Auditorio (CHC)</b>
19:30–22:30	<i>Vino de honor</i>	<b>Espacio Central(CHC)</b>

**Viernes 9 de junio**

09:00–10:00	Conferencia: Alejandro Neme	<b>Auditorio (CHC)</b>
10:00–11:00	Conferencia virtual: Flavia Bonomo	<b>Auditorio (CHC)</b>
11:00–13:00	<i>Brunch</i>	<b>Espacio Central(CHC)</b>

---

## Programa de comunicaciones

### ■ COMUNICACIONES DE ÁLGEBRA - GEOMETRÍA

**Miércoles 7 de junio — Sala Bergé (Colón 80)**

- 
- 14:00–14:20 **JUAN FRANCISCO GOTTIG.** Soluciones racionales de sistemas de ecuaciones diagonales y su aplicación al “subset sum problem”
- 
- 14:20–14:40 **M. DICKMANN, A. PETROVICH.** Anillo de series formales y Semigrupos reales simétricos
- 
- 14:40–15:00 **LUCRECIA JULIANA ROMÁN.** El Ext-álgebra para deformaciones infinitesimales
- 
- 15:00–15:20 **SANTIAGO CAPRIOTTI.** Reformulación de la correspondencia entre gravedad 3-dimensional y teoría de Chern-Simons en el fibrado de bases afín
- 
- 15:20–15:40 **MATÍAS CARUSO, JAVIER FERNÁNDEZ, CORA TORI, MARCELA ZUCCALLI.** Sobre la reducción y discretización de sistemas Lagrangianos forzados
- 
- 15:40–16:00 **SEBASTIÁN FERRARO, DAVID MARTÍN DE DIEGO, RODRIGO T. SATO MARTÍN DE ALMAGRO.** Sobre la resolución de ecuaciones variacionales discretas con condiciones de borde
- 
- 16:00–16:20 **EDUARDO GARCÍA-TORAÑO ANDRÉS.** El teorema de Albert en geometría policosimpléctica
- 
- 16:20–16:40 **EMILIO LAURET.** Espacios simétricos espectralmente distinguidos
-



## ■ COMUNICACIONES DE LÓGICA

### Miércoles 7 de junio (parte I) — Sala 2 (CHC)

---

14:30–14:50	<b>MATÍAS ÁLVAREZ</b> , DIEGO CASTAÑO, JOSÉ PATRICIO DÍAZ VARELA. El subreducto implicativo monádico de las Álgebras de Gödel monádicas
14:50–15:10	<b>SEBASTIÁN BUSS</b> , DIEGO CASTAÑO, JOSÉ PATRICIO DÍAZ VARELA. Propiedades estructurales de núcleos sobre reticulados residuados
15:10–15:30	<b>CECILIA R. CIMADAMORE</b> , LAURA A. RUEDA, NÉSTOR THOME, MELINA V. VERDECCHIA. Algunos resultados sobre el orden parcial grupo definido sobre matrices
15:30–15:50	DIEGO CASTAÑO, <b>JUAN M. CORNEJO</b> . Una extensión de las Álgebras de Łukasiewicz trivalentes equivalente a las álgebras de semi Nelson semisimples
15:50–16:10	<b>LUCIANO J. GONZÁLEZ</b> , SERGIO A. CELANI. Una dualidad topológica libre de elección para las álgebras de Tarski
16:10–16:30	<b>JUAN PABLO JORGE</b> , HERNÁN LUIS VÁZQUEZ, FEDERICO HOLIK. Valuaciones de complejidad: un marco semántico general para lenguajes proposicionales

---

### Miércoles 7 de junio (parte II) — Sala 2 (CHC)

---

17:00–17:20	S. CELANI, <b>A. NAGY</b> , W.J. ZULUAGA BOTERO . Bounded distributive lattices with strict implication and weak co-implication
17:20–17:40	<b>GABRIEL SAVOY</b> . El calculo de primer orden de las t-normas continuas
17:40–18:00	JUAN MANUEL CORNEJO, HERNÁN J. SAN MARTÍN Y <b>VALERIA A. SÍGAL</b> . Sobre los $\{\wedge, \cdot, \rightarrow, 1\}$ subreductos de los srl-monoides integrales
18:00–18:20	SERGIO CELANI, <b>LUCIANA VALENZUELA</b> . Relación de precontacto en retículos distributivos acotados
18:20–18:40	FEDERICO ALMIÑANA, GUSTAVO PELAITAY, <b>LUCÍA FLORENCIA VALVERDE</b> . Una dualidad topológica para $k$ -álgebras de Heyting aproximadas

---

---

**■ COMUNICACIONES DE TEORÍA DE JUEGOS****Jueves 8 de junio — Auditorio (CHC)**

---

8:10–8:30	<b>ADRIANA AMIEVA, AGUSTIN BONIFACIO, PABLO NEME.</b> School choice muchos a muchos dinámico
8:30–8:50	<b>R. PABLO ARRIBILLAGA, ELIANA PEPA RISMA.</b> Obvious Manipulations in Many-to-One Matching with and without Contracts
8:50–9:10	<b>AGUSTÍN G. BONIFACIO.</b> A proof of the Gibbard-Satterthwaite Theorem by comparing tops-only and efficient rules
9:10–9:30	<b>NATALIA KONTOROVSKY.</b> Estrategias evolutivamente estables en juegos con participación aleatoria
9:30–9:50	<b>ANDRÉS MAURICIO LUCERO QUEVEDO.</b> Propiedades de los elementos de un conjunto estable Von Neumann-Morgenstern
9:50–10:10	<b>AGUSTIN BONIFACIO, ELENA INARRA, PABLO NEME.</b> Una caracterización de absorbing sets en juegos de formación de coaliciones
10:10–10:30	<b>JORGE OVIEDO.</b> Una nota sobre existencia de asignaciones estables

---

**■ COMUNICACIONES DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA - EDUCACION****Jueves 8 de junio — Sala 2 (CHC)**

- 
- |           |  |
|-----------|--|
| 8:50–9:10 | <b>AGUSTÍN ALVAREZ</b> , MARINA FRAGALÁ, MARINA VALDORA.<br>Un estimador insesgado para la Tasa de Letalidad |
|-----------|--|
- 
- |           |  |
|-----------|--|
| 9:10–9:30 | <b>JOSÉ BAVIO</b> , CARINA FERNÁNDEZ, BEATRIZ MARRÓN.<br>Estimación del Ancho de Banda Efectivo a partir del radio espectral |
|-----------|--|
- 
- |           |   |
|-----------|---|
| 9:30–9:50 | MARÍA CRISTINA MARTÍN, <b>MARÍA VIRGINIA PIERGENTILI</b> .<br>Propuesta de modelado multigrupo y longitudinal en la Teoría de Respuesta al Item para estimar la habilidad en Matemática de los alumnos de la UNLPam |
|-----------|---|
- 
- |            |  |
|------------|--|
| 9:50–10:10 | <b>PAULA RABANEDO</b> , VIVIANA CAROLINA LLANOS, MARÍA RITA OTERO, MARÍA PAZ GAZZOLA. El estudio de la homotecia en la formación de profesores para la escuela secundaria: una propuesta didáctica |
|------------|--|
-

---

## ■ COMUNICACIONES DE MATEMÁTICA APLICADA - ECUACIONES DIFERENCIALES

### Jueves 8 de junio (parte I) — Auditorio (CHC)

- 
- 14:10–14:30 **ANDREA BEL**, ANA TORRESI, HORACIO G. ROTSTEIN. Redes de neuronas no oscilatorias: resonancias subumbral y generación de oscilaciones de red
- 
- 14:30–14:50 **ROBERTO BEN**. Soluciones de una ecuación no lineal discreta y no local de Schrödinger
- 
- 14:50–15:10 EZEQUIEL DRATMAN, GUILLERMO MATERA, **GABRIEL MONZÓN**. Estimación del error de aproximación para un problema de valores en la frontera de segundo orden
- 
- 15:10–15:30 ANDREA BEL, **ULISES CHIALVA**, WALTER REARTES, HORACIO G. ROTSTEIN. Oscilaciones de red inducidas por el ruido en *neural mass models*
- 
- 15:30–15:50 **MARIANO DE LEO**, JUAN PABLO BORGNA. Modelos matemáticos para la interrelación entre superconductividad y nematicidad: validación rigurosa y numérica
- 
- 15:50–16:10 **CRISTIAN HUENCHUL**, MARIANO DE LEO. Existencia de soluciones no triviales para un modelo de superconductividad nemática
- 
- 16:10–16:30 **FRANCO S. GENTILE**, GRISELDA R. ITOVICH. Estabilidad de soluciones periódicas de sistemas diferenciales con retardos temporales: Método de semidiscretización
- 

### Jueves 8 de junio (parte II) — Auditorio (CHC)

- 
- 17:00–17:20 **IVÁN MANDELMAN**, MARIANO FERRARI, DAMIÁN FERNÁNDEZ. Evaluación de un modelo de aguas poco profundas con suavizado numérico en el Golfo San Jorge
- 
- 17:20–17:40 **PAOLA BONFILI**, DARÍO FANTINI, MANUEL BAPTISTA DE SIQUEIRA. Determinación de parámetros en módulos fotovoltaicos de silicio para diferentes irradiancias y temperaturas
- 
- 17:40–18:00 **LISANDRO RAVIOLA**, MARIANO DE LEO. Adaptatividad temporal de métodos afines de descomposición para ecuaciones de evolución no lineales
- 
- 18:00–18:20 **LORENZO FABIAN SIERRA**, SONIA ESTER ACINAS, FERNANDO MAZZONE. Soluciones Periódicas a Problemas con Medidas Mediante el Método Shooting
-

**■ COMUNICACIONES DE ANÁLISIS****Jueves 8 de junio — Sala Bergé (Colón 80)**

- 
- 14:30–14:50 **MARCOS BONICH**, DANIEL CARANDO, MARTÍN MAZZITELLI. Desigualdades vectoriales de operadores en espacios de Lebesgue con exponente variable
- 
- 14:50–15:10 **IGNACIO BONO PARISI**. Transformación de Darboux entre pesos matriciales y las álgebras  $\mathcal{D}(W)$
- 
- 15:10–15:30 **GONZALO IBAÑEZ FIRNKORN**. Operadores multilineales con oscilación acotada y aplicaciones
- 
- 15:30–15:50 FABIO MARTÍN BERRA, GLADIS PRADOLINI, **JORGELINA RECCHI**. Clase de pesos multilineales asociados a propiedades de continuidad de conmutadores de operadores fraccionarios generalizados
- 
- 15:50–16:10 **DANIELA SZYLO**. Desigualdades de tipo débil pesado para operadores maximales unilaterales generales en espacios de Lebesgue con exponentes variables
- 
- 16:10–16:30 **VICTORIA TORRES**. Problema de Bochner matricial para un operador diferencial dado
-

---

**■ COMUNICACIONES DE GRAFOS**
**Jueves 8 de junio (parte I) — Sala 2 (CHC)**

- 
- 15:10–15:30 **MARÍA GRACIA CORNET**, PABLO TORRES. El parámetro de  $k$ -upla dominación en grafos de Kneser
- 
- 15:30–15:50 **ALBERTO FERRARI**, VALERIA LEONI, MARÍA INÉS LOPEZ PUJATO. Dominación italiana, 2-dominación y  $\{2\}$ -dominación en grafos
- 
- 15:50–16:10 **ANA GARGANTINI**, ADRIÁN PASTINE, PABLO TORRES. Diámetro y distancias en asociaedros de grafos
- 
- 16:10–16:30 EZEQUIEL DRATMAN, LUCIANO N. GRIPPO, **VERONICA MOYANO**, ADRIÁN PASTINE. Rango de matriz de distancia en grafos
- 

**Jueves 8 de junio (parte II) — Sala 2 (CHC)**

- 
- 17:00–17:20 FÁBIO BOTLER, ANDREA JIMÉNEZ, CARLA NEGRI LINTZMAYER, **ADRIÁN PASTINE**, DANIEL A. QUIROZ, MAYCON SAMBINELLI. Inmersiones de bicliques en grafos con número de independencia 2
- 
- 17:20–17:40 PABLO JESÚS DE CARIA, MARÍA PÍA MAZZOLENI, **MARÍA GUADALUPE PAYO VIDAL**. On Colorings of EPT Graphs
- 
- 17:40–18:00 MARTÍN SAFE, **ROCÍO BELÉN SUÁREZ ALBANESI**. Sobre la coordinación de los complementos de línea de árboles
- 
- 18:00–18:20 MARTÍN SAFE, **MARTINA VERGARA**. Grafos cuyo cuadrado de línea es libre de  $P_k$
-

# Resúmenes de conferencias

## **List matrix partition problems on chordal graphs parameterized by leafage**

Flavia Bonomo

Universidad de Buenos Aires, CONICET

Graph  $k$ -coloring and  $k$ -clique cover are examples of partition problems in graphs, in the first case into  $k$  independent sets, in the second case into  $k$  cliques. Moreover, maximum clique and maximum independent set are examples of partition problems into two sets, one arbitrary and the other one required to be a clique (resp. independent set), with the addition of a linear objective function to maximize. These are examples of matrix partition problems. For each symmetric matrix  $M$  over  $\{0,1,*\}$ , the  $M$ -partition problem seeks a partition of the input graph into independent sets, cliques, or arbitrary sets, with certain pairs of sets being required to have no edges joining them, or to have all edges joining them, as encoded in the matrix. Moreover, the vertices of the input graph can be equipped with lists, restricting the parts to which a vertex can be placed. Even if the first four problems ( $k$ -coloring,  $k$ -clique cover, maximum clique and maximum independent set) are polynomially solvable on chordal graphs, Feder, Hell, Klein, Nogueira and Protti in 2005 proved that there are  $M$ -partition problems (without lists) that remain NP-complete for chordal graphs. In this talk, making use of a graph width parameter called "thinness", we will show that all list matrix partition problems with linear objective functions are XP on chordal graphs, parameterized by the leafage of the chordal graph. (The leafage of a chordal graph is the minimum number of leaves in a tree such that the graph can be realized as an intersection graph of subtrees of that tree.)

## **Más allá de las redes booleanas**

Alicia Dickenstein

Universidad de Buenos Aires, CONICET

Presentaré las ideas principales de un trabajo conjunto con Juliana García Galofre, Mercedes Pérez Millán y Reinhard Laubenbacher, que es una invitación a modelar redes biológicas con cualquier número finito  $m$  de estados para cada nodo. El objetivo es predecir el comportamiento cualitativo de las redes reguladoras de genes. Para modelar la dinámica, representamos cada función de transición a través de operaciones utilizadas en lógica multivaluada, que son intuitivas y cercanas a las interpretaciones biológicas. Generalizamos varias propiedades de las redes booleanas (el caso  $m = 2$ ) y damos un algoritmo para calcular los puntos fijos del sistema, incluyendo algunas consideraciones de complejidad.

## **Operations Research Applications developed in the last 20 years at Argentinian and Chilean Universities**

Guillermo Durán

Universidad de Buenos Aires, CONICET

In this talk a survey is presented of a series of projects designed and implemented over the past 20 years by operations research teams based at the University of Buenos Aires and the University of Chile. The projects were undertaken at the request of entities in both the public and private sectors as well as sport organizations. In each case, a summary is given of the mathematical techniques used, the models and algorithms developed, and the results and impacts obtained. The principal difficulties encountered and the factors behind the projects' success are also discussed.

## **Sobre la construcción de estructuras en grafos asociadas a la integralidad de poliedros presentes en ciertos problemas de programación entera: perfección y persistencia**

Mariana Escalante

Universidad Nacional de Rosario, CONICET

Sobre la construcción de estructuras en grafos asociadas a la integralidad de poliedros presentes en ciertos problemas de programación entera: perfección y persistencia.

El objetivo de esta charla es la presentación de dos enfoques distintos para el abordaje de problemas de optimización modelados como problemas de programación entera.

En el primero de ellos se considera la familia de problemas de empaquetamiento ( $k$ -packing function problem) sobre un grafo. En el caso en que la matriz de vecindades cerradas del grafo sea una matriz perfecta, el poliedro región factible de la relajación lineal de estos problemas es entero. En este caso, el problema entero se resuelve via programación lineal para cualquier función objetivo. Esto motiva el estudio de la familia de grafos con matriz de vecindades perfecta. El aporte principal que realizamos es una caracterización de esta familia de grafos a partir de estructuras prohibidas.

En un segundo enfoque de problemas de programación entera está asociado al estudio de la propiedad poliedral de persistencia. Esta propiedad fue estudiada sobre el problema de máximo conjunto estable en un grafo y permite el diseño de métodos iterativos de resolución de problemas enteros 0-1. Se mostró en otros trabajos que la única relajación no trivial del politopo de los conjuntos estables que la posee es la relajación por arcos. Dada esta propiedad, presentamos una variante de la misma (1-persistencia) y analizamos su validez para la relajación clique del problema de los conjuntos estables. En esta línea actual de trabajo apuntamos a caracterizar esta familia de grafos y extender los resultados a otro tipo de relajaciones del mismo.



## **Soluciones Cooperativas y Competitivas para los Juegos de Asignación**

Alejandro Neme

Universidad Nacional de San Luis, CONICET

Un juego de asignación es un modelo matemático para describir un mercado bilateral en el cual el objetivo central es diseñar una asignación entre agentes de ambos lados del mercado o intercambiar bienes indivisibles por dinero en el que cada participante ofrece o demanda unidades de los bienes existentes en el mercado.

Estos modelos bilaterales son importantes, no solo por las ideas que pueden brindar para examinar situaciones económicas generales en las cuales diferentes agentes económicos interactúan, sino también porque en la vida real la mayoría de las transacciones son bilaterales. Usando programas lineales y sus duales presentaremos teoremas de existencia de soluciones óptimas en modelos de asignación ordinales y cardinales.

## **Mathematical Degeneracy Meets Biological Degeneracy: Implications for Dynamical Systems Reconstruction**

Horacio G. Rotstein

NJIT/ Rutgers University, EEUU, CONICET

Degeneracy refers to the ability of elements that are structurally different to perform the same function or yield the same output. Biologically, it has been observed in neuronal systems that similar network outputs can be generated by a large variety of combinations of their building block properties (e.g., ionic currents, synaptic strengths). Mathematically, it has been observed in dynamic models that multiple combinations of parameters can produce the same observable output patterns.

Degeneracy is associated with the notion of unidentifiability in parameter estimation; The function linking the model parameter sets with the observable data is not one-to-one. Therefore, the problem is not well-posed, and the model parameters cannot be uniquely identified. Thus, degeneracy presents a structural problem in order to reconstruct the dynamics that give rise to the observed data and understand the underlying mechanisms. We will discuss the notion of degeneracy in biological systems and several mathematical scenarios where degeneracy occurs in dynamic models. We will present a family of canonical model for degeneracy where oscillations are identical for all, not just the subset of observable variables for infinite combinations of model parameters. We argue that these canonical models serve as a framework for the systematic study of degeneracy and identifiability in dynamic models and for the investigation of the interplay between structural and other forms of unidentifiability resulting from the lack of information from the experimental/observational data. Our results have implications for the development of parameter estimation algorithms and the development of algorithmic tools (e.g., machine learning) for data-driven discovery of nonlinear dynamics governing the generation of observable data.

# Cursos y Taller virtual

## Control óptimo de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Constanza Sánchez de la Vega

Universidad de Buenos Aires, CONICET

A partir de 1950, y originalmente motivados por el desarrollo aeroespacial, se comenzó a estudiar el problema de controlar un sistema descrito por una ecuación diferencial ordinaria. En muchos de estos problemas, se pretende controlar el sistema de manera de optimizar un cierto rendimiento objetivo. Este tipo de problemas se conocen como problemas de control óptimo. Las condiciones necesarias de optimalidad para un control óptimo fueron desarrolladas por Pontryagin, Boltyanskii and Gamkrelidze y se conocen como Principio del Máximo de Pontryagin.

En este curso discutiremos la teoría de control óptimo. En particular analizaremos los alcances del Principio del Máximo de Pontryagin y daremos ejemplos.

## Autovalores de matrices especiales y aplicaciones

Mariano De Leo

Universidad Nacional del Sur, CONICET

En este curso presentaremos algunas propiedades acerca de los autovalores (y los autoespacios correspondientes) para matrices que posean alguna característica especial: simetría, anti-simetría, triangularidad, etc. En muchos casos, estas propiedades se presentan bajo la forma de una factorización particular de la matriz, la factorización QR, la forma de Schur, y la descomposición en valores singulares, son ejemplos claros y (no tan) conocidos de esta afirmación; esta factorización suele convertirse en una herramienta para resolver problemas concretos. En el curso, presentaremos un problema de optimización (estático) y un problema de evolución lineal (dinámico) y los resolveremos usando alguna de las factorizaciones; como estamos interesados en su resolución computacional, mostraremos cómo hacerlo usando Octave.

## Métodos de descomposición temporal

Diego Rial

Universidad de Buenos Aires, CONICET

Programa:

1. Planteo de los métodos. Ejemplos elementales. Método de Lie–Trotter y de Strang.
2. Métodos de orden superior. Problemas no reversibles. Ecuaciones de reacción difusión.
3. Combinación con métodos espectrales. Ejemplos.

REFERENCIAS

[1] Ernst Hairer, Syvert Paul Nørsett, Gerhard Wanner, Solving Ordinary Differential Equations II. Springer Science & Business Media, 1993.

[2] Lloyd N. Trefethen, Spectral Methods in MATLAB. Oxford University, 2000.

[3] J. M. Sanz-Serna, Jan G. Verwer, Numerical Hamiltonian Problems. Dover Publications, 2018.

## Taller virtual

### *Aspectos matemáticos de la computación cerebral*

Organiza: Horacio G. Rotstein

- *Decomposition and parameterization of local field potentials.*  
**Alan Bush.** Mass General Research Institute, Harvard Medical School, EE.UU.
- *The many dimensions of brain aging.*  
**Guillermo Cecchi.** IBM Research, EE.UU.
- *Dynamic attractors in inhibition-dominated neural networks.*  
**Carina Curto.** Pennsylvania State University, EE.UU.
- *Minute-scale periodic sequences in the entorhinal cortex.*  
**Soledad Gonzalo Cogno.** Kavli Institute for Systems Neuroscience, Norway.
- *Aprendiendo cosas nuevas sin olvidar lo que ya sabemos*  
**Gabriel Kreiman.** Harvard Medical School, EE.UU.
- *The prevalence of low-dimensional dynamics in neural populations*  
**Sara Solla.** Northwestern University, EE.UU.

# Comunicaciones de Álgebra

## Soluciones racionales de sistemas de ecuaciones diagonales y su aplicación al “subset sum problem”

**Juan Francisco Gottig**

Universidad Nacional de Hurlingham, Argentina

gottig21@gmail.com

Sea  $\mathbb{F}_q$  el cuerpo finito de  $q$  elementos. Un sistema de ecuaciones diagonales generalizadas es un sistema de la forma:

$$(1) \quad \begin{cases} a_{11}x_1^{d_{11}} + a_{12}x_2^{d_{12}} + \cdots + a_{1t}x_t^{d_{1t}} = g_1(x_1, \dots, x_k) \\ \vdots \\ a_{n1}x_1^{d_{n1}} + a_{n2}x_2^{d_{n2}} + \cdots + a_{nt}x_t^{d_{nt}} = g_n(x_1, \dots, x_k) \end{cases}$$

con  $k \leq t$ ,  $g_1, \dots, g_n \in \mathbb{F}_q[x_1, \dots, x_k]$ ,  $\deg(g_j) < d_j \forall 1 \leq j \leq n$ ,  $d_t > d_{t-1} > \cdots > d_1 > 1$ .

Diversos problemas de teoría de códigos, criptografía y combinatoria sobre cuerpos finitos requieren estimar o poder garantizar la existencia de soluciones racionales (soluciones con coordenadas en  $\mathbb{F}_q$ ) de sistemas de la forma (1) (ver, por ejemplo, [1] y [2]). Para el caso particular de una única ecuación diagonal existen muchos resultados, incluso hay fórmulas de conteo exacto de soluciones racionales para ecuaciones especiales. En [3] las autoras proporcionan estimaciones y resultados de existencia para variantes de ecuaciones diagonales. A diferencia de esto, cuando se trata de sistemas, se encuentran muchos menos resultados. En [4] las autoras estudian un caso particular de (1) que se trata de los sistemas en los que  $d_{ji} = d_{ki}$  si  $k \neq j \forall 1 \leq i \leq n$  y obtienen resultados que mejoran en diversos aspectos los de [5] y [6].

En este trabajo estudiamos la siguiente versión de (1): consideramos  $d_{ij} = d_{ik} \forall k \neq j \forall 1 \leq i \leq n$  y  $g_i \in \mathbb{F}_q[x_1, \dots, x_t] \forall 1 \leq i \leq n$ .

Nuestro interés en este sistema radica en que en primer lugar no se cuenta con resultados de existencia ni estimaciones de la cantidad de soluciones racionales del mismo y por otro lado que el estudio del conjunto de soluciones tiene aplicaciones a diferentes problemas sobre cuerpos finitos combinatorios.

Consideramos la variedad  $V$  definida por los polinomios  $f_j = a_{j1}x_1^{d_j} + \cdots + a_{jt}x_t^{d_j} - b_j \ 1 \leq j \leq n$  y estudiamos las propiedades geométricas de la misma. Esto nos permitió obtener estimaciones y resultados de existencia de soluciones racionales del sistema.

Finalmente aplicamos nuestros resultados al “subset sum problem” sobre cuerpos finitos.

*Trabajo en conjunto con Mariana Pérez (Universidad Nacional de Hurlingham, Argentina) y Melina Privitelli (Universidad Nacional de Hurlingham, Argentina)*

### REFERENCIAS

- [1] R. Lidl y H. Niederreiter. Finite fields, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1983
- [2] Gary L. Mulln y Daniel Panario, Handbook of Finite Fields (1st ed.), Chapman and Hall/CRC, 2013
- [3] M. Pérez y M. Privitelli, Estimates on the number of rational solutions of variants of diagonal equations over finite fields, Finite Fields and Appl. 68 2020

- [4] M. Pérez y M. Priivitelli, on the number of solutions of systems of certain diagonal equations over finite fields, *Journal of Number Theory* 236 (2022), 160-187
- [5] K. W. Spackman, Simultaneous solutions to diagonal equations over finite fields, *J. Number Theory* 11 (1979), 100-115
- [6] K. W. Spackman, On the number and distribution of simultaneous solutions to diagonal congruences, *Canadian J. Math* 33 (1981), no. 2. 421-436

## Anillo de series formales y Semigrupos reales simétricos

M. Dickmann<sup>1</sup>, A. Petrovich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IMJ-PRG, Paris, France, <sup>2</sup>UBA, UNLPam

dickmann@math.univ-paris-diderot.fr, apetrov@dm.uba.ar

En [2] hemos introducido la noción de *semigrupo real*, una teoría axiomática que permite el estudio de las formas cuadráticas diagonales cuyos coeficientes son elementos de un anillo conmutativo unitario semireal. En dicho trabajo mostramos que existe una dualidad entre la categoría de los semigrupos reales y los espectros reales abstractos introducidos por M. Marshall. Existen varias clases de semigrupos reales que han sido desarrolladas, una de ellas que es central en la teoría, es la de *fan* ([1]). El presente trabajo consiste de dos partes. Por un lado mostrar una nueva clase importante de ejemplos de fanes que están en conexión con los anillos de series formales con coeficientes en un cuerpo formalmente real y cuyos exponentes son los elementos no negativos de un grupo abeliano totalmente ordenado. Más precisamente nuestro primer resultado prueba que los semigrupos reales asociados a estos anillos son fanes si y sólo si el cuerpo de coeficientes es un fan como cuerpo. Por otro lado damos una caracterización del espectro real de estos anillos en términos de los órdenes del cuerpo de coeficientes y del grupo de exponentes. En una segunda instancia estudiamos los semigrupos reales asociados a estos anillos. Esta clase de semigrupos reales, denominados *simétricos*, determinan una nueva clase de semigrupos reales que gozan de ciertas propiedades entre las que se destacan las siguientes: a) Toda componente conexa de su espacio de caracteres es un fan como espectro real abstracto. b) Dos componentes conexas son isomorfas. Esta propiedad de simetría es lo que justifica el nombre de esta clase. Por otro lado probamos además que todo semigrupo real simétrico es isomorfa a la extensión de un grupo especial reducido por un cierto 3-semigrupo, construcción que esta en relación directa con la estructura de anillos de series formales mencionada anteriormente. Por último probamos un resultado de representabilidad de estos semigrupos reales por un anillo de series formales como así también damos una axiomatización en primer orden de los semigrupos reales simétricos.

### REFERENCIAS

- [1] M. Dickmann, A. Petrovich, *Fans in the Theory of Real Semigroups*, 76 pp., *Dissertationes Math.* **556** (2020), 79 pp.
- [2] M. Dickmann, A. Petrovich, *Real Semigroups and Abstract Real Spectra. I*, in *Algebraic and Arithmetic Theory of Quadratic Forms*, *Contemporary Math.* 344 (2004), 99-119, American Math. Soc.

# El Ext-álgebra para deformaciones infinitesimales

**Lucrecia Juliana Román**

Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Sur,  
Instituto de Matemática (INMABB-UNS/CONICET)

Para cualquier  $\mathbb{k}$ -álgebra asociativa  $A$ , el Ext-álgebra de un  $A$ -módulo  $M$  es el espacio vectorial

$$\mathrm{Ext}_A^*(M, M) = \bigoplus_{i=0}^{\infty} \mathrm{Ext}_A^i(M, M)$$

con la estructura de álgebra asociativa dada por el producto de Yoneda. El Ext-álgebra de un álgebra  $A$ , es el Ext-álgebra del  $A$ -módulo  $S = A/\mathrm{Rad}A$ .

La teoría de deformaciones de álgebras fue introducida por Gerstenhaber en 1960. Una *deformación infinitesimal* de una  $\mathbb{k}$ -álgebra asociativa  $A$ , es una estructura asociativa de  $\mathbb{k}[t]/(t^2)$ -álgebra sobre  $A[t]/(t^2)$  tal que módulo el ideal generado por  $t$ , la multiplicación corresponde a la de  $A$ . Gerstenhaber observó en [Ge], que dada un álgebra asociativa  $A$ , sus deformaciones infinitesimales son parametrizadas por el segundo grupo de cohomología de Hochschild  $\mathrm{HH}^2(A)$ . En esta charla consideraremos una  $\mathbb{k}$ -álgebra asociativa de dimensión finita  $A$ ,  $f \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{k}}(A \otimes_{\mathbb{k}} A, A)$  la clase representante de un elemento de  $\mathrm{HH}^2(A)$  y  $A_f$  la correspondiente deformación infinitesimal de  $A$ . Describiremos, bajo ciertas condiciones sobre  $f$ , la estructura de  $\mathrm{Ext}_{A_f}^*(S, S)$  en términos de  $\mathrm{Ext}_A^*(S, S)$ . Para hacer posible esta descripción, obtendremos una construcción explícita de resoluciones proyectivas minimales.

*Trabajo realizado junto a María Julia Redondo (Universidad Nacional del Sur) y Fiorela Rossi Bertone (Universidad Nacional del Sur).*

## REFERENCIAS

[Ge] M. Gerstenhaber, On the deformation of rings and algebras, *Ann. of Math.* (2) **79** (1964), 59–103.

# Comunicaciones de Análisis

## Desigualdades vectoriales de operadores en espacios de lebesgue con exponente variable

Marcos Bonich, Daniel Carando, Martín Mazzitelli

Universidad de Buenos Aires

Las desigualdades de Marcinkiewicz-Zygmund son un tipo particular de desigualdades vectoriales para operadores lineales, las cuales comenzaron a estudiarse en los años '30, a partir de los trabajos de Bochner, Marcinkiewicz, Paley y Zygmund (ver, por ejemplo, [5]). Concretamente, dados  $1 \leq q, p, r \leq \infty$ , se dice que la 3-upla  $(p, q, r)$  satisface una desigualdad de este tipo si existe una constante  $C \geq 1$  tal que para cualesquiera espacios de medida  $(U, \mu)$  y  $(V, \nu)$  y para **todo** operador lineal acotado  $T : L^q(U, \mu) \mapsto L^p(V, \nu)$  se tiene

$$(1) \quad \left\| \left( \sum_{k=1}^n |Tf_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^p(V, \nu)} \leq C \|T\| \left\| \left( \sum_{k=1}^n |f_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^q(U, \mu)},$$

para toda sucesión  $f_1, f_2, \dots, f_n \in L^q(U, \mu)$  y cada  $n \in \mathbb{N}$ .

En [2, 4] los autores realizaron un estudio sistemático de este tipo de desigualdades y determinaron los valores de  $p, q$  y  $r$  que satisfacen (1). En esta charla discutiremos la extensión de estas desigualdades a operadores lineales definidos en espacios de Lebesgue con exponente variable. Estos espacios son una generalización de los espacios  $L^p$  clásicos y han sido de interés en los últimos años debido a su utilidad en distintos campos, como la mecánica de fluidos y el procesamiento de imágenes (ver [1, 3]). Mostraremos un resultado que establece condiciones necesarias y suficientes para que las desigualdades mencionadas se verifiquen en este contexto.

### REFERENCIAS

- [1] Cruz-Uribe D., Martell J.M. and Pérez C.. Extrapolation from  $A_\infty$  weights and applications. *J. Funct. Anal.*, 213(2): 412–439, 2004.
- [2] Defant A. and Junge M.. Best constants and asymptotics of Marcinkiewicz-Zygmund inequalities. *Studia Math.*, 125(3): 271–287, 1997.
- [3] Diening L., Harjulehto P., Hästö P. and Ruzicka M.. Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents. *Springer*. 29-3-2011.
- [4] Gasch J. and Maligranda L.. On vector-valued inequalities of Marcinkiewicz-Zygmund, Herz and Krivine type. *Math. Nachr.*, 167: 95–129, 1994.
- [5] Marcinkiewicz J. and Zygmund A.. Quelques inégalités pour les opérations linéaires. *Fund. Math.*, 32: 113–121, 1939.

## **Transformación de Darboux entre pesos matriciales y las álgebras $\mathcal{D}(W)$**

**Ignacio Bono Parisi**

FaMAF - UNC

Dado un peso matricial  $W$  de tamaño  $N$  tenemos asociado con él un producto interno, una sucesión de polinomios matriciales ortogonales mónicos  $(P_n(x))$  y un álgebra  $\mathcal{D}(W)$  de todos los operadores diferenciales  $D$  que tienen a  $(P_n(x))$  como autofunción,  $P_n(x)D = \Lambda_n P_n(x)$ . Cuando el álgebra  $\mathcal{D}(W)$  es no trivial tenemos que la sucesión de polinomios  $(P_n(x))$  es biespectral. Uno puede definir la transformada de Darboux entre dos familias biespectrales. En esta charla veremos cómo se relacionan las álgebras entre dos pesos cuando sus sucesiones de polinomios son transformación de Darboux una de la otra.

## **Operadores multilineales con oscilación acotada y aplicaciones**

**Gonzalo Ibañez Firnkorn**

INMABB - Departamento de Matemática, UNS

En esta charla presentaré un trabajo en conjunto con M. Cao, I. Rivera-Ríos, Q. Xue y K. Yabuta en el cual definimos una clase de operadores multilineales a valores en un espacio de Banach con oscilación acotada. Esta clase de operadores abarca diversos operadores conocidos como por ejemplo, el operador Maximal multilineal, los operadores  $\omega$ -Calderón-Zygmund multilineales y los operadores integrales de Fourier multilineales, entre otros.

Para los operadores de esta clase probamos una dominación sparse adecuada. Además, definimos una clase de pesos apropiada con la cual estudiamos diversas estimaciones pesadas en el contexto multilineal, por ejemplo la desigualdad de tipo débil y la desigualdad de tipo fuerte, entre otras.

## **Clase de pesos multilineales asociados a propiedades de continuidad de conmutadores de operadores fraccionarios generalizados**

Fabio Martín Berra<sup>1</sup>, Gladis Pradolini<sup>1</sup>, **Jorgelina Recchi**<sup>2</sup>

<sup>1</sup>FIQ, Universidad Nacional del Litoral (UNL)-CONICET

<sup>2</sup>INMABB, Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET.

fabiomb08@gmail.com, gladis.pradolini@gmail.com, jrecchi@gmail.com

Estudiamos propiedades de continuidad para conmutadores de orden superior asociados a operadores fraccionarios generalizados que resultan ser una extensión del operador integral fraccionario  $I_\alpha^m$  en el contexto multilineal. Las acotaciones son entre un producto de espacios de Lebesgue pesados y ciertos espacios de tipo Lipschitz pesados, extendiendo estimaciones



previas de la literatura para el caso lineal. Este estudio incluye dos tipos diferentes de conmutadores y condiciones suficientes en los pesos involucrados para garantizar las acotaciones referidas anteriormente. También se incluye el rango óptimo de los parámetros involucrados, que se entiende en el sentido de describir una región fuera de la cual los pesos son triviales. El análisis incluye también ejemplos de pesos que abarcan esta región de optimalidad.

## Desigualdades de tipo débil pesado para operadores maximales unilaterales generales en espacios de Lebesgue con exponentes variables

**Daniela Szylo**

Facultad de Economía y Administración, Universidad Nacional del Comahue

Sea  $f$  una función real localmente integrable y sean  $h$  y  $k$  funciones medibles positivas definidas sobre  $\{(x, c) : x < c\}$  y  $\{(x, y, c) : x < y < c\}$  respectivamente. En [MT] los autores obtuvieron una caracterización de los pares de pesos para los cuales los operadores maximales

$$M_{h,k}^+ f(x) = \sup_{c>x} h(x,c) \int_x^c |f(s)| k(x,s,c) ds$$

son de tipo débil  $(p, q)$  en los espacios de Lebesgue con pesos.

En este trabajo se extiende dicho resultado a los espacios de Lebesgue pesados con exponentes variables.

Como caso particular, para funciones  $h$  y  $k$  adecuadas, se deriva la caracterización de los pares de pesos para los cuales el operador maximal Cesàro- $\alpha$   $M_\alpha^+$ , definido por

$$M_\alpha^+ f(x) = \sup_{c>x} \frac{1}{(c-x)^\alpha} \int_x^c \frac{|f(s)|}{(c-s)^{1-\alpha}} ds$$

es de tipo débil en los espacios  $L^{p(\cdot)}$  con pesos.

Usando técnicas de transferencia, los resultados mencionados permiten dar una condición necesaria sobre el par de pesos para obtener la acotación de tipo débil del operador maximal ergódico Cesàro- $\alpha$   $M_{T,\alpha}^+$ , definido por

$$M_{T,\alpha}^+ f = \sup_{n \in \mathbb{N}} |R_{n,\alpha} f| = \sup_{n \in \mathbb{N}} \left| \frac{1}{A_n^\alpha} \sum_{i=0}^n A_{n-i}^{\alpha-1} f(T^i x) \right|,$$

con  $0 < \alpha \leq 1$ , y  $A_n^\alpha = \frac{(\alpha+1)\dots(\alpha+n)}{n!}$ ,  $A_n^0 = 1$ . Como consecuencia se deriva la convergencia en casi todo punto de los promedios ergódicos Cesàro- $\alpha$   $R_{n,\alpha} f$  para  $f$  en  $L^{p(\cdot)}$  pesado.

Resultados sobre la convergencia de los promedios ergódicos usuales (caso  $\alpha = 1$ ) en los espacios de Lebesgue pesados con exponentes variables pueden encontrarse en [AO1] y [AO2].

### REFERENCIAS

- [MT] Martín-Reyes, F. J.; De la Torre, A. *Some weighted inequalities for general one-sided maximal operators*. Studia Math, 122, (1997), 1-14.
- [AO1] Aguilar Cañestro, M. I.; Ortega Salvador, P. *Weighted weak type inequalities with variable exponents for Hardy and maximal operators*. Proc. Japan Acad., 82, Ser. A (2006), 126-130.

[AO2] Aguilar Cañestro, M. I.; Ortega Salvador, P. *Weak-type inequalities and convergence of the ergodic averages in variable Lebesgue spaces with weights*. Proc. Royal Soc. Edinb., 139A, (2009), 673-683.

## **Problema de Bochner matricial para un operador diferencial dado**

**Victoria Torres**

FaMAF - UNC

En la teoría clásica de polinomios, el problema de Bochner consiste en clasificar todas las familias de polinomios que son autofunciones de un operador diferencial de segundo orden y son ortogonales respecto a un peso positivo. Se sabe que las únicas familias escalares que verifican estas dos condiciones son los polinomios de Laguerre, Hermite y Jacobi.

Para el caso general en que los polinomios y el peso son funciones a valores matriciales este problema aún no está resuelto.

En esta charla partiremos de operadores diferenciales de segundo orden de la forma

$$D = t\partial^2 + (C - tU)\partial - V$$

y veremos qué condiciones deben cumplir sus coeficientes para que sus autofunciones sean polinomios matriciales mónicos ortogonales respecto a algún peso matricial.

# Comunicaciones de Ecuaciones Diferenciales

## Estimación del error de aproximación para un problema de valores en la frontera de segundo orden

Ezequiel Dratman<sup>1</sup>, Guillermo Matera<sup>2</sup>, Gabriel Monzón<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento,

<sup>2</sup>Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento.

Para el problema de valores en la frontera de segundo orden dado por

$$(1) \quad \begin{cases} u''(x) = p(x)u'(x) + q(x)u(x) - r(x) \text{ en } (0, 1), \\ a_0u(0) - a_1u'(0) - \alpha = 0, \quad b_0u(1) - b_1u'(1) - \beta = 0, \end{cases}$$

donde  $p, q, r : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  son funciones acotadas y  $a_0, a_1, \alpha, b_0, b_1, \beta \in \mathbb{R}$ , estudiamos el error de aproximación para un esquema de discretización del tipo diferencias finitas.

En efecto, bajo requerimientos débiles y usuales, la matriz asociada al esquema de aproximación resulta ser tridiagonal y diagonalmente dominante; por lo tanto, podemos valer nos de las estimaciones dadas en [1] para acotar la norma infinito de la inversa de dicha matriz y, en consecuencia, acotar el error de aproximación. Haciendo esto obtenemos la siguiente estimación para el error de aproximación del esquema considerado (aquí  $x_0 := 0 < x_1 < \dots < x_n := 1$  denota una partición arbitraria del intervalo  $[0, 1]$  y  $h_i := x_i - x_{i-1}$  la longitud del subintervalo  $[x_{i-1}, x_i]$ )

**Teorema 1.** *Asumamos que la solución  $u$  de (1) admite derivadas hasta cuarto orden acotadas sobre  $[0, 1]$ . Sean  $h^* := \max_{1 \leq i \leq n} h_i$  y  $p^* := \sup_{x \in [0, 1]} |p(x)|$  y supongamos que  $2 - h^* p^* > 0$ . Si  $\hat{U} := (u(x_0), u(x_1), \dots, u(x_n))$  y  $U$  es la solución del esquema de aproximación considerado, entonces*

$$\|\hat{U} - U\|_\infty \leq C(p, q, u) \max \{h_1^2, h_j h_{j+1} + |h_j - h_{j+1}| \ (1 \leq j \leq n-1), h_n^2\},$$

donde  $C(p, q, u)$  se encuentra superiormente acotada en términos de las cotas de  $p, q, u$  y las derivadas de  $u$ .

En particular, sobre mallas no uniformes, el máximo en el miembro de la derecha de la estimación puede ser de orden  $O(h^*)$  y, en este caso, el esquema de aproximación converge linealmente. Por otro lado, para mallas uniformes o, más generalmente, cuando  $\max_{1 \leq j \leq n-1} |h_j - h_{j+1}| = O((h^*)^2)$  la convergencia obtenida es cuadrática.

Experimentos numéricos confirman las estimaciones obtenidas.

### REFERENCIAS

- [1] E. Dratman and G. Matera, *Improved bounds for the inverses of diagonally dominant tridiagonal matrices*, Linear Algebra Appl. **551** (2018), 57–82.

## Soluciones Periódicas a Problemas con Medidas Mediante el Método Shooting

Lorenzo Fabián Sierra<sup>1</sup>, Sonia Ester Acinas<sup>2</sup>, Fernando Mazzone<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de La Pampa, <sup>2</sup>Universidad Nacional de La Pampa

<sup>3</sup>Universidad Nacional de Rio Cuarto-UNLPam-CONICET

lorenzofsierra@gmail.com, sonia.acinas@gmail.com, fdmazzone@gmail.com

Queremos encontrar soluciones periódicas al problema

$$(1) \quad \begin{cases} d\varphi = f(t, \varphi(t))d\mu \\ \varphi(0) = \varphi(T), \end{cases}$$

donde  $\mu$  es una medida de Borel finita y  $f : [0, T] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ .

**Definición.** Diremos que  $\varphi$  es solución del problema (1) si  $\varphi \in BV([0, T], \mathbb{R}^n)$ , es continua a izquierda en  $[0, T]$  y para todo conjunto de Borel  $A$  se satisface que

$$\mu_\varphi(A) = \int_A f(t, \varphi(t))d\mu(t),$$

donde  $\mu_\varphi$  es la medida de Lebesgue-Stieltjes asociada a  $\varphi$ .

Para  $\lambda \in \mathbb{R}^n$  partimos de una solución  $\varphi_\lambda$  al problema de valores iniciales

$$(2) \quad \begin{cases} d\varphi = f(t, \varphi(t))d\mu \\ \varphi(0) = \lambda, \end{cases}$$

y probamos que bajo ciertas hipótesis la solución está definida en todo el intervalo  $[0, T]$ . Definimos el **Operador de Poincaré**  $P : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  de la siguiente manera  $P(\lambda) = \varphi_\lambda(T)$ . Obtenemos el siguiente resultado

**Teorema.** Sea  $\varphi_\lambda$  la solución del problema (2). Supongamos que existe  $B(0, R)$  tal que para todo  $x \in \overline{B(0, R)}$  vale que

$$x + f(t, x)\mu(\{t\}) \in \overline{B(0, R)}$$

y que

$$f(t, x) \cdot x < 0 \text{ para todo } |x| = R,$$

entonces el operador  $P$  es continuo y  $P(\overline{B(0, R)}) \subset \overline{B(0, R)}$ .

A continuación aplicando el **Teorema de Brouwer** resulta que el operador de Poincaré tiene un punto fijo, es decir, existe  $\lambda_p$  tal que  $\varphi_{\lambda_p}(T) = \lambda_p = \varphi_{\lambda_p}(0)$ . Luego,  $\varphi_{\lambda_p}$  es solución del problema periódico (1).

# Comunicaciones de Educación

## El estudio de la homotecia en la formación de profesores para la escuela secundaria: una propuesta didáctica

Paula Rabanedo<sup>1</sup>, Viviana Carolina Llanos<sup>2,3</sup>, María Rita Otero<sup>2,3</sup>, María Paz Gazzola<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS),

<sup>2</sup>Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN),

<sup>3</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Argentina

paula.rabanedo@uns.edu.ar, vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar,

rotero@niecyt.exa.unicen.edu.ar, mpgazzola@niecyt.exa.unicen.edu.ar

La enseñanza de la homotecia en la Escuela Secundaria suele ser reducida a un método para calcular razones de proporcionalidad de figuras planas o para resolver ecuaciones mediante el planteo de razones entre longitudes de figuras homotéticas, y rara vez es concebida como una relación entre perspectiva e infinidad de transformaciones geométricas que puede tener una figura (Gómez Calalán & Andrade-Molina, 2022). Por otro lado, González Flores et al. (2020) señalan la falta de un conocimiento por parte de los docentes sobre el concepto de homotecia que puede fundamentarse en la ausencia en los planes de formación y tiene consecuencias en la enseñanza de la Matemática en la escuela secundaria. Más en general, Colombo Rojas et al. (2016) afirman que la geometría y la matemática en general es estudiada en la Escuela Secundaria como si fuera “transparente” e incuestionable, dotada de sentido por sí y para sí misma. Como respuesta a este problema, en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) se proponen los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) (Chevallard, 2009; Otero, 2021), que ponen en primer lugar una enseñanza basada en preguntas, y éstas son el punto de partida de los procesos de estudio.

En esta investigación, a partir del análisis de un REI, que aquí denominamos “el problema de la caja” (Otero, 2021; Otero et al., 2023), hemos derivado en el estudio exhaustivo de otro, y que parte del problema de interpretar el funcionamiento de una fotocopidora que realiza ampliaciones y reducciones por ejemplo de una imagen. El desarrollo que proponemos aquí tiene por finalidad el estudio de la homotecia como fundamento para la construcción de las sucesivas hojas de la serie DIN, que son las que utilizan las fotocopadoras. Proponemos una propuesta para enseñar homotecia que se origina en la pregunta *¿Por qué una fotocopidora puede realizar la ampliación y reducción de una imagen conservando las características de la misma?* Esta pregunta y el conjunto de tareas vinculadas que hemos diseñado, se espera implementar en dos instituciones de formación de profesores, con el objetivo de conocer los alcances y limitaciones del diseño, que tiene por finalidad un estudio con sentido de la homotecia en la formación de profesores.

### REFERENCIAS

- [1] Chevallard, Y. (2009). La notion de PER :problèmes et avancées. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>

- 
- [2] Colombo Rojas, E., Llanos, V. C., & Otero, M. R.; La génesis histórica de la Geometría Analítica y la enseñanza en la Escuela Secundaria; Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas; *Números*; 93; 11-2016; 93-110.
- [3] Gómez Calalán, J., & Andrade-Molina, M. (2022). Discordancias del currículo escolar: Homotecia más allá de la proporcionalidad. *Revista Chilena De Educación Matemática*, 14(1), 31–42.
- [4] González Flores, Y., Arias Gómez, I., & Picado Alfaro, M. (2020). La homotecia: análisis conceptual y análisis de contenido. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 283 - 294.
- [5] Otero, M. R. (2021). *La formación de profesores: recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento (1er edición)*. Tandil. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- [6] Otero, M. R., Gazzola, M. P., & Llanos, V. C. (2023). Génesis instrumental de profesores de matemática a partir de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI). *XVI CIAEM (Conferencia Interamericana de Educación Matemática)*. Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto de 2023. Trabajo aceptado para su comunicación y posterior publicación en Actas.

# Comunicaciones de Geometría

## Reformulación de la correspondencia entre gravedad 3-dimensional y teoría de Chern-Simons en el fibrado de bases afín

**Santiago Capriotti**

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

santiago.capriotti@uns.edu.ar

La teoría de campos de Chern-Simons [1, 2] es una teoría de campos topológica, y puede formularse sobre cualquier fibrado principal cuyo grupo de estructura admita una forma bilineal invariante. Por otra parte, existe una formulación de la teoría de la gravedad [3] que utiliza como grado de libertad una base del fibrado tangente a la variedad que representa el espacio-tiempo.

Estas dos teorías de campo pueden relacionarse (en dimensión  $2 + 1$ ) [4]; geoméricamente, esta conexión fue explicada por Wise [5] utilizando el concepto de *conexión de Cartan*, al menos cuando el grupo de estructura del fibrado principal subyacente es el grupo de Poincaré  $SO(2, 1) \times \mathbb{R}^3$ . En la presente charla utilizaremos el concepto de *extensión de una conexión de Cartan* para reemplazar este grupo por el grupo general afín  $A(3) = GL(3) \times \mathbb{R}^3$ , sin perder la correspondencia entre gravedad y la teoría de Chern-Simons.

### REFERENCIAS

- [1] S.-S. Chern and J. Simons. Characteristic Forms and Geometric Invariants. *Annals of Mathematics*, 99.1 (1974), págs. 48-69. issn: 0003486X.
- [2] D. S. Freed. Classical Chern-Simons theory. Part 1. *Adv. Math.*, 113 (1995), págs. 237-303. doi: 10.1006/aima.1995.1039. arXiv: hep-th/9206021 [hep-th].
- [3] A. Palatini. Deduzione invariante delle equazioni gravitazionali dal principio di Hamilton. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (1884-1940)* 43.1 (1919), págs. 203-212. issn: 0009-725X. doi: 10.1007/BF03014670.
- [4] D. K. Wise y col. Symmetric space Cartan connections and gravity in three and four dimensions. *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*, 5 (2009), pág. 080.
- [5] E. Witten.  $2 + 1$ -dimensional gravity as an exactly soluble system. *Nuclear Phys. B*, 311.1 (1988), págs. 46-78. issn: 0550-3213. doi:10.1016/0550-3213(88)90143-5.

## Sobre la reducción y discretización de sistemas Lagrangianos forzados

**Matías Caruso**<sup>1,2</sup>, **Javier Fernández**<sup>3</sup>, **Cora Tori**<sup>4</sup>, **Marcela Zuccalli**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CMaLP - Depto. de Matemática, UNLP, <sup>2</sup>CONICET,

<sup>3</sup>Instituto Balseiro, UNCU-CNEA,

<sup>4</sup>Depto. de Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP - CMaLP, UNLP

mcaruso@mate.unlp.edu.ar

Los sistemas actuados por fuerzas externas son muy comunes a la hora de modelar sistemas físicos y, en particular, sistemas mecánicos. Tales fuerzas pueden surgir a partir de fenómenos como fricción, disipación, etc. En el caso de los sistemas Lagrangianos, la necesidad de tener un método eficiente de integración de sus ecuaciones de movimiento ha llevado al estudio de los sistemas mecánicos discretos forzados [3]. Estos son sistemas dinámicos a tiempo discreto cuyas trayectorias se definen a partir de un principio variacional que resulta una versión análoga (a tiempo discreto) del que determina las trayectorias de los sistemas mecánicos Lagrangianos forzados.

Cuando un sistema mecánico presenta una simetría dada por la acción principal de un grupo de Lie, es bien sabido que resulta interesante realizar algún proceso de reducción con el objetivo de obtener una dinámica que, en algún sentido, resulte más sencilla de describir. En este contexto, un proceso de reducción de sistemas Lagrangianos con fuerzas es presentado en [2], mientras que un proceso de reducción para sistemas Lagrangianos discretos con fuerzas es estudiado en [1].

En esta comunicación, dado un sistema Lagrangiano con fuerzas externas que presenta simetrías, estudiamos la relación entre los procesos de reducción y discretización que pueden aplicársele, observando que, en algunos casos, estos procesos (adecuadamente elegidos) pueden realizarse en cualquier orden, llevando a sistemas dinámicos equivalentes.

#### REFERENCIAS

- [1] M. I. Caruso, J. Fernández, C. Tori y M. Zuccalli, *Lagrangian reduction of forced discrete mechanical systems*, manuscrito enviado a Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, febrero de 2023.
- [2] M. de León, M. Lainz y A. López-Gordón (2021), *Symmetries, constants of the motion, and reduction of mechanical systems with external forces*, Journal of Mathematical Physics, Volume 62.
- [3] J. E. Marsden y M. West, *Discrete mechanics and variational integrators*, Acta Numerica **10** (2001), 357–514.

## Sobre la resolución de ecuaciones variacionales discretas con condiciones de borde

Sebastián Ferraro<sup>1</sup>, David Martín de Diego<sup>2</sup>, Rodrigo T. Sato Martín de Almagro<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática,  
Universidad Nacional del Sur (UNS) – CONICET, Bahía Blanca, Argentina,

<sup>2</sup>Instituto de Ciencias Matemáticas, España,

<sup>3</sup>Institute of Applied Dynamics, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg,  
Alemania

Dado un sistema Lagrangiano de orden  $\gamma$ , representado mediante una función  $L: T^{(\gamma)}Q \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $T^{(\gamma)}Q$  denota el fibrado tangente de orden  $\gamma$  de la variedad  $Q$ , un enfoque para discretizarlo [1] consiste en aproximar la acción a paso de tiempo  $h$  por un Lagrangiano discreto  $L_d: T^{(\gamma-1)}Q \times T^{(\gamma-1)}Q \rightarrow \mathbb{R}$ . Se buscan trayectorias discretas  $x_0, \dots, x_N \in T^{(\gamma-1)}Q$  que extremicen la acción discreta  $\sum_{k=1}^N L_d(x_{k-1}, x_k)$ . Esto da lugar a integradores variacionales, los que han demostrado tener un excelente comportamiento en las simulaciones numéricas de sistemas mecánicos. Si se imponen condiciones de borde  $x_0$  y  $x_N$ , proponemos en [2] un método de



resolución basado en la paralelización computacional: a partir de una secuencia de puntos propuesta como “guess” inicial, cada  $x_k$ ,  $k = 1, \dots, N - 1$ , evoluciona iterativamente, usando sólo la información de los puntos vecinos. Este método converge a una solución del problema bajo ciertas condiciones. El análisis de dichas condiciones nos lleva a discutir la noción de puntos conjugados para este tipo de sistemas discretos.

#### REFERENCIAS

- [1] Leonardo Colombo, Sebastián Ferraro, and David Martín de Diego. Geometric integrators for higher-order variational systems and their application to optimal control. *J. Nonlinear Sci.*, 26(6):1615–1650, 2016.
- [2] Sebastián Ferraro, David Martín de Diego, and Rodrigo T. Sato Martín de Almagro. Parallel iterative methods for variational integration applied to navigation problems. *IFAC-PapersOnLine, 7th IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control LHMNC 2021: Berlin, Germany*, 59(9):321–326, 2021.

## El teorema de Albert en geometría policosimpléctica

**Eduardo García-Toraño Andrés**

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Argentina

eduardo.garciatorano@uns.edu.ar

En esta charla se propone una extensión del teorema de reducción de Albert en geometría cosimpléctica a las llamadas variedades policosimplécticas. En la medida en que dichas variedades permiten geometrizar las ecuaciones de Hamilton para teorías de campos de primer orden, discutiremos también qué implicaciones tiene la extensión propuesta a nivel dinámico.

## Espacios simétricos espectralmente distinguidos

**Emilio Lauret**

Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina

Se espera que el espectro del operador de Laplace-Beltrami distinga propiedades geométricas especiales. En particular, un espacio simétrico compacto no debería poder ser isospectral a una variedad Riemanniana no simétrica. Este problema resultó ser extremadamente difícil, al punto que los únicos espacios simétricos espectralmente distinguidos que conocemos hasta el momento son las esferas redondas de dimensión a lo sumo seis.

Una versión más simple es mostrar que el espectro distingue a un espacio simétrico compacto  $M$  entre todas las métricas homogéneas en  $M$ . Los casos conocidos hasta el momento son los espacios simétricos compactos de rango real uno (i.e. esferas redondas, espacios proyectivos reales, complejos y cuaterniónicos, y el plano de Cayley). En esta charla mostraremos dos nuevas familias infinitas de espacios simétricos compactos irreducibles de rango real mayor a uno en donde se cumple lo esperado.

*Trabajo en conjunto con Juan Sebastián Rodríguez (Pontificia Universidad Javeriana, Colombia).*

# Comunicaciones de Grafos

## El parámetro de $k$ -upla dominación en grafos de Kneser

María Gracia Cornet, Pablo Torres

Depto. de Matemática, Universidad Nacional de Rosario, CONICET

La dominación en grafos es un tópico de gran relevancia en el área y con variadas aplicaciones. El mismo consiste en identificar conjuntos de vértices de cardinal mínimo que cumplan con la propiedad de que todo vértice fuera del conjunto es vecino de al menos un vértice en él. Este concepto ha dado lugar a un gran desarrollo en el área y en particular al estudio de variantes del problema clásico de dominación en diversas clases de grafos. Entre ellas diversos problemas de dominación en grafos de Kneser [1, 2, 3, 4, 5]. Dados dos números naturales  $n, r$  con  $n > 2r$ , el grafo de Kneser  $Kn(n, r)$  tiene conjunto de vértices  $V = \{v \subseteq [n] : |v| = r\}$  y conjunto de aristas  $E = \{uv : u \cap v = \emptyset\}$ .

Entre las variantes más estudiadas de dominación, se encuentra la  $k$ -upla dominación [6, 7]. Dados un grafo  $G = (V, E)$  y un número natural  $k \leq \delta(G) + 1$ , un conjunto  $k$ -upla dominante  $D$  es un subconjunto de  $V$  tal que  $|N[u] \cap D| \geq k$  para cada  $u \in V$ . El número de  $k$ -upla dominación  $\gamma_{\times k}(G)$  es el mínimo cardinal de un conjunto  $k$ -upla dominante de  $G$ .

En este trabajo presentamos avances en el estudio de la  $k$ -upla dominación en grafos de Kneser. Obtenemos el valor exacto de  $\gamma_{\times k}(Kn(n, r))$  para  $n \geq r(k+r)$  y caracterizamos los conjuntos  $k$ -upla dominantes para estos casos. Probamos también un resultado general de monotonía en  $n$  del parámetro. Luego, nos centramos en el caso  $r = 2$  y analizamos la estructura de los conjuntos  $k$ -upla dominantes lo que nos permite determinar valores exactos para  $\gamma_{\times k}(Kn(n, 2))$  y describir conjuntos  $k$ -upla dominantes óptimos.

### REFERENCIAS

- [1] Brešar, B., Kos, T., & Torres, P. D. (2019). Grundy domination and zero forcing in Kneser graphs. *Ars Mathematica Contemporanea*, 17(2), 419-430.
- [2] Gorodezky, I. (2007). Dominating sets in Kneser graphs (Master's thesis, University of Waterloo).
- [3] Ivančo, J., & Zelinka, B. (1993). Domination in Kneser graphs. *Mathematica Bohemica*, 118(2), 147-152.
- [4] Jalilolghadr, P., & Behtoei, A. (2023). Total dominator chromatic number of Kneser graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 1-5.
- [5] Östergård, P. R., Shao, Z., & Xu, X. (2015). Bounds on the domination number of Kneser graphs. *Ars Mathematica Contemporanea*, 9(2), 187-195.
- [6] Harary, F., & Haynes, T. W. (2000). Double domination in graphs. *Ars combinatoria*, 55, 201-213.
- [7] Zverovich, V. (2008). The  $k$ -tuple domination number revisited. *Applied mathematics letters*, 21(10), 1005-1011.

## Dominación italiana, 2-dominación y $\{2\}$ -dominación en grafos

Alberto Ferrari<sup>1</sup>, Valeria Leoni<sup>2</sup>, María Inés Lopez Pujato<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNR, <sup>2</sup>CONICET-UNR

Numerosos y diversos problemas de la vida real pueden ser formulados como problemas de dominación en grafos, por ejemplo asignar recursos (usualmente escasos) a diferentes lugares de forma de cubrir una necesidad en ese lugar y su vecindad próxima. Muchas variantes de la dominación usual han sido y siguen siendo estudiadas en la literatura. En este trabajo nos enfocamos en dos variantes conocidas, la 2-dominación y la  $\{2\}$ -dominación, y las relacionamos con la dominación italiana (o  $\{2\}$ -romana) definida más recientemente (Chellali et al., 2016).

Un subconjunto  $D$  de vértices de un grafo  $G$  es un *conjunto dominante* en  $G$  si todo vértice fuera de  $D$  es adyacente a al menos un vértice de  $D$ . El tamaño mínimo de un conjunto dominante en un grafo  $G$  es llamado el *número de dominación* de  $G$  y denotado por  $\gamma(G)$  (Berge, 1958). Una variante natural de esta dominación fue introducida por Jacobson et al. (1985): un subconjunto  $D$  de vértices de un grafo  $G$  es un *conjunto 2-dominante* en  $G$  si todo vértice fuera de  $D$  es adyacente a al menos dos vértices de  $D$ . El tamaño mínimo de un conjunto 2-dominante en  $G$  es llamado el *número de 2-dominación* de  $G$  y denotado por  $\gamma_2(G)$ . La *dominación italiana* es una reciente variación de la 2-dominación [1]. Dado un grafo  $G$  con conjunto de vértices  $V$ , una *función de dominación italiana*  $f: V \rightarrow \{0, 1, 2\}$  en  $G$  tiene la propiedad de que para cada vértice  $v \in V$  con  $f(v) = 0$ , o bien existe un vértice  $u$  adyacente a  $v$  con  $f(u) = 2$ , o al menos dos vértices  $x, y$  adyacentes a  $v$  con  $f(x) = f(y) = 1$ . El peso de una función de dominación italiana es el valor  $f(V) = \sum_{v \in V} f(v)$ . El mínimo peso de una función de dominación italiana en  $G$  es llamado el *número de dominación italiano* de  $G$  y denotado por  $\gamma_I(G)$ . La dominación italiana está fuertemente relacionada con la  $\{2\}$ -dominación, introducida por Hedetniemi et al. (1991), en la que, además de la propiedad mencionada para la dominación italiana, también se pide que para cada vértice  $v \in V$  con  $f(v) = 1$  exista al menos un vértice  $u$  adyacente a  $v$  con  $f(u) \neq 0$ .

Al comparar la dominación usual, la 2-dominación y la dominación italiana, en [1] los autores presentan las siguientes desigualdades que relacionan los parámetros correspondientes para un grafo  $G$ :  $\gamma(G) \leq \gamma_I(G) \leq 2\gamma(G)$  y  $\gamma(G) \leq \gamma_I(G) \leq \gamma_2(G)$ . En [4] se define un *grafo italiano*  $G$  como aquel tal que  $\gamma_I(G) = 2\gamma(G)$  y; *grafo II*, si el rango de cualquier función de dominación italiana en  $G$  de peso mínimo es  $\{0, 1\}$ , y *grafo IIa*, si el rango de alguna función de dominación italiana de peso mínimo es  $\{0, 1\}$ . Un grafo  $G$  es IIa si  $\gamma_I(G) = \gamma_2(G)$  [4]. Por ejemplo, los grafos estrella son italianos pero no IIa. El camino  $P_6$  es un grafo italiano e IIa, pero no es II. En [3] se presenta una caracterización de los grafos árboles italianos. En [4] se muestra que hay infinitos grafos cactus con mínimo grado uno que no están en IIa, y además que todo grafo cactus con mínimo grado dos está en IIa.

Los grafos italianos y los grafos IIa constituyen clases no comparables pero, claramente, para cada grafo en la subclase de grafos que son italianos y también IIa y para el cual se conoce el valor exacto y/o el algoritmo eficiente que encuentra  $\gamma(G)$ , se conocerá el valor exacto de los números  $\gamma_I(G)$  y  $\gamma_2(G)$ .

Por otro lado, a nuestro saber, en la literatura no existen comparaciones entre los números  $\gamma_I(G)$  y  $\gamma_{\{2\}}(G)$  para un grafo  $G$  dado. En este trabajo comparamos dichos parámetros. Mostramos que  $\gamma_I(G) \leq \gamma_{\{2\}}(G) \leq 2\gamma(G)$  para todo grafo  $G$ . Introducimos una superclase de los grafos italianos:  $G$  es un grafo *siciliano* si  $\gamma_I(G) = \gamma_{\{2\}}(G)$ .

Luego nos enfocamos en una subclase relevante de grafos arco circulares y, en particular, obtenemos el valor de  $\gamma_I(G)$  para todo grafo web  $G$ . Demostramos que todas los grafos web están en IIa y obtenemos, a través de la caracterización de los IIa mostrada en [4], el número  $\gamma_2(G)$  para cada grafo web  $G$ . Además, usando el valor de  $\gamma_{\{2\}}(G)$  que fue recientemente obtenido para cualquier grafo web  $G$  [2], y con el objetivo de hallar una caracterización de los grafos

sicilianos, mostramos un primer avance en esta dirección presentando una subfamilia infinita de grafos web que son sicilianos pero no italianos.

#### REFERENCIAS

- [1] Chellali, M., Haynes, T. W., Hedetniemi, S. T., McRae, A. A., *Roman  $\{2\}$ -domination*, Discrete Appl. Math., 204, (2016) 22–28.
- [2] Cheng, Y. J., Fu, H. L., Liu, C. A., *The integer  $\{k\}$ -domination number of circulant graphs*, Discrete Math., Algorithms and Applications, 12, 4 (2020) 2050055, 1–9.
- [3] Henning, M. A., Klostermeyer, W. F., *Italian domination in trees*, Discrete Appl. Math., 217, (2017) 557–564.
- [4] Klostermeyer, W. F., MacGillivray, G., *Roman, italian, and 2-domination*, J. Combin. Math. Combin. Comput., 108, (2019) 125–146.

## Diámetro y distancias en asociaedros de grafos

Ana Gargantini<sup>1</sup>, Adrián Pastine<sup>2</sup>, Pablo Torres<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, <sup>2</sup>Instituto de Matemática Aplicada San Luis, CONICET-UNSL, <sup>3</sup>Universidad Nacional de Rosario - CONICET

Una rotación en un árbol binario es una operación local y reversible sobre dicho árbol, que intercambia el nivel de un par de nodos adyacentes. Dado  $n \in \mathbb{N}$ , el asociaedro clásico  $(n - 1)$ -dimensional se puede describir como el politopo cuyo 1-esqueleto es isomorfo al grafo de rotaciones de árboles binarios de  $n$  nodos internos, es decir, el grafo cuyos vértices son todos los árboles binarios de  $n$  nodos internos, y dos árboles son adyacentes si difieren en una rotación. Esta construcción se generaliza para definir el asociaedro de un grafo  $G$  a partir del grafo de rotaciones de los árboles de búsqueda sobre  $G$ , recuperando familias conocidas de politopos como casos particulares: el asociaedro clásico como asociaedro de un camino, el permutaedro como asociaedro de un grafo completo, el cicloedro como asociaedro de un ciclo, entre otros [1].

Los asociaedros como politopos son objetos de interés en geometría discreta y topología algebraica, pero también admiten formulaciones que permiten establecer relaciones con distintos sistemas combinatorios. Las propiedades estructurales de los grafos que determinan los asociaedros resultan de utilidad debido a sus variadas aplicaciones. Estas van desde complejidad computacional hasta física [4] y biología [5]. Para el asociaedro clásico, se han estudiado y establecido distintos parámetros de grafos, entre ellos su diámetro [3]. Para el caso general, solo se conocen resultados sobre el diámetro de asociaedros de algunas familias de grafos [2]. En la actualidad esta sigue siendo un área de estudio abierta.

En esta comunicación, presentaremos algunos resultados obtenidos a partir del estudio de distancias en asociaedros de grafos bipartitos completos. Además, analizaremos el efecto de eliminar ciertos subconjuntos de aristas de un grafo en el diámetro de su asociaedro, acotándolo inferior y superiormente. Finalmente, mostraremos cómo se puede utilizar esta cota en el cálculo de algunos diámetros de asociaedros de grafos bipartitos completos.

#### REFERENCIAS

- [1] J. Cardinal, S. Langerman, P. Perez-Lantero, *On the diameter of tree associahedra*, Electronic Journal of Combinatorics, 25(4) (2018), P4.18.
- [2] J. Cardinal, L. Pournin, M. Valencia-Pabon, *Diameter estimates for graph associahedra*, Annals of Combinatorics, 26 (2022), 873–902.

- [3] L. Pournin, *The diameter of associahedra*, Advances in Mathematics, 259 (2014), 13–42.  
 [4] Francisco Santos, *A counterexample to the Hirsch conjecture*, Annals of Mathematics, 176 (2012), 383–412.  
 [5] C. Semple, M. Steel, *Phylogenetics*. Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications 24, Oxford University Press, 2003.

## Rango de matriz de distancia en grafos

Ezequiel Dratman, Luciano N. Grippo, **Veronica Moyano**<sup>1</sup>, Adrián Pastine

<sup>1</sup>Instituto de Ciencias - Universidad Nacional de General Sarmiento - Buenos Aires

vmoyano@ungs.edu.ar

Dado un grafo conexo  $G$  con vértices  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ , se define la entrada  $(i, j)$  de la matriz de distancia  $D(G)$  como la distancia entre los vértices  $v_i$  y  $v_j$  en el grafo  $G$ . Usando resultados de la teoría de Ramsey probamos que para cada entero  $k \geq 2$ , existe una cantidad finita de grafos cuyas matrices de distancia tienen rango  $k$ . Además describimos los grafos cuyas matrices de distancia tienen rango 2 y 3.

Se definen los grafos *trivially perfect* como los grafos en los cuales, para todo subgrafo inducido  $H$  el tamaño del conjunto independiente máximo en  $H$  coincide con la cantidad de cliques maximales en  $H$ . Veremos que en esta clase de grafos se cumple que para cada  $\eta \geq 1$  existe un grafo trivially perfect cuya matriz de distancia tiene nulidad  $\eta$ .

### REFERENCIAS

- [1] C. Bo, B. Liu, *On the nullity of graphs*, Electron. J. Linear Algebra 16 (2007) 60-67.  
 [2] E. Dratman, L.N. Grippo, M.D. Safe, C.M. da Silva Jr., R.R. Del-Vecchio, *The determinant of the distance matrix of graphs with blocks at most bicyclic*, Linear Algebra Appl. 614 (2021) 437-454 .  
 [3] M.C. Golumbic, *Trivially perfect graphs*, Discrete Math. 24 (1) (1978) 105-107.  
 [4] R.L. Graham, H.O. Pollak, *On the addressing problem for loop switching*, Bell System Tech. J. 50 (1971) 2495-2519 .  
 [5] J. Spencer, *Ramsey's theorem - a new lower bound*, J. Combinatorial Theory Ser. A 18 (1975) 108-115 .

## Inmersiones de bicliques en grafos con número de independencia 2

Fábio Botler<sup>1</sup>, Andrea Jiménez<sup>2</sup>, Carla Negri Lintzmayer<sup>3</sup>, **Adrián Pastine**<sup>4</sup>,  
 Daniel A. Quiroz<sup>2</sup>, Maycon Sambinelli<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Rio de Janeiro, <sup>2</sup>Universidad de Valparaíso,

<sup>3</sup>Universidade Federal do ABC, <sup>4</sup>UNSL-IMASL

Dados dos grafos  $G$  y  $H$ , decimos que  $G$  contiene una inmersión de  $H$  si existe una función inyectiva  $f : V(H) \rightarrow V(G)$  y una colección de  $|E(H)|$  caminos de  $G$  arista-disjuntos,  $\mathcal{P} = \{P_{uv} : uv \in E(H)\}$ , de manera tal que  $P_{uv}$  tiene como vértices finales a  $f(u)$  y  $f(v)$  para cada  $uv \in E(H)$ . El estudio de inmersiones en grafos está relacionado con el estudio de menores. Dentro del estudio de menores, uno de los problemas más importante es la Conjetura de Hadwiger (ver [2]) que dice que todo grafo  $G$  contiene a  $K_{\chi(G)}$  como un menor (donde  $\chi(G)$  es el número cromático de  $G$ ). De manera similar, la conjetura de Abu-Khzam y Langston (ver [1]) dice que todo grafo  $G$  contiene una inmersión de  $K_{\chi(G)}$ . En la dirección de la Conjetura de Khzam y

Langston, Vergara (ver [4]) demostró la equivalencia entre contener una inmersión de  $K_{\chi(G)}$  y una inmersión de  $K_{\lfloor n/2 \rfloor}$  para grafos  $G$  de  $n$  vértices y número de independencia 2, y demostró también que tales grafos contienen una inmersión de  $K_{\lfloor n/3 \rfloor}$ . Por otro lado, Woodall (ver [5]) y, de manera independiente Seymour, (en una comunicación privada a Kostochka y Prince, ver [3]), conjeturaron que todo grafo  $G$  contiene al grafo bipartito completo  $K_{\chi(G)-\ell, \ell}$  como un menor, para todo  $1 \leq \ell \leq \chi(G)$ .

Combinando las direcciones tomadas por Vergara y por Seymour y Woodall, en este trabajo demostramos que si  $G$  es un grafo de  $n$  vértices con número de independencia 2, entonces  $G$  contiene una inmersión de  $K_{\lfloor n/2 \rfloor - \ell, \ell}$  y una inmersión de  $K_{\chi(G) - \ell, \ell}$  para todo  $\ell$ .

#### REFERENCIAS

- [1] F.N. Abu-Khzam and M.A. Langston. Graph coloring and the immersion order. *Computing and combinatorics*, 394–403, MR2063516, 2003.
- [2] H. Hadwiger. Über eine Klassifikation der Streckenkomplexe. *Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich*, 88:133–142, 1943.
- [3] A.V. Kostochka, and N.S. Prince. Dense graphs have  $K_{3,t}$  minors. *Discrete Math.*, 310:2637–2654, 2010.
- [4] S. Vergara. Complete graph immersions in dense graphs. *Discrete Math.*, 340:1019–1027, 2017.
- [5] D.R. Woodall. List colourings of graphs. *Surveys in combinatorics, 2001 (Sussex)*, 269–301, MR1850711, 2001.

## On Colorings of EPT Graphs

Pablo Jesús De Caria, María Pía Mazzoleni, **María Guadalupe Payo Vidal**

CONICET - CMaPL (Centro de Matemática de La Plata), Argentina

The edge-intersection graph of a family of paths on a host tree is called an *EPT* graph. When the host tree has maximum degree  $h$ , we say that the graph is  $[h, 2, 2]$ . If the host tree also satisfies being a star, we have the corresponding classes of EPT-star and  $[h, 2, 2]$ -star graphs.

First we study the problem of clique coloring EPT graphs on bounded degree trees and then we deal with the usual problem of proper coloring in the class of EPT graph. We prove that  $[4, 2, 2]$ -star graphs are 2-clique colorable, we find other classes of EPT-star graphs that are also 2-clique colorable and we discuss about the values of  $h$  such that the class  $[h, 2, 2]$ -star is 3-clique colorable. If  $G$  belongs to  $[4, 2, 2]$  or  $[5, 2, 2]$  we prove that  $G$  is 3-clique colorable, even when the host tree is not a star. Moreover, we study some restrictions on the host trees to obtain subclasses that are 2-clique colorable.

We find the chromatic index (denoted by  $\chi'$ ), chromatic number (denoted by  $\chi$ ) and bounds of them depending on graph parameters for some subclasses of EPT graph. We prove that if  $G$  is an  $[h, 2, 2]$ -star graph, then  $\chi'(G) \leq 2h - 1$  and  $\chi(G) \leq \lceil \frac{3h-1}{2} \rceil$ . Moreover, if  $G$  is a  $\{2K_2, \text{diamond}\}$ -free graph, then  $\chi(G) = \omega(G)$  or  $G = C_5$ , being  $\omega(G)$  the maximum number of vertices of a complete subgraph of the graph. We also show that if  $G$  is an EPT-star, then  $\chi(G) \leq \omega(G) + 1$ . We continue working on other subclasses of EPT graphs in order to find bounds for the chromatic number and chromatic index.

## Sobre la coordinación de los complementos de línea de árboles

Martín Safe, Rocío Belén Suárez Albanesi

Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET

Los *grafos coordinados* son aquellos en los cuales, para todo subgrafo inducido, coinciden el *grado clique* (que es el cardinal máximo de un conjunto de cliques maximales que comparten todas un mismo vértice) y el *número clique-cromático* (que es el mínimo número de colores necesario para pintar las cliques maximales de modo que dos cliques maximales con el mismo color no compartan vértices).

La clase de grafos coordinados es hereditaria, es decir, cerrada por subgrafos inducidos. Por lo tanto, admite una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales. Si bien no se conoce una descripción completa de la lista de subgrafos inducidos prohibidos minimales para la clase de los grafos coordinados, sí se han obtenido resultados parciales para aquellos grafos coordinados dentro de las clases de los grafos de línea y de los complementos de árboles [2] y las clases de los grafos libres de paw y de los libres simultáneamente de gem, 4-wheel y bull [1]. Cada una de estas caracterizaciones conduce a un algoritmo de tiempo polinomial (o incluso lineal) para el reconocimiento de los grafos coordinados dentro de cada una de estas clases. Sin embargo, se sabe que la clase de los grafos coordinados admite familias de grafos prohibidos minimales cuya cardinalidad crece exponencialmente con el número de vértices [3] y que el reconocimiento de grafos coordinados es NP-duro en general [4].

En este trabajo, buscamos caracterizar por subgrafos inducidos prohibidos minimales cuándo un complemento de un grafo de línea de un árbol  $T$  es coordinado. Conjeturamos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales y la demostramos para todos los árboles  $T$  con diámetro a lo sumo 5. Más aún, demostramos que para probar que la conjetura es cierta, alcanza con demostrarla para los árboles cuyo diámetro es 6.

### REFERENCIAS

- [1] F. Bonomo, G. Durán, F. Soullignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of clique-perfect and coordinated graphs: Superclasses of triangle-free graphs. *Discrete Appl. Math.*, 157(17):3511–3518, 2009.
- [2] F. Bonomo, G. Durán, F. Soullignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of coordinated graphs: line graphs and complements of forests. *Math. Oper. Res.*, 69(2):251–270, 2009.
- [3] F. Soullignac and G. Sueiro. Exponential families of minimally non-coordinated graphs. *Rev. Un. Mat. Argentina*, 50(1):75–85, 2009.
- [4] F. J. Soullignac and G. Sueiro. NP-hardness of the recognition of coordinated graphs. *Ann. Oper. Res.*, 169(1):17–34, 2009.

---

Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.

## Grafos cuyo cuadrado de línea es libre de $P_k$

Martín Safe, Martina Vergara

Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET

El *grafo de línea* de un grafo  $G$ , denotado  $L(G)$ , es el grafo cuyos vértices son las aristas de  $G$  y tal que dos aristas de  $G$  son adyacentes en  $L(G)$  si y solo si comparten un extremo. El *cuadrado* de un grafo  $G$ , denotado  $G^2$ , es el grafo con los mismos vértices que  $G$  y tal que dos

vértices son adyacentes si están unidos en  $G$  por un camino de longitud a lo sumo 2. Denotamos por  $P_k$  al camino sin cuerdas con  $k$  vértices. Un grafo es *libre de  $P_k$*  si no contiene  $P_k$  como subgrafo inducido.

El problema del MATCHING INDUCIDO MÁXIMO consiste en encontrar un conjunto de aristas no incidentes dos a dos de cardinalidad máxima. El problema del CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO consiste en hallar un conjunto de vértices no adyacentes dos a dos de máxima cardinalidad. Claramente, resolver el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO en un grafo  $G$  es equivalente a resolver el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO en  $L(G)^2$ . Este hecho implica que el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial) para la clase de todos los grafos  $G$  tales que  $L(G)^2 \in \mathcal{H}$ , para cada clase  $\mathcal{H}$  de grafos en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial).

Por ejemplo, una clase de grafos  $\mathcal{H}$  en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial es la clase de los grafos cordales [2]. Luego, el problema del MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial en la clase de los grafos  $G$  tales que  $L(G)^2$  es cordal. Una caracterización de la clase de tales grafos  $G$ , por subgrafos inducidos prohibidos minimales, fue dada por Scheidweiler y Wiederrecht [4].

Una clase de grafos  $\mathcal{H}$  en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo cuasipolinomial es la clase de los grafos libres de  $P_k$ , para cada  $k$  [1]. En consecuencia, si  $\mathcal{G}_k$  es la clase de los grafos  $G$  tales que  $L(G)^2$  es libre de  $P_k$  entonces el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo cuasipolinomial en  $\mathcal{G}_k$ , cualquiera sea  $k$ . Hatzel y Wiederrecht [3] estudiaron el problema de caracterizar la clase  $\mathcal{G}_k$  por subgrafos inducidos prohibidos. Sin embargo, su caracterización no es por subgrafos inducidos prohibidos minimales, pues algunos de los subgrafos prohibidos contienen a otros como subgrafos inducidos propios.

En este trabajo, obtenemos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase  $\mathcal{G}_k$ , para cada  $k$ . Cada familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales queda caracterizada mediante un conjunto de cadenas aceptadas por un autómata finito determinista.

#### REFERENCIAS

- [1] P. Gartland and D. Lokshtanov. Independent set on  $P_k$ -free graphs in quasi-polynomial time. In *2020 IEEE 61st Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 613–624. IEEE Computer Soc., Los Alamitos, CA, 2020.
- [2] F. Gavril. Algorithms for minimum coloring, maximum clique, minimum covering by cliques, and maximum independent set of a chordal graph. *SIAM J. Comput.*, 1(2):180–187, 1972.
- [3] M. Hatzel and S. Wiederrecht. On perfect linegraph squares. In *Graph-theoretic Concepts in Computer Science*, volume 11159 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 252–265. Springer, Cham, 2018.
- [4] R. Scheidweiler and S. Wiederrecht. On chordal graph and line graph squares. *Discrete Appl. Math.*, 243:239–247, 2018.

---

Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.



# Comunicaciones de Lógica

## El subreducto implicativo monádico de las Álgebras de Gödel monádicas

Matías Álvarez, Diego Castaño, José Patricio Díaz Varela

Depto. de Matemática (UNS) - INMABB (UNS-CONICET)

alvarez95@hotmail.com, usdiavar@criba.edu.ar

En [1] se introduce una clase de álgebras que denominaron BL-álgebras monádicas  $\langle \mathbf{A}, \forall, \exists \rangle$  como BL-álgebras  $\mathbf{A}$  dotadas con dos operadores monádicos  $\forall, \exists$  y en [2] se continuó el estudio en la subvariedad  $\mathbb{M}\mathbb{G}$  de las álgebras de Gödel monádicas, la semántica algebraica equivalente de la expansión S5-modal de la lógica Gödel [4], dicha lógica es equivalente al fragmento monádico en una variable de la lógica de Gödel de primer orden. Además se prueba que la variedad  $\mathbb{M}\mathbb{G}$  tiene la *finite embeddability property* (FEP).

En esta comunicación presentaremos una axiomatización para la clase de los  $\{\rightarrow, \forall, \exists, 1\}$ -subreductos de las álgebras de Gödel monádicas, esto es, la clase de los subreductos implicativos monádicos de las álgebras de Gödel monádicas. Mostramos que estos subreductos forman una variedad y que esta variedad también posee la FEP.

### REFERENCIAS

- [1] Castaño, D., C. Cimadamore, J. P. Díaz Varela, and L. Rueda, Monadic BL- algebras: The equivalent algebraic semantics of Hájek's monadic fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* 320:40–59, 2017.
- [2] Castaño, D., C. Cimadamore, J. P. Díaz Varela, and L. Rueda, Completeness for monadic fuzzy logics via functional algebras, *Fuzzy Sets and Systems* 407, 161-174, 2021.
- [3] D. Castaño, C. Cimadamore, J.P. Díaz Varela, L. Rueda, An algebraic study of S5-modal Gödel logic. *Studia Logica* 109 (5), 937-967, 2021.
- [4] P. Hájek, *Metamathematics of fuzzy logic*, Trends in Logic - Studia Logica Library, 4. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998, viii+297 pp.
- [5] Ferreirim, Isabel M. A. On varieties and quasivarieties of hoops and their reducts. Tesis doctoral, Graduate College of the University of Illinois, Chicago (1992)

## Propiedades estructurales de núcleos sobre reticulados residuados

Sebastián Buss, Diego Castaño, José Patricio Díaz Varela

INMABB (UNS-CONICET)

Un *reticulado residuado* es una estructura  $\mathbf{A} = \langle A, \wedge, \vee, \cdot, \rightarrow, 0, 1 \rangle$  del tipo  $\langle 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$  tal que  $\langle A, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$  es un reticulado acotado,  $\langle A, \cdot, 1 \rangle$  es un monoide conmutativo y además se satisface la condición de residuación

$$a \cdot b \leq c \Leftrightarrow a \leq b \rightarrow c$$

para todo  $a, b, c \in A$ . Dado un reticulado residuado  $\mathbf{A}$  diremos que un mapeo  $f : A \rightarrow A$  es un *núcleo* sobre  $\mathbf{A}$  si es un operador de clausura que satisface

$$f(a) \cdot f(b) \leq f(a \cdot b)$$

para todo  $a, b \in A$ . El concepto de núcleo fue originalmente definido en el contexto de álgebras Brouwerianas y de quantales [1, 2]. Para reticulados residuados el concepto fue introducido por Galatos y Tsinakis en [3], donde fue utilizado para dar algunas caracterizaciones de  $\mathbb{M}\mathbb{V}$  álgebras generalizadas. Otro interés por estudiar los núcleos sobre un reticulado residuado surge a partir del hecho de que el conjunto  $f(A)$  admite una estructura natural de reticulado residuado y el conjunto  $f^{-1}(\{1\})$  define un filtro implicativo sobre  $\mathbf{A}$ . Para más información sobre reticulados residuados y núcleos recomendamos ver [4, 5, 6].

Mostraremos, entre otros resultados clásicos, algunos resultados estructurales locales y globales de núcleos sobre reticulados residuados. Entre ellos, daremos una descripción local completa de los núcleos sobre un reticulado residuado arbitrario.

#### REFERENCIAS

- [1] J. SCHMIDT, C. TSINAKIS, Relative pseudo-complements, join-extensions and meet-retractions, *Mathematische Zeitschrift*, **157**, 271-284, 1977.
- [2] K. I. ROSENTHAL, Quantales and their applications, *Pitman Research Notes in Mathematics*, **234**, Longman, 1990.
- [3] N. GALATOS, C. TSINAKIS, Generalized MV-algebras, *Journal of Algebra*, **283**, 254-291, 2005.
- [4] N. GALATOS, P. JIPSEN, T. KOWALSKI, H. ONO, Residuated Lattices: An Algebraic Glimpse at Substructural Logics, *Studies in Logics and the Foundations of Mathematics*, Elsevier, 2007.
- [5] S.-W. HAN, B. ZHAO, Nuclei and conuclei on residuated lattices, *Fuzzy Sets and Systems*, **172**, 51-70, 2011.
- [6] B. ZHAO, H. ZHOU, Generalized Bosbach and Riečan states on nucleus-based-Glivenko residuated lattices, *Arch. Math. Logic*, **52**, 689-706, 2013.

## Algunos resultados sobre el orden parcial grupo definido sobre matrices

Cecilia R. Cimadamore<sup>1</sup>, Laura A. Rueda<sup>1</sup>, Néstor Thome<sup>2</sup>, Melina V. Verdecchia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina. <sup>2</sup>Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, 46022, Valencia, Spain.

En este trabajo estudiamos los intervalos iniciales  $[O, B]$  para una matriz  $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$  de índice a lo sumo 1 ordenados por el orden parcial grupo. Mostramos un isomorfismo de orden entre el intervalo inicial de una matriz fija  $B$  y cierto conjunto ordenado de proyectores. A partir de la forma canónica de Jordan de un bloque dentro de una descomposición Hartwig-Spindlbösch de  $B$ , damos condiciones bajo las cuales el intervalo inicial  $[O, B]$  es un reticulado.

---

N. Thome fue financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España (Red de Excelencia, MTM2017-90682-REDT), por Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 083/2020), y por la Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Res. 135/19).

# Una extensión de las Álgebras de Łukasiewicz trivalentes equivalente a las álgebras de semi Nelson semisimples

Diego Castaño, Juan M. Cornejo

Departamento de Matemática (Universidad Nacional del Sur) - INMABB (CONICET)

jmcornejo@uns.edu.ar

La clase  $\mathcal{L}$  formada por las álgebras de Łukasiewicz trivalentes consideradas como álgebras de tipo  $(2, 2, 1, 1, 0)$  definidas sobre un lenguaje  $\{\wedge, \vee, \nabla, \sim, 1\}$  y la variedad  $\mathcal{N}^s$  de las álgebras de Nelson semisimples  $\mathbf{A} = \langle A; \wedge, \vee, \rightarrow, \sim, 1 \rangle$  de tipo  $(2, 2, 2, 1, 0)$  se encuentran relacionadas por una interesante propiedad. Es sabido (ver [2, Teoremas 4.15 y 4.16]) que  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{N}^s$  son equivalentes por términos bajo las asignaciones:

$$x \rightarrow y := (\nabla \sim x) \vee y \quad y \quad \nabla x := (\sim x) \rightarrow (\sim 1).$$

Por otra parte, en [1], se introducen las álgebras de semi Nelson como una extensión de las álgebras de Nelson. Un álgebra  $\mathbf{A} = \langle A; \wedge, \vee, \rightarrow, \sim, 1 \rangle$  es un *álgebra de semi Nelson* si se satisfacen las siguientes condiciones:

1.  $\langle A; \wedge, \vee, \rightarrow_N, \sim, 1 \rangle$  es un álgebra de Nelson,
2.  $(x \rightarrow_N y) \rightarrow_N [(y \rightarrow_N x) \rightarrow_N [(x \rightarrow z) \rightarrow_N (y \rightarrow z)]] \approx 1$ ,
3.  $(x \rightarrow_N y) \rightarrow_N [(y \rightarrow_N x) \rightarrow_N [(z \rightarrow x) \rightarrow_N (z \rightarrow y)]] \approx 1$ ,
4.  $(\sim (x \rightarrow y)) \rightarrow_N (x \wedge \sim y) \approx 1$ ,
5.  $(x \wedge \sim y) \rightarrow_N (\sim (x \rightarrow y)) \approx 1$ .

donde  $x \rightarrow_N y := x \rightarrow (x \wedge y)$ .

En este trabajo vamos a definir una nueva clase de álgebras,  $\mathcal{SL}$ , que resultará ser una extensión de  $\mathcal{L}$  y resultará ser equivalente por términos a la variedad formada por las álgebras de semi Nelson semisimples extendiendo así la equivalencia anteriormente mencionada entre  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{N}^s$ . Vamos a caracterizar los elementos subdirectamente irreducibles de  $\mathcal{SL}$  y describiremos de manera completa su reticulado de subvariedades brindando una base ecuacional para cada una de ellas.

## REFERENCIAS

- [1] J. M. Cornejo and I. Viglizzo, *Semi-Nelson algebra*, ORDER (2018), volume 35, issue 1, p 23 - 45..
- [2] Viglizzo, Ignacio, *Álgebras de Nelson*, Magister dissertation in Mathematics, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, available at <https://sites.google.com/site/viglizzo/viglizzo99nelson>. Instituto de Matemática de Bahía Blanca, Universidad Nacional del Sur (1999).

# Una dualidad topológica libre de elección para las álgebras de Tarski

Luciano J. González<sup>1</sup>, Sergio A. Celani<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de La Pampa, <sup>2</sup>UNICEN

lucianogonzalez@exactas.unlpam.edu.ar

En esta comunicación desarrollaremos una dualidad topológica para la categoría algebraica de las álgebras de Tarski sin hacer uso del Axioma de Elección. Para ello aplicaremos y seguiremos las técnicas utilizadas en [2]. En lugar de utilizar los filtros implicativos propios o ultrafiltros como en las dualidades desarrolladas en [3] y [1], respectivamente, utilizaremos la colección de todos los filtros implicativos propios. Es decir, para cada álgebra de Tarski  $A$ , consideramos la familia  $\mathcal{L}_A = \{\alpha(a) : a \in A\}$ , donde  $\alpha(a) = \{F : F \text{ es filtro implicativo propio de } A \text{ y } a \in F\}$ , y definimos una topología  $\tau_A$  sobre  $X_A$  la colección de todos los filtros implicativos propios generada por la familia  $\mathcal{L}_A$ . Luego, caracterizamos de forma topológica a estos espacios y presentaremos la dualidad topológica completa para las álgebras de Tarski. Al final utilizaremos nuestra dualidad para obtener una dualidad libre de elección para la categoría algebraica de las álgebras de Boole generalizadas. También presentaremos algunos resultados que conectan los espacios duales de las álgebras de Tarski con los UV-espacios definidos en [2].

#### REFERENCIAS

- [1] M. Abad, P. Varela and A. Torrens Topological representation for implication algebras. *Algebra Universalis*, 52(1):39–48, 2004.
- [2] N. Bezhanishvili and E. Holliday. Choice-free Stone duality. *J. Symb. Log.*, 85(1):109–148, 2020.
- [3] S. Celani and L. Cabrer. Topological duality for Tarski algebras. *Algebra Universalis*, 58(1):73–94, 2008.

## Valuaciones de complejidad: un marco semántico general para lenguajes proposicionales

Juan Pablo Jorge<sup>1,3</sup>, Hernán Luis Vázquez<sup>2</sup>, Federico Holik<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires, CABA (1406), Argentina,

<sup>2</sup>Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina, <sup>3</sup>Instituto de Filosofía, Universidad Austral, Pilar (1629), Argentina,

<sup>4</sup>Instituto de Física La Plata, La Plata (1900), Buenos Aires, Argentina

jorgejpablo@gmail.com, vazquez.hernan.luis@gmail.com, olentiev2@gmail.com

Se presenta un marco matemático general, basado en particiones numerables de los números naturales [1], que permite brindar una semántica a lenguajes proposicionales. El mismo tiene la particularidad de permitir que tanto las valuaciones como los conjuntos de interpretación para los conectivos discriminen *complejidad* de las fórmulas. Es decir, *fbf* con la misma forma lógica, pero distinta complejidad, tendrán asociados distintos conjuntos de interpretación. Esto permite emplear distintos criterios de *adecuación* [2] para valorar fórmulas asociadas con un mismo conectivo principal, pero que difieran en su *complejidad*.

Las particiones especiales utilizadas en nuestro formalismo se llaman *particiones doblemente numerables* (PDN). Cada una de las PDN posibles, consta de numerables clases numerables, generadas de forma recursiva. Esto es, disjunta al conjunto  $\mathbb{N}$  en numerables conjuntos, donde cada uno es equipotente con el conjunto original. En [1] se prueba que existen tantas PDN como números reales y que cada una de ellas puede utilizarse para dar una solución alternativa al famoso problema del *Hotel de Hilbert*. Permiten también dar una prueba recursiva de la equipotencia de  $\mathbb{N}$  y  $\mathbb{N}^n$  (para todo  $n$  natural) y permiten ejemplificar, dando tantos ejemplos como números reales, un teorema que no puede ser probado sin utilizar el *Axioma de elección*: la unión numerable de conjuntos disjuntos y numerables da como resultado un nuevo conjunto numerable.

El método semántico presentado basado en las PDN puede adaptarse a un número arbitrario de conectivos y valores de verdad, por lo cual puede ser considerado un marco general para interpretar varios de los sistemas lógicos conocidos (por ejemplo, LC,  $\mathbb{L}_3$  LP, FDE) [3]. Esta semántica permite converger a diferentes semánticas estándar si se anula el procedimiento de *separación por complejidad*. Por lo tanto, puede ser entendido como un marco que permite *mayor precisión* (en términos de complejidad) con respecto a la satisfacción de fórmulas. Por cómo es construido, se adapta de forma natural a semánticas no deterministas. El procedimiento efectivo presentado permite también generar valuaciones deterministas caracterizadas por otorgar un valor de verdad diferente a cada fórmula del lenguaje proposicional.

#### REFERENCIAS

- [1] J. P. Jorge and H. L. Vázquez. Retornando al hotel de hilbert. *Revista de Educación Matemática*, 36(2):67–87, jul. 2021.
- [2] Arnon Avron. *Non-deterministic Semantics for Families of Paraconsistent Logics*. 2007.
- [3] J. P. Jorge, H. L. Vázquez, and F. Holik. Valuaciones de complejidad: un marco semántico general para lenguajes proposicionales. 2023.

## Bounded distributive lattices with strict implication and weak co-implication

S. Celani, A. Nagy, W.J. Zuluaga Botero

UNLP - UNCPBA - CONICET

Bounded lattices with additional operators occur often as algebraic models of Non-Classical Logics. This is the case of Boolean algebras which are the algebraic semantics of classical logic, Heyting algebras which model intuitionistic logic and double Heyting algebras which model bi-intuitionistic logic [3]. In all these cases, the operations  $\vee$  and  $\wedge$  are interpreted as the logical disjunction and conjunction, and the additional operations are usually interpretations of other logical connectives. Following this line and restricting to the case of logics in the language of intuitionistic logic, in [2] *weak Heyting algebras* are introduced as a class of algebras that model the subintuitionistic logic  $wK_\sigma$  [1]. They were defined as algebras  $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$  such that  $(A, \wedge, \vee, 0, 1)$  is a bounded distributive lattice and for each  $a, b, c \in A$  the following equations hold:

- (1)  $a \rightarrow a = 1$ ,
- (2)  $a \rightarrow (b \wedge c) = (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)$ ,
- (3)  $(a \vee b) \rightarrow c = (a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c)$ ,
- (4)  $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \leq a \rightarrow c$ .

In the same spirit, one may define *weak co-Heyting algebras* as algebras  $(A, \wedge, \vee, \leftarrow, 0, 1)$  such that for every  $a, b, c \in A$  the following equations hold:

- (1)  $a \leftarrow a = 0$ ,
- (2)  $(a \vee b) \leftarrow c = (a \leftarrow c) \vee (b \leftarrow c)$ ,
- (3)  $a \leftarrow (b \wedge c) = (a \leftarrow b) \vee (a \leftarrow c)$ ,
- (4)  $a \leftarrow c \leq (a \leftarrow b) \vee (b \leftarrow c)$ .

In this context, the operation  $\leftarrow$  is usually known as *weak co-implication*. It is well known that every dual-Heyting algebra has a co-Heyting algebra-reduct. These reducts are known as co-Heyting algebras or *dual-Heyting algebras* [4].

Now we present the structures we will study:

**Definition 1.** Let  $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, 0, 1)$  be a distributive lattice. An algebra  $(\mathbf{A}, \rightarrow, \leftarrow)$  is said to be a *double weak Heyting algebra* (DWH-algebra, for short) provided that:

- (1)  $(\mathbf{A}, \rightarrow)$  is a weak Heyting algebra.
- (2)  $(\mathbf{A}, \leftarrow)$  is a weak co-Heyting algebra.

If for every  $x, y \in A$ , the following equations hold:

- (3)  $x \wedge ((x \rightarrow y) \rightarrow 0) \leq y$ ,
- (4)  $x \leq y \vee (1 \rightarrow (x \rightarrow y))$ ,

we say that  $(\mathbf{A}, \rightarrow, \leftarrow)$  is a *strict double weak Heyting algebra* (SDWH-algebra, for short).

Canonical examples of strict double weak Heyting algebras are Boolean algebras and double-Heyting algebras. So, inspired in the study of WH-algebras and its relation with subintuitionistic logics, we start the study of SDWH-algebras expecting to unveil the role they have with respect to sub-bi-intuitionistic logics. I.e. logics in the language of bi-intuitionistic logic that are defined semantically by using Kripke models in the same way as bi-intuitionistic logic is (see [5]), but without requiring of the models some of the properties required in the bi-intuitionistic case. The contribution of this paper is addressed to present a relational Priestley-like duality between the class of SDWH-algebras and the category of SDWH-spaces.

Our category of relational topological spaces is called SDWHSp and has as objects *SDWH-spaces*, which are structures  $(X, \tau, \leq, R)$  such that:

- (1)  $(X, \tau, \leq)$  is a Priestley space,
- (2)  $R(x)$  and  $R^{-1}(x)$  are  $\tau$ -closed for every  $x \in X$ ,
- (3) For every clopen subset  $U$  of  $X$ , the sets  $R^*(U)$  and  $R^{-1*}(U)$  are clopen down-sets<sup>1</sup>,

and as morphisms  $f: (X_1, \tau_1, \leq_1, R_1, S_1) \rightarrow (X_2, \tau_2, \leq_2, R_2, S_2)$ , functions  $f: X_1 \rightarrow X_2$  satisfying:

- (1)  $f$  is a continuous order-preserving map,
- (2) If  $(x, y) \in \mathcal{R}_1$  then  $(f(x), f(y)) \in \mathcal{R}_2$  for  $\mathcal{R} \in \{R, R^{-1}\}$ ,
- (3) If  $(f(x), z) \in \mathcal{R}_2$  then there is  $y \in \mathcal{R}_1(x)$  such that  $f(y) = z$ , for  $\mathcal{R} \in \{R, R^{-1}\}$ .

If we write SDWH for the category of SDWH-algebras and homomorphisms, in this talk we will prove the following:

**Theorem.** The categories SDWH and SDWHSp are dually equivalent.

#### REFERENCIAS

- [1] S. Celani and R. Jansana, A closer look at some subintuitionistic logics. *Notre Dame J. Formal Logic* 42, 225–255 (2003).
- [2] Celani S., Jansana R.: Bounded distributive lattices with stric implication. *Math. Log. Quar.* Vol 51 (3), pp 219–246, (2005).
- [3] Rauszer C., “Semi-boolean algebras and their application to intuitionistic logic with dual operations”, *Fundamenta Mathematicae* LXXXIII (1974).
- [4] Taylor, C. J. (2017). *Double Heyting Algebras* [Doctoral thesis, La Trobe University]
- [5] Wolter, F.: On logics with Coimplication. *Journal of Philosophical Logic*. Vol 27, pp 353-387, (1998).

<sup>1</sup>If  $T$  is a binary relation on  $X$ , then  $T^*(U) = \{x \in X : T(x) \cap U \neq \emptyset\}$ .

## El calculo de primer orden de las t-normas continuas

Gabriel Savoy

Universidad Nacional del Sur

En el año 1961 Mostowski [6] propone estudiar lógicas de primer orden multi valuadas interpretando el cuantificador universal y el cuantificador existencial como supremo e infimo en un conjunto de valores de verdad. En 1963 Hay [3] axiomatiza la lógica de primer orden de Łukasiewicz con la ayuda de la regla infinitaria: si  $\phi + \phi^n : n < \omega$  entonces  $\phi$ . En 1969 Horn [4] axiomatiza la lógica de Gödel de primer orden. En [1] Hájek sienta las bases de la lógica difusa de primer orden, y muestra una base axiomática de primer orden ( $BL\forall$ ) que es fuertemente completa respecto a los modelos basados en BL-cadenas.

Las t-normas continuas juegan un rol fundamental en el estudio de la lógica proposicional básica, pues resultan ser los modelos de esta lógica proposicional (finitaria). En [5] Kulacka muestra un cálculo proposicional dotado de una regla infinitaria que resulta ser fuertemente completo con respecto a las t-normas.

En este trabajo proponemos una axiomática que extiende  $BL\forall$  agregando el axioma  $\forall x(\phi \& \phi) \rightarrow ((\forall x)\&(\forall x))$  (Ver [2]) y la regla infinitaria introducida por Kulacka en [5], y mostramos que esta lógica es fuertemente completa respecto a los modelos basados en t-normas.

Por último mostramos completitud fuerte para algunas extensiones axiomáticas de interés.

### REFERENCIAS

- [1] P. Hájek. *Metamathematics of fuzzy logic*, volume 4 of *Trends in Logic—Studia Logica Library*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.
- [2] P. Hajek and F. Montagna. A note on the first-order logic of complete bl-chains. *Mathematical Logic Quarterly*, 54:435–446, 2008.
- [3] L. S. Hay. An axiomatization of the infinitely many-valued predicate calculus. Master's thesis, Cornell University, 1959.
- [4] A. Horn. Logic with truth values in a linearly ordered heyting algebra. *Journal of Symbolic Logic*, 34:395–409, 1969.
- [5] A. Kulacka. Strong standard completeness for continuous t-norms. *Fuzzy Sets and Systems*, 345:139–150, 2018.
- [6] A. Mostowski. Axiomatizability of some many valued predicate calculi. *Fundamenta mathematicae*, 50:165–190, 1961.

## Sobre los $\{\wedge, \cdot, \rightarrow, 1\}$ subreductos de los srl-monoides integrales

Juan Manuel Cornejo<sup>1,3</sup>, Hernán J. San Martín<sup>2,3</sup> y Valeria A. Sígala<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática (UNS),

<sup>2</sup>Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas (UNLP), <sup>3</sup>CONICET

Un *srl-monoides integral* [3] es un par  $(\mathbf{A}, Q)$  en donde  $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, \cdot, 1)$  es un álgebra de tipo (2,2,2,0) tal que  $(A, \wedge, \vee, 1)$  es un retículo con último elemento,  $(A, \cdot, 1)$  es un monoide conmutativo, la ecuación  $(a \vee b) \cdot c = (a \cdot c) \vee (b \cdot c)$  es válida,  $Q$  es una subálgebra de  $\mathbf{A}$  y para cada  $a, b \in A$  existe el máximo del conjunto  $\{q \in Q : a \cdot q \leq b\}$ , el cual será denotado por  $a \rightarrow b$ . En particular,  $Q = \{a \in A : 1 \rightarrow a = a\}$ . Los srl-monoides integrales pueden considerarse como

álgebras  $(A, \wedge, \vee, \cdot, \rightarrow, 1)$  de tipo  $(2, 2, 2, 2, 0)$  las cuales generalizan a los retículos residuados conmutativos integrales [5] y a los retículos subresiduados [4] respectivamente. La clase de los srl-monoides integrales forma una variedad [3].

Motivados por ideas y propiedades obtenidas en [1, 2], en esta charla vamos a presentar algunos resultados con el fin de caracterizar a la clase de los  $\{\wedge, \cdot, \rightarrow, 1\}$ -subreductos de los srl-monoides integrales. En particular probaremos que la misma es una variedad.

#### REFERENCIAS

- [1] Castiglioni J.L., Fernández V., Mallea H.F. and San Martín H.J., *On subreducts of subresiduated lattices and logic* (en referato). arXiv:2211.02963v1.
- [2] Celani S.A., *Distributive Lattices with Fusion and Implication*. Southeast Asian Bulletin of Mathematics 28, 999-1010 (2004).
- [3] Cornejo J.M., San Martín H.J. and Sígál V., *Subresiduated lattice ordered commutative monoids*. Fuzzy Sets and Systems (2022). DOI:10.1016/j.fss.2022.12.003.
- [4] Epstein G. and Horn A., *Logics wich are characterized by subresiduated lattices*. Z. Math. Logik Grundlagen Math. 22, 199–210 (1976).
- [5] Hart J., Raftery L. and Tsinakis C., *The structure of commutative residuated lattices*. Internat. J. Algebra Comput. 12, 509–524 (2002).

## Relación de precontacto en retículos distributivos acotados

Sergio Celani, Luciana Valenzuela

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Un retículo de precontacto es un par  $\langle L, C \rangle$  donde  $L$  es un retículo distributivo y  $C$  es una relación binaria definida en  $l$ , llamada de precontacto, que satisface las siguientes condiciones:

- Si  $aCb$  entonces  $a, b \neq 0$
- $a \vee bCc$  si y sólo si  $aCc$  o  $bCc$

Las relaciones de precontacto fueron primero estudiadas sobre álgebras de Boole en [2] y [4] como una generalización de las relaciones de contacto estudiadas en [3]. Las relaciones de precontacto también son una generalización de los operadores modales.

Es un hecho conocido que en álgebras de Boole las nociones de relación de precontacto, relación de subordinación y operador cuasi-modal son interdefinibles. En retículos distributivos las nociones de subordinación y operador cuasi-modal también son interdefinibles, pero no ocurre lo mismo con las relaciones de precontacto. Esto amerita un estudio particular de este tipo de relaciones en retículos distributivos y ese es el principal objetivo de este trabajo.

En los artículos [2], [3] y [5] se estudian representaciones topológicas por medio de ciertos espacios  $T_0$  dotados de una base especial de cerrados regulares. Nosotros daremos una representación relacional de los retículos de precontacto utilizando las técnicas desarrolladas en [1]. Por medio de esta representación vamos a caracterizar relacionalmente a una clase de homomorfismos entre retículos de precontacto. También definiremos los subretículos de precontacto y damos una caracterización de estos, haciendo uso de la dualidad entre los subretículos de un retículo distributivo acotado y las relaciones de preorden reticulares de su espacio de Priestley, dada por Cignoli, Lafalce y Petrovich en [6]. Por último, vamos a introducir una clase de congruencia de retículos que preservan en cierto sentido la relación de contacto y que permite



definir una relación de precontacto en el retículo cociente. El objetivo en este punto es caracterizar esta clase de congruencias en términos de ciertos subconjuntos cerrados en su espacio de Priestley asociado.

#### REFERENCIAS

- [1] S. Celani, Subordinations on Bounded Distributive Lattices. *Order* (2022).
- [2] G. Dimov, D. Vakarelov, Topological representation of precontact algebras, in: W. MacCaull, M. Winter, I. Düntsch (Eds.), *Relation Methods in Computer Science*, in: *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3929, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006, pp. 1–16.
- [3] Düntsch, I., MacCaull, W., Vakarelov, D., and Winter, M.: Distributive contact lattices: Topological representation. *J. Logic Algebraic Program.* 76, (2008), 18–34
- [4] Düntsch I. and Vakarelov D.: Region-based theory of discrete spaces: a proximity approach. *Ann. Math. Artif. Intell.*, 49 (1-4), (2007), 5–14.
- [5] Ivanova T. and Vakarelov D.: Distributive mereotopology: extended distributive contact lattices, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, (2016), 77, 3–41.
- [6] Cignoli, R., Lafalce, S. and Petrovich, A. Remarks on Priestley duality for distributive lattices. *Order* 8, 299–315 (1991)

## **Una dualidad topológica para $k$ -álgebras de Heyting aproximadas**

**Federico Almiñana, Gustavo Pelaitay, Lucía Florencia Valverde**

Instituto de Ciencias Básicas–Universidad Nacional de San Juan

florvalverde03@gmail.com

La teoría de conjuntos aproximados ha sido objeto de casi dos décadas de investigación tanto en fundamentos como en diversas aplicaciones [2]. Una parte sustancial del trabajo realizado sobre la teoría se ha dedicado al estudio de sus aspectos algebraicos. En particular, Eric San Juan en [3] introdujo las álgebras de Heyting  $k$ -aproximadas como un formalismo algebraico para razonar sobre sucesiones finitas crecientes en álgebras de Boole en general y sobre generalizaciones de conceptos de conjuntos aproximados en particular. El principal objetivo de este trabajo es realizar un estudio topológico de las  $k$ -álgebras de Heyting aproximadas.

#### REFERENCIAS

- [1] S. Comer. An algebraic approach to the approximation of information. *Fundamenta Informaticae* 14: 492–502, 1991.
- [2] Pawlak, Z. Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11(1982), 341-356.
- [3] E. San Juan, Heyting algebras with Boolean operators for rough sets and information retrieval applications, *Discrete Applied Mathematics* 156 (2008), 967–983.

# Comunicaciones de Matemática Aplicada

## Redes de neuronas no oscilatorias: resonancias subumbral y generación de oscilaciones de red

Andrea Bel<sup>1,2</sup>, Ana Torresi<sup>1</sup>, Horacio G. Rotstein<sup>3,2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur. <sup>2</sup>CONICET, Argentina

<sup>3</sup> Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University, USA

andreabelnqn@gmail.com

Consideramos una red minimal con dos neuronas que no presentan oscilaciones intrínsecas, pero sí pueden presentar resonancia subumbral, es decir, responden con una frecuencia preferida en la amplitud a inputs oscilatorios [1, 2, 3]. Más específicamente, para cada neurona utilizamos un modelo basado en conductancia linealizado de 1 o 2 dimensiones, y las conexiones entre las neuronas, que pueden ser inhibitorias o excitatorias, son graduadas y están descriptas por funciones de tipo sigmoide o lineales a trozos.

Mostramos los mecanismos por los que se generan oscilaciones en la red cuando alguno de los nodos es resonante [4]. Discutimos el rol que tiene la frecuencia de resonancia del nodo aislado en la frecuencia y la amplitud de la oscilación observada en la red. Comparamos además los resultados anteriores con los obtenidos en el caso en que las conexiones son descriptas por funciones lineales a trozos [5], y analizamos cómo las oscilaciones de red presentan una transición entre oscilaciones de tipo sinusoidal y oscilaciones de relajación a medida que la conectividad aumenta.

### REFERENCIAS

- [1] B. Hutcheon and Y. Yarom. Resonance, oscillations and the intrinsic frequency preferences in neurons. *Trends in Neuroscience*, 23:216–222, 2000.
- [2] M. Richardson and N. Brunel and V. Hakim, From Subthreshold to Firing-Rate Resonance, *Journal of Neurophysiology*, 89:2538–2554, 2003.
- [3] H. G. Rotstein and F. Nadim. Frequency preference in two-dimensional neural models: a linear analysis of the interaction between resonant and amplifying currents. *Journal of Computational Neuroscience*, 37:9–28, 2013.
- [4] A. Bel and H. G. Rotstein. Membrane potential resonance in non-oscillatory neurons interacts with synaptic connectivity to produce network oscillations. *Journal of Computational Neuroscience*, 46:169–195, 2019.
- [5] A. Bel, A. Torresi and H. G. Rotstein. Inhibition-based relaxation oscillations emerge in resonator networks. *Math. Model. Nat. Phenom.*, 14(4):Paper No. 405, 28, 2019.

## Soluciones de una ecuación no lineal discreta y no local de Schrödinger

Roberto Ben

Instituto del Desarrollo Humano - Universidad Nacional de Gral. Sarmiento

Ciclo Básico Común - Universidad de Buenos Aires

rben@campus.ungs.edu.ar

Las ecuaciones no lineales de tipo Schrödinger (DNLS) permiten describir la evolución de una amplia variedad de fenómenos en diversos campos, tales como la física de condensados, la óptica no lineal, las ondas en física de plasmas y la biología; con múltiples aplicaciones tecnológicas: computación cuántica, superconductores, superfluidos, etc.

En esta comunicación presentaremos un tipo de ecuación no lineal discreta y no local de Schrödinger que describe la propagación de un haz de luz láser en un material homogéneo de moléculas de cristales líquidos nemáticos atrapadas entre dos placas planas y paralelas ubicadas a pequeña distancia una de otra, sobre las que se aplica un campo eléctrico preconditionador externo perpendicular a las placas. Analizamos la existencia de un tipo particular de soluciones estacionarias, denominadas *breathers*, y mediante una discretización finita del problema estudiamos computacionalmente la estabilidad de las soluciones numéricas [1, 2, 3, 4].

#### REFERENCIAS

- [1] R. Ben, L. Cisneros Ake, A. Minzoni, and P. Panayotaros. Localized solutions for a nonlocal discrete nls equation. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, 379(30-31):1705–1714, Dec. 2015. Publisher Copyright: © 2015 Elsevier B.V.
- [2] R. I. Ben, J. P. Borgna, and P. Panayotaros. Properties of some breather solutions of a nonlocal discrete nls equation. *Communications in Mathematical Sciences*, Dec 2017.
- [3] P. Kevrekidis. *The Discrete Nonlinear Schrödinger Equation: Mathematical Analysis, Numerical Computations and Physical Perspectives*. Springer Tracts in Modern Physics. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [4] J. A. Vélez-Pérez and P. Panayotaros. Wannier functions and discrete nls equations for nematicons. *Mathematics in Engineering*, 1(2):309–326, 2019.

## Determinación de parámetros en módulos fotovoltaicos de silicio para diferentes irradiancias y temperaturas

Paola Bonfili<sup>1</sup>, Darío Fantini<sup>2</sup>, Manuel Baptista de Siqueira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Facultad de Ingeniería, sede Trelew

<sup>2</sup>Universidade de Brasilia Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Mecânica Laboratório de Energia e Ambiente Brasilia DF, Brazil

Los fabricantes de módulos fotovoltaicos proveen curvas de características eléctricas para valores fijos de irradiancia y temperatura. Estos valores no siempre coinciden con las condiciones de operación. Para solucionar este problema se generan estas curvas, a partir de modelos. Algunas constantes son provistas por el fabricante, la corriente foto generada, corriente de saturación, resistencia en serie, resistencia en paralelo y el factor de idealidad se calculan numéricamente. Se utiliza el método de Newton en ecuaciones de equilibrio obtenidas para la corriente de cortocircuito, la tensión de circuito abierto, la corriente y tensión de máxima potencia. Los resultados previos, fueron obtenidos para un rango acotado de temperatura e irradiancia (Fantini 2020).

En el presente trabajo se analiza la convergencia del método de Newton y se mejora su implementación para extender el modelo a otros valores de temperatura e irradiancia.

#### REFERENCIAS

- [1] Fantini D.G., Baptista de Siqueira M.B. *Determinación de parámetros en módulos fotovoltaicos de silicio para diferentes irradiancias y temperaturas – método simplificado con datos del DATASHEET*, XVII Congreso Ibérico e XIII Congreso Ibero-americano de Energía Solar, 2020.

## Oscilaciones de red inducidas por el ruido en *neural mass models*

Andrea Bel<sup>1,2</sup>, Ulises Chialva<sup>1,2</sup>, Walter Reartes<sup>1</sup>, Horacio G. Rotstein<sup>3,2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur. <sup>2</sup>CONICET, Argentina

<sup>3</sup> Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University, USA  
uchialva@gmail.com

Presentamos algunos resultados recientes sobre la dinámica de modelos minimales del tipo Wilson-Cowan con rectificación positiva [1, 2, 3]. Analizamos redes de dos poblaciones de neuronas (de tipo inhibitoria-inhibitoria o inhibitoria-excitatoria), en las que consideramos un nivel de actividad mínimo en cada población. Esta modificación permitió la inclusión de señales ruidosas en la red de una manera no posible en el modelo original. A su vez, estas redes presentan un espacio de fase con múltiples equilibrios y exhiben una gran flexibilidad para la generación de oscilaciones de red inducidas por el ruido, algunas de ellas asociadas con la multiestabilidad de la red. Comparamos este fenómeno y su replicabilidad en el modelo original (usando una activación de tipo sigmoidea), así como el rol de las escalas de tiempo, la auto-inhibición/excitación de las poblaciones neuronales y el efecto de la saturación de la función de activación en la regulación de la oscilación.

### REFERENCIAS

- [1] Misha V Tsodyks, William E Skaggs, Terrence J Sejnowski, and Bruce L McNaughton. Paradoxical effects of external modulation of inhibitory interneurons. *Journal of neuroscience*, 17(11):4382–4388, 1997.
- [2] Richard Hahnloser and H Sebastian Seung. Permitted and forbidden sets in symmetric threshold-linear networks. *Advances in neural information processing systems*, 13, 2000.
- [3] Vladimir Itskov, Carina Curto, Eva Pastalkova, and György Buzsáki. Cell assembly sequences arising from spike threshold adaptation keep track of time in the hippocampus. *Journal of Neuroscience*, 31(8):2828–2834, 2011.

## Modelos matemáticos para la interrelación entre superconductividad y nematicidad: validación rigurosa y numérica

Mariano De Leo<sup>1</sup>, Juan Pablo Borgna<sup>2</sup>

<sup>1</sup>INMABB (CONICET)-Depto. Matemática UNS

<sup>2</sup>Instituto de Ciencias Físicas (CONICET)-UNSAM

mariano.deleo@uns.edu.ar

El avance en el conocimiento de los múltiples mecanismos de superconductividad han motivado el interés por saber si una combinación entre ésta y la rotura espontánea de simetría puede ser inducida en materiales reales y, en caso afirmativo, cómo se comporta bajo la influencia de agentes externos, ver [5, 6]. En esta charla, adaptamos los modelos presentados en [1], [2] y [3] y presentamos un sistema de ecuaciones que describe la interrelación entre la nematicidad y la superconductividad en dos configuraciones de interés: una placa delgada y un cilindro de sección circular, sometidos a un campo magnético externo uniforme y tangente. Para ambas

configuraciones, daremos una demostración rigurosa para la existencia de umbrales que determinan la posibilidad de obtener respuestas mixtas y que serán expresados como un cociente entre la longitud de coherencia y el tamaño típico de la muestra. Asimismo, para la placa delgada, realizamos un estudio numérico basado en el *Método de disparo* para obtener una estimación de los umbrales en algunas instancias especiales.

#### REFERENCIAS

- [1] D. BARCI, R. CLARIM Y N. L. SILVA JÚNIOR , *Vortex and disclination structures in a nematic-superconductor state*, Physical Review B, vol. 94, (2016), pp. 184507.
- [2] M. I. BANNIKOV, R. S. AKZYANOV, N. K. ZHURBINA, S. I. KHALDEEV, Y. G. SELIVANOV, V. V. ZAVYALOV, A. L. RAKHMANOV, AND A. Y. KUNTSEVICH, *Breaking of ginzburg-landau description in the temperature dependence of the anisotropy in a nematic superconductor*, Phys. Rev. B 104, L220502 (2021).
- [3] M. DE LEO, D. GARCÍA OVALLE Y J. P. BORGNA, *Molecular response for nematic superconducting media in a hollow cylinder: a numerical approach*, European Physics Journal, Special Topics, volume 231, (2022), pp. 423-434.
- [4] D. GARCÍA OVALLE, J. P. BORGNA Y M. DE LEO ,*Fréedericksz transition on a phenomenological model for a nematic inhomogeneous superfluid in presence of an electric field*, Physica D: Nonlinear Phenomena, Vol. 414, (2020), pp. 132705.
- [5] V. KOZII, H. ISOBE, J. W. F. VENDERBOS, AND L. FU, *Nematic superconductivity stabilized by density wave fluctuations: Possible application to twisted bilayer graphene*, Phys. Rev. B 99, 144507 (2019).
- [6] R. S. SEVERINO, P. D. MININNI, E. FRADKIN, V. BEKERIS, G. PASQUINI, AND G. S. LOZANO, *Vortices in a ginzburg-landau theory of superconductors with nematic order*, Phys. Rev. B 106, 094512 (2022).

## Estabilidad de soluciones periódicas de sistemas diferenciales con retardos temporales: Método de semidiscretización

Franco S. Gentile, Griselda R. Itovich, Jorge L. Moiola

Existen diversos métodos para analizar la dinámica de un sistema diferencial con retardos temporales, considerando varios parámetros. Uno de estos procedimientos consiste en transformar el problema introduciendo nuevas variables de entrada y salida y aplicándole la Transformada de Laplace, llevarlo al dominio frecuencia para interpretarlo como un sistema realimentado. Este recurso se conoce como metodología del dominio frecuencia (mdf) [1]. A menudo esta estrategia permite simplificar el tratamiento del planteo original reduciendo la dimensión del espacio de variables de estado, detectar bifurcaciones estáticas o de Hopf, y en este último caso también se puede hallar una fórmula para aproximar la solución periódica emergente con una precisión adaptativa. La estabilidad de tales soluciones se desprende del operador de monodromía del ciclo, que resulta ser infinito-dimensional. Bajo condiciones usuales (para sistemas autónomos), este operador resulta compacto y la estabilidad del ciclo depende solo de un número finito de sus valores espectrales. A los fines prácticos, éste se puede aproximar por un operador finito-dimensional y representarlo matricialmente, para luego tomando en cuenta los autovalores relevantes concluir sobre la estabilidad de la órbita analizada. Uno de los métodos que permiten obtener esta aproximación matricial del operador es el de semidiscretización. Siguiendo las ideas de Insperger y Stépán [2], se han explorado diferentes modelos, para los cuales se han construido en primer lugar mapas de estabilidad de los puntos de equilibrio, separando regiones en el espacio de parámetros donde estos cambian su dinámica. Por otro lado, una vez determinada una bifurcación de Hopf y mediante las aproximaciones de las órbitas mencionadas

(vía mdf), se ha podido determinar su estabilidad y también determinar bifurcaciones de estos ciclos de diferentes tipos, como de doble período, de tipo silla-nodo o Neimark-Sacker. Esto último también ha permitido obtener representaciones de las curvas de bifurcaciones de ciclos correspondientes, en planos de parámetros que resultan relevantes para el modelo analizado.

#### REFERENCIAS

- [1] GENTILE, F., MOIOLA, J. Y CHEN G., Frequency-Domain Approach to Hopf Bifurcation Analysis: Continuous Time-Delayed Systems, World Scientific, 2019.
- [2] INSPERGER, T. Y STÉPAN, G. Semi-Discretization for Time-Delay Systems, Applied Mathematical Sciences, Vol. 178, Springer, 2011.

## Existencia de soluciones no triviales para un modelo de superconductividad nemática

Cristian Huenchul, Mariano De Leo

INMABB (CONICET) - Departamento de Matemática, UNS

huenchul@uns.edu.ar

La ecuación de Ginzburg-Landau es utilizada frecuentemente para modelar transiciones de fase de segundo orden. Es muy conocida su utilización para modelar los fenómenos de superconductividad, ver [4], y de nematicidad, ver [5]; sin embargo, la interrelación entre ambas data de fechas más recientes, ver [1, 2, 3]. En esta charla, presentaremos un modelo matemático para una muestra superconductora y nemática que ocupa una placa delgada, bajo la acción de un campo magnético externo uniforme. Con cambios de escala apropiados y adimensionalizando las variables, el modelo está dado por un sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau acopladas:

$$\begin{cases} A'' &= f^2 A, & A'(0) &= A'(L) = B, \\ f'' &= \kappa_s^2 f (B^2 A^2 + f^2 - 1 + \nu \beta g^2), & f'(0) &= f'(L) = 0, \\ g'' &= \kappa_n^2 f (c^2 + g^2 - 1 + \nu \beta^{-1} f^2), & g(0) &= g(L) = 0. \end{cases}$$

Fijando todos los parámetros, salvo los de acople  $(\beta, \nu)$  y usando un *Método de disparo*, determinamos los valores numéricos  $\gamma_1^*$  y  $\gamma_2^*$  que delimitan las tres regiones para las cuales las soluciones son cualitativamente diferentes: (a)  $\beta > \gamma_2^* \nu^{-1}$ , donde la respuesta es puramente nemática, (b)  $\beta > (\gamma_1^*)^{-1} \nu$ , donde la respuesta es puramente superconductora y (c)  $\gamma_2^* \nu^{-1} < \beta < (\gamma_1^*)^{-1} \nu$ , que es el que nos interesa principalmente debido a que se trata de una respuesta *no trivial* (en la que se mezclan la superconductividad y la nematicidad). Asimismo, mostramos que la transición entre la solución no trivial y las soluciones triviales es monótona en  $\beta$ , cuando  $\nu \sim 0$ , mientras que la transición pierde la monotonía cuando  $\nu$  es grande y proponemos, entonces, tomar la monotonía como un indicador práctico de la validez del modelo.

#### REFERENCIAS

- [1] D. BARCI, R. CLARIM Y N. L. SILVA JÚNIOR, *Vortex and disclination structures in a nematic-superconductor state*, Physical Review B, vol. 94, (2016), pp. 184507.
- [2] M. DE LEO, D. GARCÍA OVALLE Y J. P. BORGNA, *Molecular response for nematic superconducting media in a hollow cylinder: a numerical approach*, European Physics Journal, Special Topics, volume 231, (2022), pp. 423-434.

- [3] D. GARCÍA OVALLE, J. P. BORGNA Y M. DE LEO, *Fréedericksz transition on a phenomenological model for a nematic inhomogeneous superfluid in presence of an electric field*, Physica D: Nonlinear Phenomena, Vol. 414, (2020), pp. 132705.
- [4] V.L. GINZBURG Y L.D. LANDAU, *On the theory of superconductivity*, Journal of Experimental and Theoretical Physics, 20 (1950), pp.138-167.
- [5] I-C. KHOO, Liquid Crystals, Wiley, 3rd ed., (2022).

## Evaluación de un modelo de aguas poco profundas con suavizado numérico en el Golfo San Jorge

Iván Mandelman<sup>1,2</sup>, Mariano Ferrari<sup>1,2</sup>, Damián Fernández<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Centro para el Estudio de Sistemas Marinos, Puerto Madryn, Argentina

<sup>2</sup>Facultad de Ingeniería, UNPSJB, Trelew, Argentina

<sup>3</sup>CIEM-CONICET, FAMAF-UNC, Córdoba, Argentina

imandelman@cenpat-conicet.gob.ar, mferrari7@gmail.com, dfernandez@unc.edu.ar

La biología tiene un gran interés en los modelos de corrientes de mareas. En la zona costera, rasgos geomorfológicos como puntas, islas y arrecifes pueden originar flujos que generan remolinos y frentes físicos y biológicos por lo que patrones de alimentación y circulación de diferentes especies pueden ser fuertemente influenciados por el movimiento del agua. Además, el uso de estos modelos suele ser determinante a la hora de implementar estrategias en escenarios de derrames de sustancias nocivas en el mar.

En este trabajo se describe un modelo simple para las corrientes de mareas en zonas costeras utilizando las ecuaciones de aguas poco profundas o Shallow Water Equations (SWE), se verifica con soluciones analíticas para un paraboloide elíptico y se aplica el modelo a la zona Norte del Golfo San Jorge (Argentina).

Las SWE's se obtienen integrando las ecuaciones de Navier-Stokes sobre la profundidad, de manera que las velocidades son un promedio de toda la columna de agua [2].

Las SWE's son:

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 & \text{en } \Omega \times (0, T] \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{c_\omega \omega^2}{H} \cos(\zeta) + c_d u \gamma - \alpha_h = 0 & \text{en } \Omega \times (0, T] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{c_\omega \omega^2}{H} \sin(\zeta) + c_d v \gamma - \alpha_h = 0 & \text{en } \Omega \times (0, T], \end{cases}$$

donde  $u$  y  $v$  son las velocidades este-oeste y sur-norte respectivamente, y  $\eta$  es la elevación del agua sobre el nivel del mar.  $H = h + \eta$  es la profundidad total,  $h$  la profundidad de referencia,  $f$  es el parámetro de Coriolis,  $c_\omega$  el coeficiente de arrastre del viento,  $c_d$  el coeficiente de fricción de fondo,  $g$  es la gravedad,  $\omega$  es la magnitud de la velocidad del viento,  $\zeta$  es el ángulo entre el eje  $x$  y el vector velocidad del viento, y  $\gamma = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H}$ .

Las ecuaciones se resuelven utilizando el método de elementos finitos (MEF) y una estrategia de control de ruido o estabilidad llamada suavizado numérico [1].

Verificación. El modelo se ha verificado comparando sus resultados con las soluciones analíticas dadas en [3], para el caso de un paraboloides elíptico.

Golfo San Jorge. Se consideró un sector comprendido entre las coordenadas  $(-45,2049, -44,9312)$  de latitud,  $(-66,6029, -65,5193)$  de longitud, y se definió la profundidad ( $h$ ) y la geometría de la zona ( $\Omega$ ) para resolver las SWE y obtener información sobre la circulación en el Golfo San Jorge. El modelo fue validado con datos de corrientes extraídos de la zona.

#### REFERENCIAS

- [1] BREBBIA, CARLOS A AND PARTRIDGE, PW, *Finite element simulation of water circulation in the North Sea*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 1, No. 2 (1976), Elsevier, pp. 101-107.
- [2] PINDER, GEORGE F AND GRAY, WILLIAM G, *Finite element simulation in surface and subsurface hydrology*, Academic Press (1977).
- [3] THACKER, WILLIAM CARLISLE, *Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equations*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 107 (1981), Cambridge University Press, pp. 499-508.

## Adaptatividad temporal de métodos afines de descomposición para ecuaciones de evolución no lineales

Lisandro Raviola<sup>1</sup>, Mariano De Leo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física y Química, Escuela de Formación Básica  
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Universidad Nacional de Rosario, Av. Pellegrini 250, (S2000BTP) Rosario, Argentina,

<sup>2</sup>Instituto de Matemática de Bahía Blanca (INMABB-CONICET)

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Av. Alem 1253, (B8000CPB) Bahía Blanca, Argentina

raviola@fceia.unr.edu.ar, mariano.deleo@uns.edu.ar

En esta comunicación reportamos avances en el desarrollo de métodos numéricos para la solución de ecuaciones no lineales de evolución utilizando técnicas de descomposición de operadores (*splitting*). En particular, presentamos mejoras en la eficiencia de esquemas de descomposición basados en combinaciones afines de integradores de Lie-Trotter (denominados *métodos afines de descomposición*), mediante la incorporación de algoritmos de adaptatividad temporal. Ejemplificamos la versatilidad de los métodos y las mejoras en eficiencia obtenidas resolviendo numéricamente algunos casos de la ecuación de Schrödinger no lineal y la ecuación compleja de Ginzburg-Landau, modelos canónicos en óptica no lineal.

Los *métodos afines* son esquemas de integración de alto orden eficaces para la solución de problemas irreversibles y fueron introducidos en [1] como alternativa a los ampliamente investigados *métodos simplécticos* [2], ya que estos últimos pueden volverse inestables por requerir pasos de integración negativos para esquemas de orden superior a dos [3]. Además de esta ventaja fundamental, hemos mostrado recientemente que los métodos afines son equiparables o superiores a los simplécticos en términos de precisión y costo computacional en modelos tanto hamiltonianos como disipativos [4]. Adicionalmente, la estructura algorítmica de los métodos afines habilita la estimación del error local de integración de manera directa para cualquier orden, sin necesidad de construir pares optimizados como en el caso de esquemas simplécticos adaptativos [5, 6]. A partir de la estimación del error local, es posible implementar algoritmos



de control del paso temporal de integración para lograr un nivel de exactitud deseado con menor costo computacional. En este trabajo, mostramos los resultados de nuestra implementación y las mejoras alcanzadas en términos de eficiencia utilizando ejemplos provenientes de modelos de interés actual en óptica no lineal.

#### REFERENCIAS

- [1] De Leo, Mariano; Rial, Diego; Sánchez de la Vega, Constanza. *High-order time-splitting methods for irreversible equations*. IMA J. Numer. Anal. **36** (2016), no. 4, 1842–1866.
- [2] Blanes, Sergio; Casas, Fernando. *A concise introduction to geometric numerical integration*. Monographs and Research Notes in Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 2016. xiv+218 pp. ISBN: 978-1-4822-6342-8.
- [3] Blanes, Sergio; Casas, Fernando. *On the necessity of negative coefficients for operator splitting schemes of order higher than two*. Appl. Numer. Math. **54** (2005), no. 1, 23–37.
- [4] Raviola, Lisandro; De Leo, Mariano. *Desempeño de métodos de descomposición afín en ecuaciones fraccionarias de Ginzburg-Landau*. Revista del IX Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (MACI 2023), **8** (2023). *En prensa*.
- [5] Auzinger, Winfried; Hofstätter, Harald; Ketcheson, David; Koch, Othmar. *Practical splitting methods for the adaptive integration of nonlinear evolution equations. Part I: Construction of optimized schemes and pairs of schemes*. BIT **57** (2017), no. 1, 55–74.
- [6] Auzinger, Winfried; Březinová, Iva; Hofstätter, Harald; Koch, Othmar; Quell, Michael. *Practical splitting methods for the adaptive integration of nonlinear evolution equations. Part II: Comparisons of local error estimation and step-selection strategies for nonlinear Schrödinger and wave equations*. Comput. Phys. Commun. **234** (2019), 55–71.

# Comunicaciones de Probabilidad y Estadística

## Un estimador insesgado para la Tasa de Letalidad

Agustín Álvarez<sup>1</sup>, Marina Fragalá<sup>1</sup>, Marina Valdora<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNGS, <sup>2</sup>Instituto de Cálculo, UBA - CONICET

La Tasa de Letalidad (IFR, sus siglas en inglés) de una enfermedad es la proporción de personas que mueren entre las personas infectadas en determinado período de tiempo y determinada región. Sirve para medir la virulencia de una enfermedad y es de gran interés poder estimarla con precisión. Si la enfermedad se presenta en muchos casos de manera asintomática, como es el caso de la Covid-19, no resulta sencillo determinar la cantidad de personas contagiadas. Debido a esto suele ser de interés poder estimar la tasa de letalidad sobre casos confirmados (CFR, sus siglas en inglés) que es la proporción de muertes sobre casos confirmados. En general, en cada país se “informó” la CFR de manera diaria. La cuenta que se realizaba el día  $t$  para informarla era la cantidad de fallecidos por Covid-19 hasta el día  $t$ , dividido por la cantidad de casos confirmados hasta ese día. Claro que esa cuenta no contemplaba en el numerador las personas que ya se habían confirmado pero aún no habían muerto por la enfermedad, con lo cual el valor de CFR que se informaba era una subestimación del “valor empírico”, que sería la cantidad de personas que se terminan muriendo por COVID-19 entre las confirmadas hasta el día  $t$ , dividido por los confirmados hasta el día  $t$ . La subestimación puede ser muy severa en el brote de una epidemia. En nuestro trabajo proponemos una definición del valor poblacional  $cfr(t)$  para cada día  $t$  de la epidemia como la probabilidad de morir por la enfermedad una persona confirmada hasta el día  $t$ . Proponemos un estimador insesgado de dicho valor basado en la función de distribución de los tiempos entre contagio y muerte entre las personas que mueren por la enfermedad y derivamos intervalos de confianza para el estimador propuesto. Probamos consistencia del estimador. Comparamos nuestro estimador con el que se informa habitualmente y con el estimador propuesto por Garske et al. (2009), tanto en escenarios de simulación como con los datos reales de la Pandemia en Argentina obteniendo un muy buen comportamiento de nuestro estimador en relación a los otros.

### REFERENCIAS

- [1] Garske, T., Legrand, J., Donnelly, C.A., Ward, H., Cauchemez, S., Fraser, C., Ferguson, N.M., Ghani, A.C., 2009. Assessing the severity of the novel influenza a/h1n1 pandemic. *Bmj* 339.

## Estimación del Ancho de Banda Efectivo a partir del radio espectral

José Bavio, Carina Fernández, Beatriz Marrón

Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Sur

jmbavio@yahoo.com.ar, carina.fernandez@uns.edu.ar, beatriz.marron@uns.edu.ar

Actualmente, una de las tecnologías más importantes es la de las telecomunicaciones, la cual despliega diversos elementos de infraestructura para permitir la comunicación a través de internet. Cuando se establece una conexión de internet, los paquetes de tráfico se rutean desde un dispositivo a otro, recorriendo diversos caminos a través de routers que procesan cada uno de ellos.

Estas redes presentan múltiples desafíos para procesar, distribuir y conectar tráfico. Para abordar estos desafíos es necesario, por un lado, contar con modelos que permita describir el comportamiento del tráfico y su evolución en el tiempo, para lo cual utilizamos el Modelo de Flujo Markoviano Generalizado (FMG) y, por otro lado, reservar en cada nodo parte del recurso disponible para las conexiones en proceso y para llevar a cabo este proceso de reserva, utilizamos el Ancho de Banda Efectivo (ABE). Además, el comportamiento asintótico de esta magnitud, es caracterizado por el radio espectral de una matriz que contiene los parámetros del modelo.

En este trabajo comparamos el comportamiento del radio espectral, cuando los parámetros son estimados mediante diferentes métodos, utilizando trazas de tráfico simuladas, determinando los errores empíricos.

## **Propuesta de modelado multigrupo y longitudinal en la Teoría de Respuesta al Item para estimar la habilidad en Matemática de los alumnos de la UNLPam**

María Cristina Martín<sup>1,2</sup>, María Virginia Piergentili<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur,

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa

En este trabajo se propone extender el modelo que aplicando la Teoría de Respuesta al Item permitió estudiar la habilidad en Matemática de estudiantes inscriptos, en 2020, en alguna de las matemáticas introductorias del Plan de Estudio de carreras dictadas en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam [3]. La extensión propuesta contempla dos enfoques, por un lado la conformación de grupos de estudiantes a fin de investigar la habilidad en Matemática de los mismos a través de un modelo multigrupo, y por otro, distintas instancias de evaluación que permitan determinar la habilidad de los estudiantes a lo largo del tiempo, es decir, considerando una componente longitudinal en el modelado. Este último modelo es de gran importancia ya que permite hacer un seguimiento de los estudiantes después de haber obtenido un diagnóstico inicial de los mismos. Se presentan las ecuaciones a partir de las cuales se tienen los estimadores de los parámetros involucrados en los modelos propuestos siguiendo la formulación presentada por Bock & Zimowsky [1] para el modelado multigrupo y los estimadores equivalentes propuestas por Tavares [3] en el modelado longitudinal. Este trabajo contempla, además, realizar las estimaciones posibilitando la incorporación de distintas estructuras de covarianza [2].

### REFERENCIAS

- [1] Bock, R. D. and Zimowski, M. F. (1997). Multiple Group IRT. In W.J. van der Linder e R.K. Hambleton Eds. Handbook of Modern Item Response Theory. New York: Springer-Verlag.
- [2] Fitzmaurice, G.M, Laird, N.M y Ware, J.H. (2011). Applied longitudinal analysis (2da edición). Wiley series in Probability and Statistics.

- 
- [3] Roldán, J. M. (2022). La teoría de respuesta al ítem aplicada a pruebas diagnóstico de ingreso universitario. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Córdoba.  
Recuperado el 24/10/2022 de: <https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/26763>
- [4] Tavares, H. R. (2001). Teoria da Resposta ao Item para Dados Longitudinais. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. Recuperado el 02/02/2023 de: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45133/tde-20210729-123610/en.php>

# Comunicaciones de Teoría de Juegos

## **School choice muchos a muchos dinámico**

**Adriana Amieva, Agustin Bonifacio, Pablo Neme**

En este trabajo estudiamos un modelo muchos a muchos dinámico de elección de colegios, en el cual los docentes tienen preferencias sustituibles. Definimos una noción de estabilidad dinámica la cual, en cada período, tiene en cuenta la asignación del período anterior. Demostramos que una asignación dinámicamente estable es equivalente a una asignación estable para un mercado estático asociado.

## **Obvious Manipulations in Many-to-One Matching with and without Contracts**

**R. Pablo Arribillaga, Eliana Pepa Risma**

Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis and CONICET,  
San Luis, Argentina, and RedNIE

rarribi@unsl.edu.ar, ebpepa@unsl.edu.ar

In the two-sided many-to-one matching model with contracts, there is a bilateral market whose disjoint sides are typically referred to as doctors and hospitals. The problem consists of assigning agents from one side of the market to agents on the opposite side, through some contracts. In the studied many-to-one model, each doctor can sign one contract at most, whereas the hospitals can sign multiple contracts. Since two agents wishing to sign an existing contract are free to do it, and also the agents can unilaterally terminate previous contracts if they find it convenient, we will consider stable allocations, i.e., outcomes that are sustainable over time, supposing the market remains unchanged.

In addition to stability, the non-manipulability of a matching rule also has a central role in two-sided matching literature. An agent manipulates a matching rule if there exists a situation in which it obtains a better result for him declaring an alternative preference to his true one. In the many-to-one matching model (with and without contracts) and substitutable preferences, any stable matching will be susceptible to manipulations. Given that manipulations can not be completely avoided in this context we look for stable matching rules that at least prevent obvious manipulations, as these are defined by Troyan and Morrill (2020). A manipulation is *obvious* if it is much easier for agents to recognize and execute successfully than others in a specific and formal sense.

Our first result states that the D-optimal matching rule is not obviously manipulable (for doctors) in the general context of a many-to-one matching model with contracts and substitutable preferences for hospitals. Hence, although there are no matching rules that are non-manipulable at least there is a matching rule that is non-obviously manipulable in such context. Surprisingly we show that the opposite result holds for the H-optimal matching rule which turns out to be

obviously manipulable even in the particular context of a one-to-one matching model with contracts. This result is surprising because it reveals a substantial difference between the models with and without contracts from the point of view of the strategic behavior of agents. Finally, we prove that the H-optimal matching rule is not obviously manipulable in the context of the many-to-one classical matching model without contracts and substitutable preferences for hospitals.

## **A proof of the Gibbard-Satterthwaite Theorem by comparing tops-only and efficient rules**

**Agustín G. Bonifacio**

Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL and CONICET) and Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, San Luis, Argentina  
agustinbonifacio@gmail.com, abonifacio@unsl.edu.ar

The Gibbard-Satterthwaite Theorem states that, when more than two alternatives and all possible preferences over alternatives are considered, a social choice rule is *unanimous* and *strategy-proof* if and only if it is *dictatorial*. In this paper, we provide a new proof of this result. To do this, we exploit the trade-off between the different degrees of manipulation and the different degrees of dictatorial power agents and endow the class of *tops-only* and *efficient* social choice rules with a dual order structure.

## **Estrategias evolutivamente estables en juegos con participación aleatoria**

**Natalia Kontorovsky**

Universidad de Buenos Aires

The study of evolutionary games involving pairwise local interactions has attracted the attention in diverse fields. While local interactions with multiple adversaries have been examined, it has always been limited to a specific number of players. Nevertheless, there are instances where interactions occur between varying numbers of players in each round, which cannot be simplified to pairwise interactions.

In our previous work we formalized and generalized the definition of evolutionary stable strategy (ESS) to be able to include a scenario in which the game is played by two players with probability  $p$ , and by three players with the complementary probability  $1 - p$ . In this work we will generalize the game by considering a scenario where, with probability  $P(\mathcal{K} = k)$ ,  $k$  players are chosen randomly and play the game against each other. We assume that at most  $N$  players can participate in each round. We analyze under what conditions we can affirm that a certain strategy could be an ESS.

This framework allows for a more realistic description of a variety of known scenarios such as, the 'volunteer dilemma', where players may not know the total number of participants involved in each round. For example, individuals walking down a street observing a situation and deciding whether to help or not. In the area of 'Public Good Games' we can consider the

number of players as a set of randomly selected individuals from the population who share an institutional service.

The developed theory expands the range of situations that can be modeled in a more accurate and precise manner, including those mentioned above and many others.

## **Propiedades de los elementos de un conjunto estable Von Neumann-Morgenstern**

**Andrés Mauricio Lucero Quevedo**

En el modelo de asignación uno a uno, la estabilidad se considera una propiedad central. Una asignación es estable si cada agente de un lado del mercado se empareja con un agente aceptable del otro lado del mercado y no hay dos agentes de lados diferentes que preferirían emparejarse entre sí en lugar de mantener su situación actual. Para el modelo de asignación uno a uno, esta noción de estabilidad es equivalente a la estabilidad del core.

Una asignación está en el core si no hay ningún subconjunto de agentes que, formando sólo asociaciones entre ellos, puedan obtener todos un resultado estrictamente preferido. Gale y Shapley (1962) han demostrado que el core de un modelo de asignación uno a uno es no vacío. Aunque los elementos del core tienen la propiedad de ser estables una vez alcanzados, depende del entorno subyacente que sea posible alcanzar algún elemento del core a partir de cualquier situación inicial. Para responder a esta preocupación Von Neumann y Morgenstern (1944) introdujeron la noción de conjunto estable de un juego cooperativo. La definición de conjunto estable depende crucialmente del concepto de dominancia. Según la definición estándar, una asignación está dominada por otra asignación si existe una coalición tal que todos sus miembros prefieren esta última asignación al primero y ningún miembro de la coalición tiene una pareja fuera de la coalición. Un conjunto de asignaciones es un conjunto estable si satisface las condiciones de estabilidad interna y externa con respecto a esta relación de dominio. La estabilidad interna exige que ninguna asignación dentro del conjunto esté dominada por una asignación perteneciente al conjunto. La estabilidad externa impone que cualquier asignación fuera del conjunto está dominado por alguna asignación perteneciente al conjunto. En un modelo de asignación uno a uno Von Neumann y Morgenstern (1944) demuestran una caracterización de los conjuntos estables. Ehlers (2007) ha demostrado que para los modelos de asignación uno a uno, el conjunto de asignaciones en el core es un subconjunto de cualquier conjunto estable y un conjunto estable puede contener asignaciones que están fuera del core. Además, el conjunto estable puede no ser único.

En base a las definiciones propuestas que deben cumplir los elementos de un conjunto estable y de una caracterización del Core propuesta por Ehlers, en este trabajo damos propiedades que deben cumplir los elementos que forman parte de estos conjuntos. Estas propiedades dan un indicio de cuando un matching puede formar, o no, parte de estos conjuntos.

El objetivo general es estudiar el concepto de conjunto estable en un contexto más general. Como objetivo específico intentaremos estudiar qué restricciones de dominio se necesitan para poder encontrar una caracterización de los conjuntos estables en un modelo de asignación muchos a uno; Si dicha caracterización existe, nos preguntamos si tal caracterización puede ser generalizada a un modelo de asignación muchos a muchos.

## REFERENCIAS

- [1] Ehlers, L. *Von Neumann-Morgenstern Stable Sets in Matching Problems*. Journal of Economic Theory, 134, 537–547, 2007.
- [2] Neumann, J. Von, and Morgenstern, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey. 1994.

## Una caracterización de absorbing sets en juegos de formación de coaliciones

Agustin Bonifacio, Elena Inarra, **Pablo Neme**

Es sabido que un juego de formación de coaliciones puede no tener particiones estables. Cuando esto sucede, el concepto de solución llamado “absorbing set” cobra importancia. Pero un absorbing set, a diferencia de una partición estable, es una solución compleja. Para encontrar los absorbing sets de un juego de formación de coaliciones, es necesario definir una relación de dominación (miope) entre particiones, y además calcular todas las particiones del juego. En este trabajo presentamos una caracterización de los absorbing sets a través de una pequeña colección de conjuntos de coaliciones la cual llamamos “forma reducida” del juego. Esta forma reducida recopila y condensa toda la información que brindan los absorbing sets, pero solo usando las preferencias de los agentes. Es decir, para encontrar las formas reducidas de un juego, no es necesario una relación de dominación entre particiones ni calcular ninguna de tales particiones.

## Una nota sobre existencia de asignaciones estables

**Jorge Oviedo**

Departamento de Matemática e Instituto de Matemática Aplicada San Luis  
Universidad Nacional de San Luis y Conicet

Aquí estudiamos el modelo de asignación bilateral muchos-a-uno, el cual consta de instituciones y personas con preferencias específicas. En estas asignaciones, cada institución recibe un grupo de personas, y cada persona es asignada a lo sumo a una institución. Las asignaciones estables juegan un rol importante en este modelo, y se dice que una asignación no es estable si alguno de los agentes se beneficiaría al cambiarla. Los autores Kelso y Crawford demostraron que si las preferencias de las instituciones son sustituibles es suficiente para garantizar la existencia de asignaciones estables. Introducimos el concepto de preferencias pseudo-sustituibles (sustitubilidad implica pseudo-sustituible). Mostramos que si Generalizamos el resultado de Kelso y Crawford mostrando que si las preferencias son pseudo-sustituible entonces existen asignaciones estables.

## REFERENCIAS

- [1] Kelso, A. and V. Crawford. *Job Matchings, Coalition Formation, and Gross Substitutes*. Econometrica 50, 1483-1504, 1982.



# Pósteres

## Formas normales aplicadas al estudio de centros isócronos

Cinthy A. Bares<sup>1,2</sup>, Guillermo L. Calandrini<sup>1,2,3</sup>, Jorge L. Moiola<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica IIIE (UNS-CONICET)

<sup>2</sup>Depto. de Matemática, UNS, <sup>3</sup>Depto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, UNS

cinthyabareshuici@gmail.com, calandri@criba.edu.ar, jmoiola@criba.edu.ar

En este póster se muestra cómo las formas normales son una herramienta valiosa para caracterizar la dinámica de los ciclos límites en un sistema dinámico de segundo orden. El método consiste en detectar puntos de equilibrio con autovalores imaginarios puros en la matriz jacobiana del sistema y analizar si puede ocurrir una bifurcación de Hopf. En otras palabras, si al variar algún parámetro del sistema emergen ciclos límites a partir de esos puntos de equilibrio.

La técnica requiere un cambio de coordenadas que simplifica al sistema original y tiene una validez local, ya que se eliminan términos de alto orden del desarrollo en series de Taylor. La forma normal resultante es un nuevo sistema simplificado que consta de una parte lineal y otra de términos resonantes, que son aquellos que no pudieron ser eliminados por el cambio de coordenadas. Esta forma puede representarse usando variable compleja o en coordenadas polares  $x = r \cos(\phi)$  e  $y = r \sin(\phi)$ , y obtener una expresión semejante a

$$\begin{aligned}\dot{r} &= \alpha r + \sigma_1 r^3 + \sigma_2 r^5 + \sigma_3 r^7 + \dots \\ \dot{\phi} &= \omega + \phi_1 r^2 + \phi_2 r^4 + \phi_3 r^6 + \dots\end{aligned}$$

Los coeficientes de estos términos son los que caracterizan la existencia y dinámica de los ciclos límites. Además, los coeficientes de la forma normal se pueden clasificar en dos grupos: los de curvatura, que intervienen en la amplitud y estabilidad del ciclo límite, y los coeficientes frecuenciales, que actúan en la frecuencia del ciclo. A través de estos últimos, se encontrarán relaciones que permiten calcular los llamados coeficientes periódicos, y conseguir la expansión de la función período, dependiendo de la amplitud, dada por

$$p = p_0 + p_1 \xi^2 + p_2 \xi^4 + p_3 \xi^6 + \dots$$

A partir de esta función, surge una aplicación que es buscar las condiciones sobre el sistema, para que la función período sea constante. En particular se destaca un concepto importante donde el punto de equilibrio es un centro isócrono, que se refiere a un sistema dinámico donde todas sus soluciones son órbitas cerradas y todas tienen el mismo período, independientemente de su amplitud o energía. Para ilustrar este concepto, estudiaremos un péndulo simple, en el cual las oscilaciones de gran amplitud afectan el período de la oscilación. Sin embargo, existe otro tipo de péndulo que describe un arco de cicloide en el que se logra la sincronidad, es decir, todas las oscilaciones tienen el mismo período.

### REFERENCIAS

- [1] A. Algaba, E. Freire y E. L. Gamero, "Isochronicity via normal form," *Qualitative Theory of Dynamical Systems*, vol. 1, pp. 133–156, 2000.
- [2] C. Chicone y M. Jacobs, "Bifurcation of critical periods for plane vector fields," *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 312, nro. 2, pp. 433-486, 1989.

## Propagación de enfermedades infecciosas: un modelo metapoblacional

Guillermo Capobianco, Romina Cobiaga, Beatriz Marrón, Walter Reartes

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

En este trabajo presentamos un modelo metapoblacional [1, 3] que describe la propagación de una enfermedad infecciosa en una red conexas, donde cada nodo representa una subpoblación separada geográficamente y las aristas representan los movimientos de personas entre subpoblaciones. Dentro de cada nodo asumimos una dinámica de tipo SIR [1], y suponemos que puede haber contagio entre nodos conectados, mediado por una matriz de pesos. Las ecuaciones del modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned}\frac{dS_i}{dt} &= -\beta S_i \sum_{j=1}^M c_{ij} I_j, \\ \frac{dI_i}{dt} &= \beta S_i \sum_{j=1}^M c_{ij} I_j - \gamma I_i, \\ \frac{dR_i}{dt} &= \gamma I_i.\end{aligned}$$

Aquí  $S_i$ ,  $I_i$  y  $R_i$  son los números de personas susceptibles, infectadas y recuperadas del nodo  $i$ .

Hemos analizado dos tipos de redes: una red regular tipo *lattice*, y una red del tipo RGG (*Random Geometric Graph*, [2]). Las simulaciones numéricas han mostrado cómo este modelo puede dar cuenta de las variaciones temporales del número de infectados dentro de una misma ola de infección. Además, hemos podido definir una velocidad de propagación entre nodos.

### REFERENCIAS

- [1] M. J. Keeling and P. Rohani. *Modeling infectious diseases in humans and animals*. Princeton University Press, 2011.
- [2] Mathew Penrose. *Random geometric graphs*, 2008.
- [3] Lin Wang and Xiang Li. Spatial epidemiology of networked metapopulation: An overview. *Chinese Science Bulletin*, 59:3511–3522, 2014.

## Matemática aplicada a la sismología: propuesta didáctica interdisciplinar

Agustina Casco Alberino<sup>1</sup>, Beatriz Marrón<sup>1</sup>, Sandra A. Hernández<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

<sup>2</sup>Gabinete de Didáctica de la Química, Departamento de Química, Universidad Nacional del Sur. INQUISUR (UNS-CONICET)

La sismología utiliza la matemática para describir y estudiar las ondas sísmicas que se propagan a través de la Tierra al producirse un temblor. Los modelos matemáticos permiten a los científicos, expertos en el tema, analizar y predecir terremotos, lo que resulta de vital importancia para la seguridad y la mitigación de desastres. Los sismógrafos registran las vibraciones del suelo y generan datos que luego se analizan para determinar la ubicación, la magnitud y otras

características de un terremoto. Mediante técnicas matemáticas, como el procesamiento de señales, la inversión sísmica y el análisis estadístico se puede extraer información importante de estos datos, recopilados por las estaciones sísmicas. El conocimiento de la matemática aplicada a la sismología es esencial para los científicos y profesionales que trabajan en el campo de la geofísica y la ingeniería sísmica, por lo que es importante que los estudiantes adquieran una base sólida en matemáticas para comprender los fenómenos producidos durante la actividad sísmica. En este trabajo se presenta el relato de una experiencia áulica que permite mostrar la relevancia de las matemáticas en el mundo real, cómo estas se utilizan para resolver problemas complejos y comprender fenómenos naturales pertinentes a la sismología, la cual puede ser una forma efectiva de fomentar el interés de los estudiantes en ambas disciplinas. Esta presentación forma parte de un proyecto de investigación cuyo propósito es integrar el enfoque STEAM en la enseñanza, de manera que los estudiantes no solo adquieren conocimientos científicos y técnicos, sino que también desarrollan habilidades transversales, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la creatividad. Estas intervenciones permiten una educación más holística y significativa, preparando a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo real y despertando su interés por la sismología y las disciplinas relacionadas.

## **Interaction of segregated resonant mechanism in *CA1-PYR* neurons**

**Ulises Chialva<sup>1,2</sup>, Horacio G. Rotstein<sup>3,2</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur, <sup>2</sup>CONICET,

<sup>3</sup>Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University

uchialva@gmail.com, horacio@njit.edu

Las oscilaciones de las redes neuronales están relacionadas con sus diferentes estados de comportamiento. A su vez, las propiedades de resonancia intrínsecas de las neuronas proveen una base fisiológica y dinámica para tales oscilaciones. En [1, 2] Hu et al. encontraron experimentalmente dos tipos diferenciados de resonancia subumbral presentes en neuronas piramidales del hipocampo: la primera producida por los *M-channels* localizados en la región perisomática y activados por depolarización, y la segunda debida a la activación por hiperpolarización de los *h-channels* presentes en la arborización dendrítica. Sin embargo, dichos trabajos se centraron en investigar los dos mecanismos de resonancia de manera independiente, sin tener en cuenta las posibles interacciones entre ellos. En particular, aún no resulta claro qué tipos de interacciones pueden emerger debido a las heterogeneidades de voltaje presentes a lo largo de la célula. En este poster, presentamos un modelo multicompartimental que replica tales resultados y a su vez predice la interacción, bajo ciertas condiciones, de los dos mecanismos resonantes mencionados. Específicamente, estudiamos la relación entre la geometría espacial de la neurona, la distribución asimétrica de canales a lo largo de la célula y su capacidad de procesar y transmitir señales.

### REFERENCIAS

- [1] Hua Hu, Koen Vervaeke, and Johan F Storm. Two forms of electrical resonance at theta frequencies, generated by m-current, h-current and persistent na<sup>+</sup> current in rat hippocampal pyramidal cells. *The Journal of physiology*, 545(3):783–805, 2002.

- [2] Hua Hu, Koen Vervaeke, Lyle J Graham, and Johan F Storm. Complementary theta resonance filtering by two spatially segregated mechanisms in cal hippocampal pyramidal neurons. *Journal of Neuroscience*, 29(46):14472–14483, 2009.

## **Curvas homeostáticas, tasas de disparo y plasticidad: ingredientes necesarios que pueden detener el aprendizaje**

**Martín V. Ibarra<sup>1</sup>, Horacio G. Rotstein<sup>2</sup>, Gabriel R. Soto<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, <sup>2</sup>Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University, Newark, NJ 07102, <sup>3</sup>Departamento de Química y Departamento de Medicina, Facultad de Ciencias Naturales y Ciencias de la Salud, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

ibarra@ing.unp.edu.ar, horacio@njit.edu, gsoto@unpata.edu.ar

En neurociencias, la homeostasis se refiere a los procesos compensatorios que estabilizan las tasas de disparo neuronal. En los últimos años se ha encontrado evidencia que procesos homeostáticos afectan o modifican los biorritmos asociados a la creación y consolidación de memorias de corto plazo. Hasta el momento, el foco de las reglas de plasticidad Hebbianas (por ejemplo, STDP) está puesto en el efecto de las tasas de disparo de las neuronas pre y postsináptica, o en las diferencias temporales entre los disparos de las neurona mencionadas, y es poco lo que se conoce sobre el efecto que tiene la dinámica de la neurona postsináptica en la misma. Las curvas homeostáticas son conjuntos de puntos en los espacios de parámetros que generan en la red la misma tasa de disparo. En este proyecto utilizamos simulaciones de modelos biofísicos para estudiar la interacción entre procesos homeostáticos y plasticidad sináptica. Los resultados numéricos muestran que distintos protocolos de la regla de STDP provocan distintos resultados y que la fuerza sináptica se potencia o se debilita según varían las propiedades intrínsecas de la neurona postsináptica, aún cuando la red neuronal sin el efecto de una regla de plasticidad mantiene su tasa de disparo constante. Además, se hallaron curvas homeostáticas particulares donde no se produce aprendizaje. Por otra parte, observamos que, bajo ciertas condiciones, la fuerza sináptica puede potenciarse o presentar estados transitorios dependiendo de la tasa de disparo de la neurona presináptica. Estos resultados nos sugieren un camino para entender qué factores llevan a que una regla de plasticidad deje de funcionar, lo que nos ayudaría, por ejemplo, a entender cómo se pierde la capacidad de aprender a corto plazo, como es el caso de la enfermedad de Alzheimer.

---

Agradecimientos: MVI es becario doctoral del CONICET. HGR es Investigador Correspondiente del CONICET.

## **Medidas de entropía en clasificación de imágenes SAR**

**Daniela Malegarie<sup>1</sup>, Débora Altamirano<sup>2</sup>, Daiana Delgadino<sup>3</sup>, Julia Casseti<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento,

<sup>2</sup>Universidad Nacional de Moreno,

<sup>3</sup>Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento

La teledetección desempeña un papel cada vez más importante en el monitoreo ambiental. En particular, los satélites equipados con tecnología SAR (radar de apertura sintética) están siendo ampliamente utilizados debido a su capacidad para obtener imágenes de alta resolución espacial, en forma independiente de la luz solar y de las condiciones climáticas ya que, al operar en el rango de las microondas del espectro electromagnético, pueden atravesar las nubes.

Sin embargo, esta tecnología captura imágenes que están afectadas por un ruido que le da un aspecto granuloso a la imagen, llamado speckle. Este ruido es inherente al proceso de adquisición de la misma y dificulta su análisis e interpretación. Por este motivo desarrollar algoritmos eficientes para procesar una imagen SAR, que sean robustos a la presencia de este ruido, es esencial para su posterior análisis.

La clasificación de imágenes es una técnica que permite reconocer y detectar objetos topográficos ya que divide a la imagen en zonas con diferentes texturas. Las máquinas de soporte vectorial (SVM) se han introducido como una herramienta muy útil para realizar una clasificación supervisada, donde la extracción de características que sirvan como insumo para el SVM es un paso crucial para el éxito de la clasificación.

Este trabajo propone utilizar  $(h - \phi)$  entropías, como son las de *Shannon*, *Tsallis* y *Rényi*, como atributo de la imagen en la implementación de un SVM para el problema de clasificación de una imagen real SAR. Se utilizarán cada una de ellas en un SVM en forma independiente, y se comparará su performance a través de diferentes medidas de calidad. Presentamos una continuación del trabajo inicial de Altamirano et al. [1], donde se evaluó la eficacia de estas medidas aplicadas al problema de clasificación de una imagen SAR sintética.

#### REFERENCIAS

- [1] D. Altamirano, D. Malegarie, D. Delgadino, and J. Cassetti. Evaluación de Medidas de Entropía en Clasificación de imágenes SAR. Sociedad Argentina de Estadística, 2022. XLIX Coloquio Argentino de Estadística - VII Jornada de Educación Estadística “Martha DE Aliaga”, Bahía Blanca, Argentina. URL:[https://drive.google.com/file/d/1H74innl0wHVrvYPTlc\\_K6kwcbu0LToIG/view](https://drive.google.com/file/d/1H74innl0wHVrvYPTlc_K6kwcbu0LToIG/view).

## Modelo de Dinámica Poblacional con Estructura por Edad

**Rodrigo J. Moreno**

Universidad Austral

Al momento de estudiar el comportamiento de una población, de entender qué factores propios de la población influyen en las decisiones de los individuos que la componen, tiene particular importancia la estructura por edades de la misma. Fenómenos típicos como el efecto Allee, la competencia interespecífica (entre individuos de distintas especies) e intraespecífica (entre individuos de la misma especie pero de distintas edades o cualidades), el efecto logístico (este último abordado en el modelo expuesto), deben ser considerados en la modelización de dicha dinámica.

En este trabajo se presenta un modelo de dinámica de poblaciones y se estudia la existencia de estados de equilibrio en función de los parámetros del sistema. Además, se realiza una breve reseña histórica de las principales publicaciones en este tema, y se exponen conexiones con otras ramas de la ciencia.

## La dinámica iónica intrínseca, las oscilaciones y la resonancia se reflejan y se pueden extraer de las cross-correlación entre trenes de spikes

Rodrigo F. O. Pena<sup>1</sup>, Martín V. Ibarra<sup>2</sup>, Horacio G. Rotstein<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Federated Department of Biological Sciences, New Jersey Institute of Technology & Rutgers University, Newark, NJ 07102, <sup>2</sup>Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco  
pena@njit.edu, ibarra@ing.unp.edu.ar, horacio@njit.edu

Ha habido un creciente interés en la extracción de información sobre la estructura de las redes neuronales en diferentes estados cognitivos a partir de los registros de matriz múltiple en el cerebro recientemente desarrollados. Un pico agudo cercano a cero en la función de cross-correlación entre trenes de spikes (CCFs por sus iniciales en inglés) es consistente con la presencia de una conexión monosináptica entre una neurona presináptica y una postsináptica (Toyama et al., J Neurophysiol 1981; Platkiewicz et al., J Comput Neurosci 2021). Las relaciones entre trenes de spikes se han utilizado para inferir la conectividad sináptica, mediante el uso de estos picos como un indicador de la fuerza sináptica (English et al., Neuron 2017). Los cambios en la altura del pico bajo ciertas condiciones controladas apropiadas se han interpretado como plasticidad sináptica, involucrada en procesos cognitivos como el aprendizaje y la memoria (English et al., Neuron 2017, McKenzie et al., Neuron 2021). Sin embargo, los CCFs son complejos y contienen mucha más información sobre las relaciones de los trenes de spikes entre las neuronas participantes. Parte de esta información es evidente a partir de los propios patrones de disparo, pero estos están controlados por la dinámica neuronal subumbral (potencial de membrana) cuyos efectos con frecuencia permanecen ocultos. La expectativa es que la identificación de este tipo de información contribuya a la inferencia de la fuerza de la conectividad sináptica y la plasticidad sináptica de las relaciones entre spikes. En este proyecto, abordamos este problema mediante la combinación de modelos biofísicos, simulaciones numéricas, herramientas de sistemas dinámicos (análisis de espacio de fase) y redes neuronales artificiales (ANNs). Mostramos que en presencia de ciertas combinaciones de corrientes iónicas (por ejemplo, resonantes y amplificadoras), surgen picos secundarios en los CCFs, lejos del pico cercano a cero además de los picos secundarios resultantes de factores externos como oscilaciones de fondo o “ripples”, que actúan como factores de confusión. También investigamos las circunstancias bajo las cuales las características de las corrientes iónicas (conductancias y constantes de tiempo) se pueden extraer con ANNs. Identificamos cuáles de los atributos que describen la forma de los CCFs son relevantes para permitir una clasificación eficiente aprovechando el hecho de que la distancia temporal del primer spike postsináptico en relación con un spike presináptico tiene una fuerte dependencia de la dinámica intrínseca de la célula postsináptica además del ruido de la actividad de fondo. Estudios de modelado anteriores han pasado por alto este fenómeno. Nuestros resultados tienen implicaciones para la inferencia de propiedades intrínsecas de la neurona y propiedades sinápticas (p. ej., resonancias) y la detección de la plasticidad sináptica a partir de las relaciones entre trenes de spikes, dado que los “primeros spikes postsinápticos (luego de cada spike presináptico) pueden estar distribuidos más allá de los límites del pico agudo típicamente atribuidos a la conexión monosináptica.

---

Agradecimientos: Este trabajo fue financiado por la National Science Foundation grant NSF-IOS 2002863 (HGR). MVI es becario doctoral del CONICET. HGR es Investigador Correspondiente del CONICET.

## **Diseño de un Modelo Praxeológico de Referencia para la enseñanza de la Probabilidad**

**Verónica San Román<sup>1</sup>, Diana P. Salgado<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS). Bahía Blanca. Argentina,

<sup>2</sup>Núcleo de Investigación en Educación en Ciencias y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA). Tandil. Argentina

vsanroman@gmail.com, dsalgado@uns.edu.ar

En este trabajo se presenta el diseño de un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) centrado en la probabilidad considerando las distintas vertientes que nutren su teoría. El estudio se desarrolla en correspondencia con la materia Estocástica, perteneciente al tercer año del plan de estudio del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Sur en Bahía Blanca.

Para el desarrollo del mismo se adoptó como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico tomando en cuenta las nociones relacionadas con la construcción de un MPR. En particular, este modelo integra saberes relativos a la probabilidad y al modelado de la realidad cuando interviene el azar. Específicamente, el estudio se organiza a partir de la formulación de una pregunta inicial  $Q_0$ : ¿Cómo modelar la realidad cuando interviene el azar? y la correspondiente elaboración de respuestas. El proceso se va ampliando y se generan nuevas cuestiones problemáticas relacionadas con la evolución de la teoría de la probabilidad.

Este MPR debe considerarse como una hipótesis provisional a contrastar experimentalmente y, por lo tanto, susceptible de ser modificado y revisado constantemente. Entre una de las conclusiones, este modelo refleja el potencial de  $Q_0$  pues es generadora de múltiples preguntas y la búsqueda de sus respuestas posibilita recorrer parte del programa de estudio propuesto por la institución de referencia.

Esta presentación forma parte de una investigación más global cuyo propósito fundamental es contribuir en el progreso de una propuesta didáctica que incorpore en la matemática aplicada gestos propios de la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo para el nivel universitario, permitiendo así articular y dar sentido al estudio de la Teoría de la Probabilidad en la formación de grado de los futuros profesores de matemática.

## **Modelo Multilineal para el estudio de la tasa de variación en internaciones por Covid-19 en las 12 regiones sanitarias de la provincia de Buenos Aires**

**Alicia Quintana<sup>1</sup> Fernanda Villareal<sup>2</sup>, Virginia Pisani<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Universidad Nacional del Sur, Departamento de matemática, Bahía Blanca, Argentina

<sup>2</sup>CONICET, Instituto de Matemática (INMABB)

quintana@uns.edu.ar, fvillarreal@uns.edu.ar, mvpisani@uns.edu.ar

La pandemia por COVID-19 declarada el 11 de marzo de 2020 ha remarcado la importancia que tiene la evaluación de indicadores que brindan información de utilidad para la gestión de los recursos hospitalarios afectados, entre ellos el recurso cama. El objetivo de este trabajo es el estudio del comportamiento de la tasa de variación en las internaciones por COVID mes a mes

---

en los establecimientos públicos de las 12 regiones sanitarias de la provincia de Buenos Aires durante los años 2020 y 2021. Luego de trabajar en un diseño adecuado de la base de datos, con información obtenida del Sistema de Información del Ministerio de Salud de la Provincia de Buenos Aires, se empleó la metodología de desarrollo de modelos multinivel para el análisis de medidas repetidas en estudios longitudinales. Se utiliza un modelo jerárquico con dos niveles, proponiendo una función polinomial para la tasa de variación y variables explicativas que cambian con el tiempo y otras no. En la presentación se compararán los resultados obtenidos para los diferentes modelos planteados buscando mejorar la calidad de las predicciones y, por ende, la información en los sistemas de salud.



# Información del lugar

## Información sobre la UNS

Las actividades principales del congreso se realizarán en el Centro Histórico Cultural (CHC), Rondeau 29-35 ([ver](#)), y en la Sede de Rectorado de la Universidad Nacional del Sur, Colón 80 ([ver](#)). El Departamento de Matemática ([web](#)) y el INMABB (Instituto de Matemática + Biblioteca “Dr. Antonio Monteiro” [web](#)) funcionan en la sede de Avenida Alem 1253 ([ver](#)).

El vino de honor se realizará en el Centro Histórico Cultural (CHC), Rondeau 29-35.

## Información sobre Bahía Blanca

En el sitio web de la Municipalidad de Bahía Blanca <http://www.bahia.gob.ar/disfruta> encontrará una sección destinada a quienes visitan la ciudad. Incluye guías de la actividad cultural, atractivos turísticos, planos, alojamiento, gastronomía y museos.

ATENCIÓN: Las calles Estomba / Chiclana y Avda. Colón / H. Yrigoyen constituyen ejes ortogonales a partir de los cuales todas las calles de la zona céntrica cambian su nombre y numeración. El origen de este sistema de coordenadas bahiense es la Plaza Rivadavia.

## En la ciudad

### Ómnibus

El servicio local de ómnibus tiene un costo de \$139,80 por viaje, y el pago se realiza mediante tarjeta SUBE.

Puede consultar los recorridos de las líneas de ómnibus en el siguiente link:

<https://www.gpsbahia.com.ar/>

También existe una aplicación para Android **Bahía Urbana**, que permite encontrar los puestos de carga y consultar los recorridos, horarios y ubicación de los micros.

### Taxis y remises

Taxis (agregar prefijo 0291)

- Taxi Ya: 4561881 / 4564555 / 4524222 / 4526227
- Su Taxi: 4500000
- Tele Taxi Bahía: 4550003 / 0800-999-2112
- Radio Taxi Universitario: 4540000 / 4520000 / 4530000 / 0800-333-6333
- Taxi Bahía: 4533333 / 0800-333-0998

Remises (agregar prefijo 0291):

- Universitario: 4540000 / 4520000 / 4530000 / 0800-333-6333
- 10: 4565600 / 0800-222-7540
- Bahía: 4883388 / 4882009 / 4881524
- Centrocoop Ltda: 4559696 / 0800-999-7011

**Emergencias: 911****Farmacias**

Abiertas las 24 horas:

- Bellei - Chiclana 137
- Lipstein - Juan Molina 397

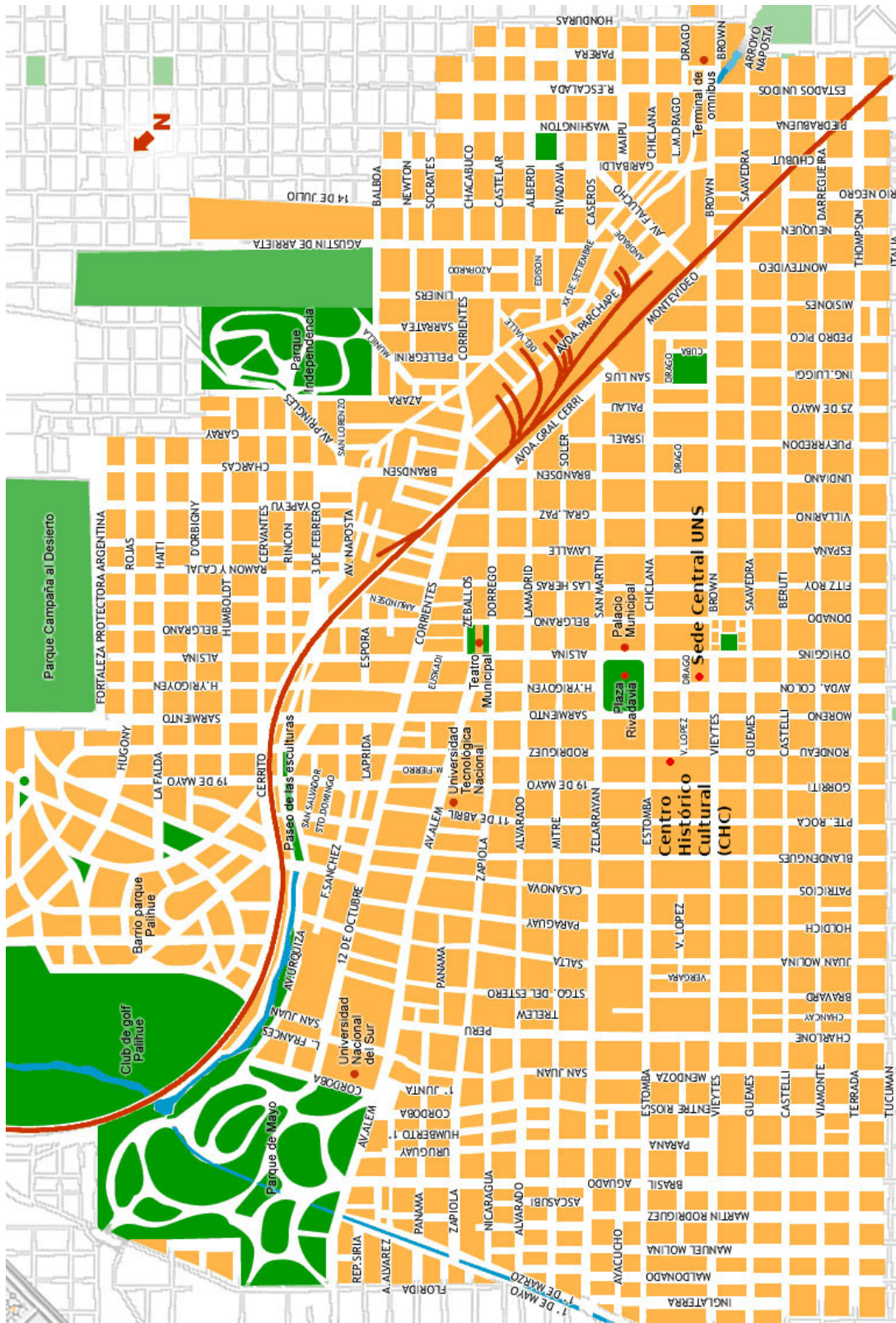
Farmacias de turno en Bahía Blanca: Consulte el siguiente link:

<https://farmacias-de-turno.com.ar/farmacias-en-buenos-aires/farmacias-de-turno-bahia-blanca/>

**Servicios de Salud**

- Hospital Municipal de Agudos Dr. Leónidas Lucero - Estomba 968 - (0291) 459-8484
- Hospital Interzonal Dr. José Penna - Avda. Lainez 2401 - T.E. (0291) 459-3600, 481-0190, 481-0801, 481-1433, 4812350, 481-1510, 481-3030, 481-3974, 481-2484.
- Hospital de la Asociación Médica Dr. Felipe Glasman - Patricios 347 - T.E. (0291) 455-7877.
- Hospital Privado del Sur - Las Heras 164 - T.E. (0291) 455-0270.
- Hospital Español - Estomba 571 - T.E. (0291) 459-5555.

Plano de Bahía Blanca



## ÍNDICE DE EXPOSITORES

- Alvarez, Agustín, 57  
Alvarez, Matías, 40  
Amieva, Adriana, 60  
Arribillaga, R. Pablo, 60
- Bares, Cinthya, 64  
Bavio, José, 57  
Bel, Andrea, 49  
Ben, Roberto, 49  
Bonfili, Paola, 50  
Bonich, Marcos, 22  
Bonifacio, Agustín, 61  
Bono Parisi, Ignacio, 23  
Bonomo, Flavia, 14  
Bush, Alan, 18  
Buss, Sebastián, 40
- Capobianco, Guillermo, 65  
Capriotti, Santiago, 30  
Caruso, Matías, 30  
Casco Alberino, Agustina, 65  
Cecchi, Guillermo, 18  
Chialva, Ulises, 51, 66  
Cimadamore, Cecilia, 41  
Cornejo, Juan M., 42  
Cornet, María Gracia, 33  
Curto, Carina, 18
- De Leo, Mariano, 17, 51  
Dickenstein, Alicia, 14  
Durán, Guillermo, 15
- Escalante, Mariana, 15
- Ferrari, Alberto, 33  
Ferraro, Sebastián, 31
- García-Toraño Andrés, Eduardo, 32  
Gargantini, Ana, 35  
Gentile, Franco S., 52  
Gonzalo Cogno, Soledad, 18  
González, Luciano J., 42  
Gottig, Juan Francisco, 19
- Huenchul, Cristian, 53
- Ibarra, Martín V., 67  
Ibañez Firnkorn, Gonzalo, 23
- Jorge, Juan Pablo, 43
- Kontorovsky, Natalia, 61
- Kreiman, Gabriel, 18
- Lauret, Emilio, 32  
Lucero Quevedo, Andrés Mauricio, 62
- Malegarie, Daniela, 67  
Mandelman, Iván, 54  
Monzón, Gabriel, 26  
Moreno, Rodrigo J., 68  
Moyano, Veronica, 36
- Nagy, Agustín, 44  
Neme, Alejandro, 16  
Neme, Pablo, 63
- Oviedo, Jorge, 63
- Pastine, Adrián, 36  
Payo Vidal, María Guadalupe, 37  
Pena, Rodrigo FO, 69  
Petrovich, Alejandro, 20  
Piergentili, María Virginia, 58
- Rabanedo, Paula, 28  
Raviola, Lisandro, 55  
Recchi, Jorgelina, 23  
Rial, Diego, 17  
Román, Lucrecia Juliana, 21  
Rotstein, Horacio G., 16
- Sánchez de la Vega, Constanza, 17  
Sígal, Valeria, 46  
San Román, Verónica, 70  
Savoy, Gabriel, 46  
Sierra, Lorenzo Fabián, 27  
Solla, Sara, 18  
Suárez Albanesi, Rocío Belén, 38  
Szylo, Daniela, 24
- Torres, Victoria, 25
- Valenzuela, Luciana, 47  
Valverde, Lucía Florencia, 48  
Vergara, Martina, 38  
Villareal, Fernanda, 70

