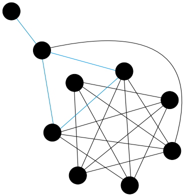
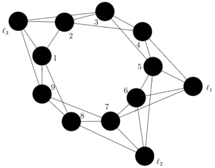
Integralidad de poliedros en problemas de PLE: perfección y persistencia.

Mariana Escalante

FCEIA-Universidad Nacional de Rosario — CONICET

XVII Congreso Dr. Antonio Monteiro





Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
    - Propiedad de Persistencia
    - 1-Persistencia y la relajación clique
    - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia
2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo
   - Agujeros impares en el grafo clique

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo
   - Agujeros impares en el grafo clique
   - Anti-agujeros impares en el grafo clique

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo

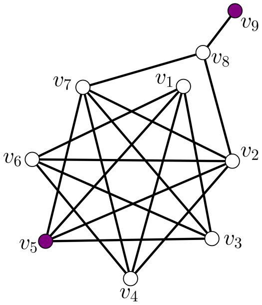
Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

$G = (V, E)$
$\mathrm{S} \subseteq V$ es un conjunto estable si los nodos en S son mutuamente no adyacentes en G.

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

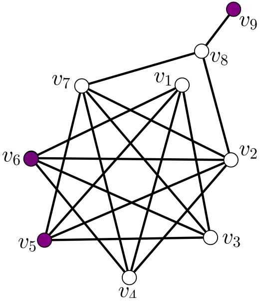
$G = (V, E)$

$S \subseteq V$ es un conjunto estable si los nodos en S son mutuamente no adyacentes en G.



Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

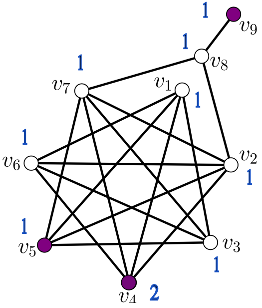
$G = (V, E)$
$S \subseteq V$ es un conjunto estable si los nodos en S son mutuamente no adyacentes en G.



Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

$G = (V, E)$

$S \subseteq V$ es un conjunto estable si los nodos en S son mutuamente no adyacentes en G.



Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Sean $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^{|V|}$.

$$S \subseteq V : c(S) \geq c(S') \quad S' \text{ estable en } G$$

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Sean $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^{|V|}$.

$$S \subseteq V : c(S) \geq c(S') \quad S' \text{ estable en } G$$

$$\max\{cx : x = \chi^S, S \text{ estable en } G\}$$

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Sean $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^{|V|}$.

$$S \subseteq V : c(S) \geq c(S') \quad S' \text{ estable en } G$$

$$\text{máx}\{cx : \; x = \chi^S, \, S \text{ estable en } G\}$$

$$\text{STAB}(G) = \text{conv}(\{\chi^S : S \text{ conjunto estable en } G\})$$

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Sean $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^{|V|}$.

$$S \subseteq V : c(S) \geq c(S') \quad S' \text{ estable en } G$$

$$\max\{cx : \ x = \chi^S, \ S \text{ estable en } G\}$$

$$\mathrm{STAB}(G) = \mathrm{conv}(\{\chi^S : S \text{ conjunto estable en } G\})$$

Politopo de los conjuntos estables en G

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Sean $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^{|V|}$.

$$S \subseteq V : c(S) \geq c(S') \quad S' \text{ estable en } G$$

$$\max\{cx : \ x = \chi^S, \ S \text{ estable en } G\}$$

$$\mathrm{STAB}(G) = \mathrm{conv}(\{\chi^S : S \text{ conjunto estable en } G\})$$

Politopo de los conjuntos estables en G

Problema lineal (PL):

$$\begin{aligned} &\max\ cx \\ s/a \quad &x \in \mathrm{STAB}(G) \end{aligned}$$

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Descripción compacta para $\mathrm{STAB}(G)$?

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Descripción compacta para $\mathrm{STAB}(G)$? En general, NO

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Relajaciones de $\mathrm{STAB}(G)$

- Relajación por arcos

$$\mathrm{FRAC}(G) = \{x \in [0,1]^{|V|} : \; x_u + x_v \leq 1, \quad uv \in E\}.$$

- Relajación clique

$$\mathrm{QSTAB}(G) = \{x \in [0,1]^{|V|} : \sum_{u \in \mathrm{Q}} x_u \leq 1, \quad Q \text{ clique en } G\}.$$

donde $Q \subseteq V$ es una clique si los nodos en Q son mutuamente adyacentes en G.

Problema del Conjunto Estable de Máximo Peso

Relajaciones de $\mathrm{STAB}(G)$

- Relajación por arcos

$$\mathrm{FRAC}(G) = \{x \in [0,1]^{|V|} : \ x_u + x_v \leq 1, \quad uv \in E\}.$$

- Relajación clique

$$\mathrm{QSTAB}(G) = \{x \in [0,1]^{|V|} : \sum_{u \in \mathrm{Q}} x_u \leq 1, \quad Q \text{ clique en } G\}.$$

donde $Q \subseteq V$ es una clique si los nodos en Q son mutuamente adyacentes en G.

Observación

$$\mathrm{STAB}(G) \subseteq \mathrm{QSTAB}(G) \subseteq \mathrm{FRAC}(G).$$

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

Propiedad de Persistencia

Teorema [Nemhauser - Trotter (1975)]

Sea $G = (V, E)$ *y* $c \in \mathbb{R}^n$*. Supongamos que* x *es una solución* c*-óptima en* $\mathrm{FRAC}(G)$ *y sea* $P = \{v_j : x_j = 1\}$*. Entonces existe un conjunto estable* c*-óptimo en* G *que contiene a* P*.*

Propiedad de Persistencia

Teorema [Nemhauser - Trotter (1975)]

Sea $G = (V, E)$ *y* $c \in \mathbb{R}^n$. *Supongamos que* x *es una solución* c*-óptima en* $\mathrm{FRAC}(G)$ *y sea* $P = \{v_j : x_j = 1\}$. *Entonces existe un conjunto estable* c*-óptimo en* G *que contiene a* P.

Dado $c \in \mathbb{R}^n$ *y* $x \in \mathrm{FRAC}(G)$ c*-óptimo. Entonces existe* $y \in \mathrm{FRAC}(G) \cap \{0,1\}^n$ c*-óptimo tal que* $y_i = x_i$ *cuando* $x_i = 1$.

Propiedad de Persistencia

Teorema [Nemhauser - Trotter (1975)]

Sea $G = (V, E)$ y $c \in \mathbb{R}^n$. Supongamos que x es una solución c-óptima en $\mathrm{FRAC}(G)$ y sea $P = \{v_j : x_j = 1\}$. Entonces existe un conjunto estable c-óptimo en G que contiene a P.

Dado $c \in \mathbb{R}^n$ y $x \in \mathrm{FRAC}(G)$ c-óptimo. Entonces existe $y \in \mathrm{FRAC}(G) \cap \{0, 1\}^n$ c-óptimo tal que $y_i = x_i$ cuando $x_i \in \{0, 1\}$.

Propiedad de Persistencia

Teorema [Nemhauser - Trotter (1975)]

Sea $G = (V, E)$ *y* $c \in \mathbb{R}^n$*. Supongamos que* x *es una solución* c*-óptima en* $\mathrm{FRAC}(G)$ *y sea* $P = \{v_j : x_j = 1\}$*. Entonces existe un conjunto estable* c*-óptimo en* G *que contiene a* P*.*

Dado $c \in \mathbb{R}^n$ *y* $x \in \mathrm{FRAC}(G)$ c*-óptimo. Entonces existe* $y \in \mathrm{FRAC}(G) \cap \{0,1\}^n$ c*-óptimo tal que* $y_i = x_i$ *cuando* $x_i \in \{0,1\}$*.*

Definición [Rodríguez-Heck et al. (2020)]

$P \subseteq [0,1]^n$ *tiene persistencia si dado* $c \in \mathbb{R}^n$ *y* $x \in P$ c*-óptimo, existe* y c*-óptimo en* $P \cap \{0,1\}^n$ *tal que* $y_i = x_i$ *cuando* $x_i \in \{0,1\}$*.*

Propiedad de persistencia y relajación por aristas

$G = (V, E)$.

Propiedad de persistencia y relajación por aristas

$G = (V, E)$.

R: $R(G)$ poliedro y $R(G) \cap \{0,1\}^n = \mathrm{STAB}(G) \cap \{0,1\}^n$

Propiedad de persistencia y relajación por aristas

$G = (V, E)$.

R: $R(G)$ poliedro y $R(G) \cap \{0,1\}^n = \mathrm{STAB}(G) \cap \{0,1\}^n$

$$\mathrm{QSTAB}, \quad \mathrm{FRAC} \ \text{ y } \ \mathrm{STAB}$$

Teorema [Rodríguez-Heck et al. (2020)]

R relajación del politopo de los conjuntos estables tiene persistencia si y sólo si $R = \mathrm{FRAC}$ o $R = \mathrm{STAB}$.

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

Propiedad de 1-persistencia

Definición

$P \subseteq [0,1]^n$ tiene 1-persistencia si dado $c \in \mathbb{R}^n$ y $x \in P$ c-óptimo, existe y c-óptimo en $P \cap \{0,1\}^n$ tal que $y_i = x_i$ cuando $x_i = 1$.

Propiedad de 1-persistencia

Definición

$P \subseteq [0,1]^n$ tiene 1-persistencia si dado $c \in \mathbb{R}^n$ y $x \in P$ c-óptimo, existe y c-óptimo en $P \cap \{0,1\}^n$ tal que $y_i = x_i$ cuando $x_i = 1$.

Observación

Si P poliedro tiene la propiedad de persistencia entonces tiene la propiedad de 1-persistencia.

Propiedad de 1-persistencia

Definición

$P \subseteq [0,1]^n$ tiene 1-persistencia si dado $c \in \mathbb{R}^n$ y $x \in P$ c-óptimo, existe y c-óptimo en $P \cap \{0,1\}^n$ tal que $y_i = x_i$ cuando $x_i = 1$.

Observación

Si P poliedro tiene la propiedad de persistencia entonces tiene la propiedad de 1-persistencia.

- $\mathrm{FRAC}(G)$ tiene 1-persistencia para todo G.
- $\mathrm{STAB}(G)$ tiene 1-persistencia para todo G.

Propiedad de 1-persistencia

Definición

$P \subseteq [0,1]^n$ tiene 1-persistencia si dado $c \in \mathbb{R}^n$ y $x \in P$ c-óptimo, existe y c-óptimo en $P \cap \{0,1\}^n$ tal que $y_i = x_i$ cuando $x_i = 1$.

Observación

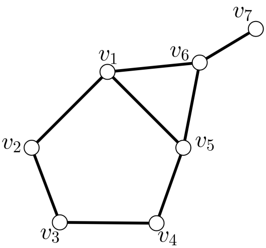
Si P poliedro tiene la propiedad de persistencia entonces tiene la propiedad de 1-persistencia.

- $\mathrm{FRAC}(G)$ tiene 1-persistencia para todo G.
- $\mathrm{STAB}(G)$ tiene 1-persistencia para todo G.

$\mathrm{QSTAB}(G)$ *tiene 1-persistencia para todo G?*

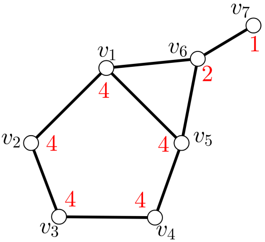
La relajación clique y propiedad de 1-persistencia

Ejemplo: G : $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene 1-persistencia.



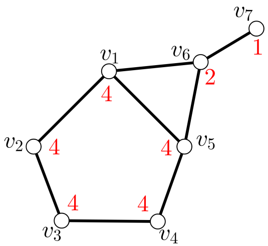
La relajación clique y propiedad de 1-persistencia

Ejemplo: G : $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene 1-persistencia.



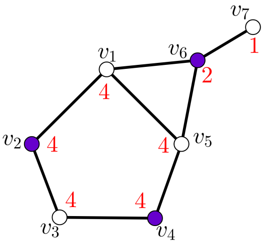
La relajación clique y propiedad de 1-persistencia

Ejemplo: G : $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene 1-persistencia.



$$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 1\right)$$ es c-óptimo en $\mathrm{QSTAB}(G)$

Ejemplo: G : $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene 1-persistencia.

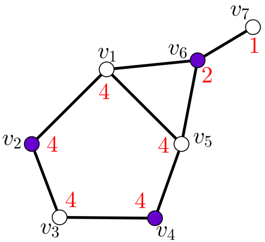


$$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 1\right) \text{ es } c\text{-óptimo en } \mathrm{QSTAB}(G).$$

$y = (0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$ es el único punto c-óptimo en $\mathrm{QSTAB}(G) \cap \{0, 1\}^7$.

La relajación clique y propiedad de 1-persistencia

Ejemplo: $G : \mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene 1-persistencia.



$$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 1\right)$$

$$y = (0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$$

$$\mathcal{F} = \{G : \mathrm{QSTAB}(G) \text{ tiene 1-persistencia}\}$$

$$\mathcal{F} = \{G : \mathrm{QSTAB}(G) \text{ tiene 1-persistencia}\}$$

Lema

Si

- $G : \omega(G) \leq 2$, o
- G perfecto,

entonces $G \in \mathcal{F}$.

$$\mathcal{F} = \{G : \mathrm{QSTAB}(G) \text{ tiene 1-persistencia}\}$$

Lema

Si

- $G : \omega(G) \leq 2$, o
- G perfecto,

entonces $G \in \mathcal{F}$.

- G perfecto si y sólo si $\mathrm{STAB}(G) = \mathrm{QSTAB}(G)$. [Chvátal (1975)]

Vértices mixtos

Definición

$x \in [0,1]^n$ es un vértice mixto de P poliedro si sus componentes pueden ser particionadas en los conjuntos (no vacíos) I_0, I_1, I_f de manera que

Vértices mixtos

Definición

$x \in [0,1]^n$ es un vértice mixto de P poliedro si sus componentes pueden ser particionadas en los conjuntos (no vacíos) I_0, I_1, I_f de manera que

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \in I_0, \\ 1 & \text{si} \quad i \in I_1, \\ f_i \,:\, 0 < f_i < 1 & \text{si} \quad i \in I_f. \end{cases}$$

Vértices mixtos

Definición

$x \in [0,1]^n$ es un vértice mixto de P poliedro si sus componentes pueden ser particionadas en los conjuntos (no vacíos) I_0, I_1, I_f de manera que

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \in I_0, \\ 1 & \text{si} \quad i \in I_1, \\ f_i \,:\, 0 < f_i < 1 & \text{si} \quad i \in I_f. \end{cases}$$

Lema

Si $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene vértices mixtos entonces $G \in \mathcal{F}$.

Vértices mixtos

Definición

$x \in [0,1]^n$ es un vértice mixto de P poliedro si sus componentes pueden ser particionadas en los conjuntos (no vacíos) I_0, I_1, I_f de manera que

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \in I_0, \\ 1 & \text{si} \quad i \in I_1, \\ f_i \,:\, 0 < f_i < 1 & \text{si} \quad i \in I_f. \end{cases}$$

Lema

Si $\mathrm{QSTAB}(G)$ no tiene vértices mixtos entonces $G \in \mathcal{F}$.

Corolario

Si

- G tal que $\overline{G}$ es de rango perfecto
- G near-bipartito

entonces $G \in \mathcal{F}$.

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Unión disjunta de grafos**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo la operación unión disjunta de grafos.

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Unión disjunta de grafos**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo la operación unión disjunta de grafos.

- k**-suma de grafos**

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación k-suma de grafos.

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Unión disjunta de grafos**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo la operación unión disjunta de grafos.

- k**-suma de grafos**

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación k-suma de grafos.

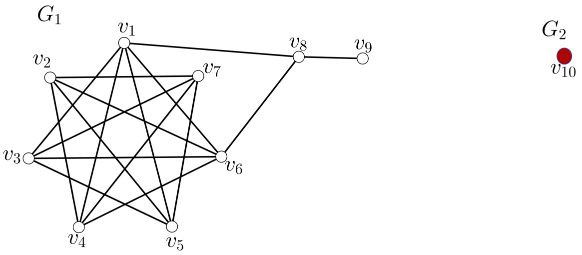
- **Unión completa de grafos**

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación unión completa de grafos.

Unión completa de grafos

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación unión completa de grafos.

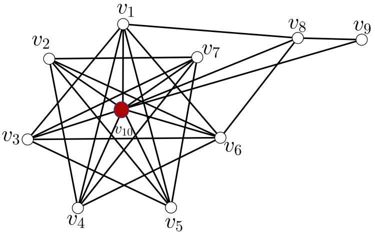
Ejemplo: $G_1 \in \mathcal{F}$, $G_2 \in \mathcal{F}$ sin embargo $G_1 * G_2 \notin \mathcal{F}$.



Unión completa de grafos

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación unión completa de grafos.

Ejemplo: $G_1 \in \mathcal{F}$, $G_2 \in \mathcal{F}$ sin embargo $G_1 * G_2 \notin \mathcal{F}$.

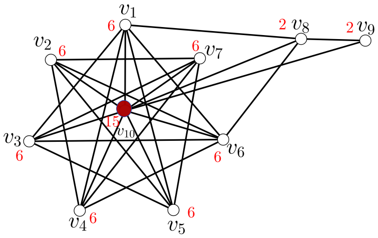


$$G = G_1 * G_2$$

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

La propiedad de 1-persistencia no se preserva bajo la operación unión completa de grafos.

Ejemplo: $G_1 \in \mathcal{F}$, $G_2 \in \mathcal{F}$ sin embargo $G_1 * G_2 \notin \mathcal{F}$.



$$x = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 1, 0\right) \text{ es } c\text{-óptimo en } \mathrm{QSTAB}(G)$$

$y = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)$ es el único vértice c-óptimo en $\mathrm{QSTAB}(G) \cap \{0,1\}^{10}$

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Borrado de un nodo**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo el borrado de nodos.

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Borrado de un nodo**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo el borrado de nodos.

Teorema

$G \in \mathcal{F}$ entonces $G' \in \mathcal{F}$ para todo $G' \subset G$.

Propiedad de 1-persistencia bajo operaciones en grafos

- **Borrado de un nodo**

La propiedad de 1-persistencia se preserva bajo el borrado de nodos.

Teorema

$G \in \mathcal{F}$ entonces $G' \in \mathcal{F}$ para todo $G' \subset G$.

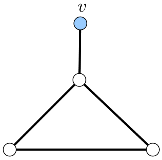
La propiedad de 1-persistencia en la relajación clique es hereditaria.

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
   - Propiedad de Persistencia
   - 1-Persistencia y la relajación clique
   - Estructuras prohibidas para la propiedad de 1-persistencia

Estudio de la familia $\mathcal{F}$

P_v grafo pata en el nodo v si $V(P_v) = \{u_1, u_2, u_3, v\}$, $gr(v) = 1$, $gr(u_1) = 3$ y $gr(u_i) = 2$ para $i = 2, 3$.



Estudio de la familia $\mathcal{F}$

P_v grafo pata en el nodo v si $V(P_v) = \{u_1, u_2, u_3, v\}$, $gr(v) = 1$, $gr(u_1) = 3$ y $gr(u_i) = 2$ para $i = 2, 3$.

Definición

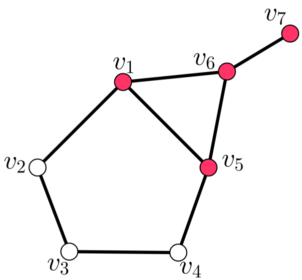
P_v subgrafo pata mala para G si $P_v \subset G$ y $G - [\{v\} \cup N(v)]$ es imperfecto.

Estudio de la familia $\mathcal{F}$

P_v grafo pata en el nodo v si $V(P_v) = \{u_1, u_2, u_3, v\}$, $gr(v) = 1$, $gr(u_1) = 3$ y $gr(u_i) = 2$ para $i = 2, 3$.

Definición

P_v subgrafo pata mala para G si $P_v \subset G$ y $G - [\{v\} \cup N(v)]$ es imperfecto.

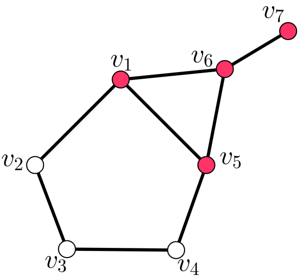


Estudio de la familia $\mathcal{F}$

P_v grafo pata en el nodo v si $V(P_v) = \{u_1, u_2, u_3, v\}$, $gr(v) = 1$, $gr(u_1) = 3$ y $gr(u_i) = 2$ para $i = 2, 3$.

Definición

P_v subgrafo pata mala para G si $P_v \subset G$ y $G - [\{v\} \cup N(v)]$ es imperfecto.



Lema

Si $P_v \subset G$, P_v pata mala para G entonces $\mathrm{QSTAB}(G)$ tiene vértices mixtos.

Condición suficiente para que un grafo pertenezca a G

Teorema

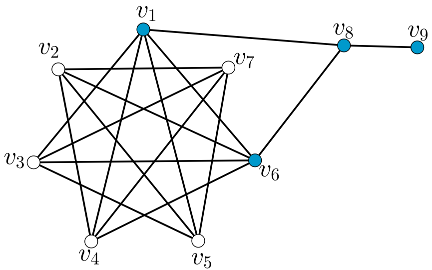
G es libre de pata mala entonces $\mathrm{QSTAB}(G)$ tiene 1-persistencia.

Condición suficiente para que un grafo pertenezca a G

Teorema

G es libre de pata mala entonces $\mathrm{QSTAB}(G)$ tiene 1-persistencia.

Ejemplo: G tiene pata mala y $G \in \mathcal{F}$.



Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- existe G tal que $G \notin \mathcal{F}$.

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- existe G tal que $G \notin \mathcal{F}$.
- Condición suficiente pero no necesaria para pertenecer a $\mathcal{F}$:

  Si $G \notin \mathcal{F}$ entonces G tiene un subgrafo pata mala.

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- existe G tal que $G \notin \mathcal{F}$.
- Condición suficiente pero no necesaria para pertenecer a $\mathcal{F}$:

  Si $G \notin \mathcal{F}$ entonces G tiene un subgrafo pata mala.
- La familia $\mathcal{F}$ tiene la propiedad hereditaria:

  Si $H \notin \mathcal{F}$ entonces $G \notin \mathcal{F}$ para todo G tal que $H \subset G$

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- existe G tal que $G \notin \mathcal{F}$.
- Condición suficiente pero no necesaria para pertenecer a $\mathcal{F}$:

  Si $G \notin \mathcal{F}$ entonces G tiene un subgrafo pata mala.
- La familia $\mathcal{F}$ tiene la propiedad hereditaria:

  Si $H \notin \mathcal{F}$ entonces $G \notin \mathcal{F}$ para todo G tal que $H \subset G$

Definición

G es mínimamente no $\mathcal{F}$ ($\mathrm{mn}\mathcal{F}$) si $G \notin \mathcal{F}$ y $G' \in \mathcal{F}$ para todo $G' \subset G$.

Familia $\mathcal{F}$

Qué sabemos sobre $\mathcal{F}$:

- $\mathcal{F} \neq \emptyset$
- existe G tal que $G \notin \mathcal{F}$.
- Condición suficiente pero no necesaria para pertenecer a $\mathcal{F}$:

  Si $G \notin \mathcal{F}$ entonces G tiene un subgrafo pata mala.
- La familia $\mathcal{F}$ tiene la propiedad hereditaria:

  Si $H \notin \mathcal{F}$ entonces $G \notin \mathcal{F}$ para todo G tal que $H \subset G$

Definición

G es mínimamente no $\mathcal{F}$ ($\mathrm{mn}\mathcal{F}$) si $G \notin \mathcal{F}$ y $G' \in \mathcal{F}$ para todo $G' \subset G$.

Si G tiene subgrafo pata mala tiene un subgrafo *mínimamente imperfecto*:

$$C_{2j+1} \text{ y } \overline{C_{2j+1}} \text{ con } j \in \mathbb{N},\ j \geq 2.$$

Teorema

Los grafos G_{2j+1} y H_{2j+1} son $\mathrm{mn}\mathcal{F}$ para todo $j \geq 2$.

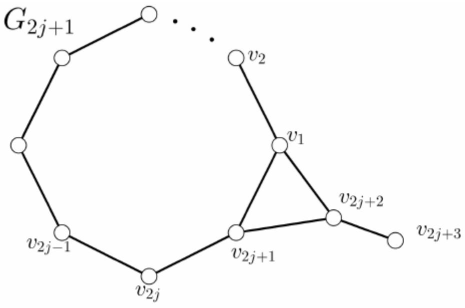


Figura 1

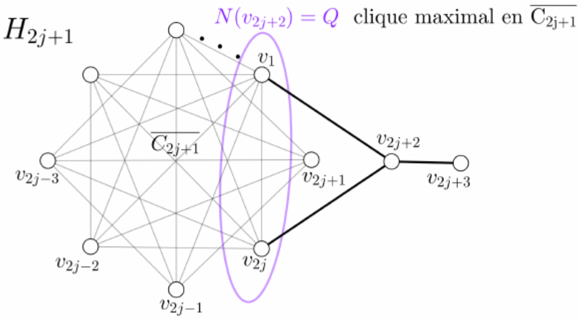


Figura 2

Resumen

1. Problema del conjunto estable de máximo peso en un grafo
2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo

El problema de empaquetamiento generalizado

Identificar grafos con matriz de vecindad perfecta

El problema de empaquetamiento generalizado

Identificar grafos con matriz de vecindad perfecta

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \;\; \text{perfecta}\}$$

El problema de empaquetamiento generalizado

Identificar grafos con matriz de vecindad perfecta

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{ perfecta}\}$$

- Si $N[G]$ es perfecta entonces $P(G) = \{x \in \mathbb{R}_+^{V(G)} : N[G]x \leq \mathbf{1}\}$ es entero.

El problema de empaquetamiento generalizado

Identificar grafos con matriz de vecindad perfecta

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{perfecta}\}$$

- Si $N[G]$ es perfecta entonces $P(G) = \{x \in \mathbb{R}_+^{V(G)} : N[G]x \leq \mathbf{1}\}$ es entero.
- SI $P(G)$ es entero resolver el PE

$$\max\{cx : N[G]x \leq \mathbf{1}, \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

es *fácil*, para todo c.

El problema de empaquetamiento generalizado

Identificar grafos con matriz de vecindad perfecta

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{perfecta}\}$$

- Si $N[G]$ es perfecta entonces $P(G) = \{x \in \mathbb{R}_+^{V(G)} : N[G]x \leq \mathbf{1}\}$ es entero.
- SI $P(G)$ es entero resolver el PE

$$\max\{cx : N[G]x \leq \mathbf{1}, \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

es *fácil*, para todo c.

Problema de ubicaciones de bienes (Facility location problem)

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \text{máx}\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1},\ \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1},\ \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\} \quad \text{problema NP-hard.}$$

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1},\ \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$ problema NP-hard.

Si $G \in \mathcal{G}$ se resuelve en tiempo polinomial.

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1}, \;\; x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\} \qquad \text{problema NP-hard.}$$

Si $G \in \mathcal{G}$ se resuelve en tiempo polinomial.

Generalización,

$$L_{\{k\}}(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq k\mathbf{1}, \;\; x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1},\ \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\} \quad \text{problema NP-hard.}$$

Si $G \in \mathcal{G}$ se resuelve en tiempo polinomial.

Generalización,

$$L_{\{k\}}(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq k\mathbf{1},\ \ x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

Teorema

Si $G \in \mathcal{G}$ *entonces* $L_{\{k\}}(G) = kL_1(G)$.

El problema de la función $\{k\}$-empaquetadora

Bienes para ser ubicados en $V(G)$ con ciertas restricciones.

$$L_1(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq \mathbf{1}, \;\; x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\} \qquad \text{problema NP-hard.}$$

Si $G \in \mathcal{G}$ se resuelve en tiempo polinomial.

Generalización,

$$L_{\{k\}}(G) = \max\{\mathbf{1}x : N[G]x \leq k\mathbf{1}, \;\; x \in \mathbb{Z}_+^{V(G)}\}$$

Teorema

Si $G \in \mathcal{G}$ *entonces* $L_{\{k\}}(G) = kL_1(G)$.

Si $G \in \mathcal{G}$ entonces $L_k(G)$ puede hallarse en tiempo polinomial para $k \in \mathbb{Z}_+$.

Resumen

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo
   - Agujeros impares en el grafo clique
   - Anti-agujeros impares en el grafo clique

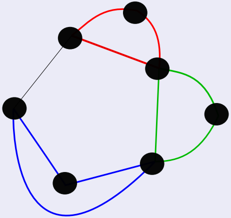
Matrices perfectas

Dada una matriz M, $Q(M)$ *grafo clique asociado a* M

Dada una matriz M, $Q(M)$ *grafo clique asociado a* M

Ejemplo

$Q(M)$



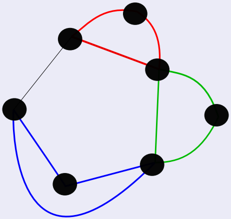
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrices perfectas

Dada una matriz M, $Q(M)$ *grafo clique asociado a* M

Ejemplo

$Q(M)$



$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Chvátal (1975)

M es perfecta $\Leftrightarrow$ M clique-nodo y $Q(M)$ es grafo perfecto.

Familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{ perfecta}\}$$

$N[G]$ matriz clique-nodo – $Q_G = Q(N[G])$ grafo perfecto

Matriz clique-nodo

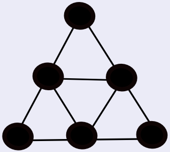
M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Matriz clique-nodo

M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Ejemplo

S_3



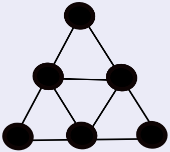
$$N[S_3] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz clique-nodo

M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Ejemplo

S_3



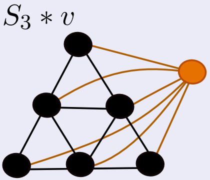
$$N[S_3] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$Q(N[S_3]) = K_6$ $\quad$ $N[S_3]$ *NO es una matriz clique-nodo*

Matriz clique-nodo

M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Ejemplo



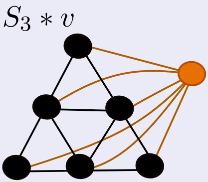
$$N[S_3 * v] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$Q(N[S_3 * v]) = K_7$ $\quad$ $N[S_3 * v]$ *es matriz clique-nodo*

Matriz clique-nodo

M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Ejemplo



$$N[S_3 * v] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

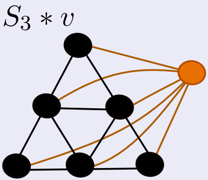
Lema

Si G tiene un nodo universal entonces $Q_G = K_n$ y $N[G]$ es una matriz clique-nodo.

Matriz clique-nodo

M matriz clique-nodo si toda clique maximal en $Q(M)$ corresponde a una fila de M.

Ejemplo



$$N[S_3 * v] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

No existe una caracterización de $\mathcal{G}$ por menores prohibidos.

Familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{ perfect}\}$$

$N[G]$ matriz clique-nodo – $Q_G = Q(N[G])$ grafo perfecto

Familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \; \text{perfect}\}$$

$N[G]$ matriz clique-nodo

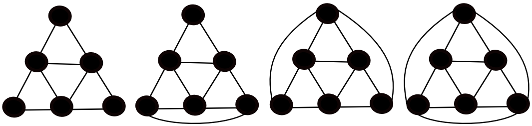
Familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \; \text{ perfect}\}$$

$N[G]$ matriz clique-nodo

Teorema

Sea $\mathcal{T} = \{C_4, C_5, C_6, S_3, S_3^1, S_3^2, S_3^3\}$. $N[G]$ *matriz clique-nodo sii existe* $v \in V \setminus V(G')$ *tal que* $N_G(v) \supset V(G')$, *para todo* $G' \subset G$ *y* $G' \in \mathcal{T}$.



Grafos S_3, S_3^1, S_3^2 and S_3^3.

La familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \; \text{perfecta}\}$$

$N[G]$ matriz clique-nodo – $Q_G = Q(N[G])$ grafo perfecto

La familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{perfecta}\}$$

$$Q_G = Q(N[G]) \quad \text{grafo perfecto}$$

Chudnovsky et al. (2002)

G es perfecto sii G no posee C_{2j+1} ni $\overline{C_{2j+1}}$, como subgrafos inducidos para todo $j \geq 2$.

La familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \;\; \text{perfecta}\}$$

$$Q_G = Q(N[G]) \quad \text{grafo perfecto}$$

Chudnovsky et al. (2002)

G es perfecto sii G no posee C_{2j+1} ni $\overline{C_{2j+1}}$, como subgrafos inducidos para todo $j \geq 2$.

Caracterizar G tal que Q_G posee C_{2j+1} inducido:

La familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \ N[G] \ \text{perfecta}\}$$

$$Q_G = Q(N[G]) \quad \text{grafo perfecto}$$

Chudnovsky et al. (2002)

G es perfecto sii G no posee C_{2j+1} ni $\overline{C_{2j+1}}$, como subgrafos inducidos para todo $j \geq 2$.

Caracterizar G tal que Q_G posee C_{2j+1} inducido:

- identificar G' minimal tal que $Q_{G'} = C_{2j+1}$

La familia $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = \{G : \; N[G] \; \text{perfecta}\}$$

$$Q_G = Q(N[G]) \quad \text{grafo perfecto}$$

Chudnovsky et al. (2002)

G es perfecto sii G no posee C_{2j+1} ni $\overline{C_{2j+1}}$, como subgrafos inducidos para todo $j \geq 2$.

Caracterizar G tal que Q_G posee C_{2j+1} inducido:

- identificar G' minimal tal que $Q_{G'} = C_{2j+1}$
- inducido en Q_G ... qué significa en G?

Resumen

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo
   - Agujeros impares en el grafo clique
   - Anti-agujeros impares en el grafo clique

Agujeros impares en Q_G: H-grafos en G

Para $j \geq 2$, sea C_{3j+2} tal que $V(C_{3j+2}) = I_j \cup L_j$

$$I_j = \{i_1, p_1, \ldots, , i_j, p_j, i_{j+1}\} \quad L_j = \{\ell_1, \ldots, \ell_{j+1}\}$$

$$E(C_{3j+2}) = \{i_r p_r : r \in [j]\} \cup \{p_r \ell_r : r \in [j]\} \cup \{\ell_r i_{r+1} : r \in [j]\} \cup \{i_{j+1} l_{j+1}, \ell_{j+1} i_1\}.$$

Dado $S \subset [j]$ y

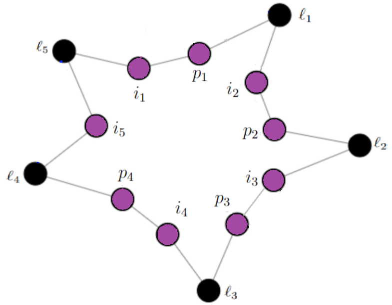
$$\mathcal{E} \subset L_j^2 \cup \{\ell_r m_s : \ell_r \in L_j, s \in S\} \cup \{m_r m_s : s, r \in S\} \cup \{i_r p_r : r \in S\}.$$

el grafo $H(j, S, \mathcal{E})$ se obtiene de C_{3j+2} por

- subdivisión de $i_r p_r$ por un nodo m_r, para todo $r \in S$
- incorporación a $E(C_{3j+2})$ las aristas en $\mathcal{E}$

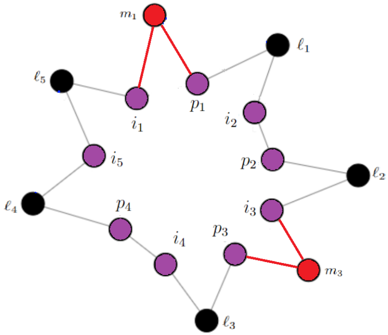
Ejemplo

El grafo $H(4, S, \mathcal{E})$



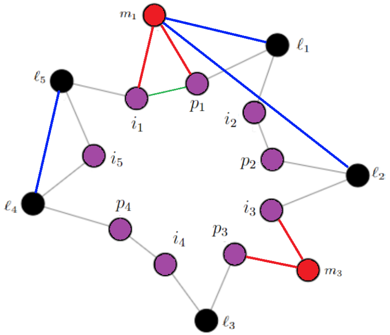
Ejemplo

El grafo $H(4, S, \mathcal{E})$ para $S = \{1, 3\}$



Ejemplo

El grafo $H(4, S, \mathcal{E})$ para $S = \{1, 3\}$ y $\mathcal{E} = \{\ell_4\ell_5, \ell_1 m_1, \ell_2 m_1, i_1 p_1\}$.



Dominancia en G

$G' = (V', E')$ subgrafo of $G = (V, E)$

G' es un grafo dominante en $U \subset V'$ si

$$\forall v \in V \setminus V', \;\; \exists w \in V' \quad N_G[v] \cap U \subset N_G[w] \cap U$$

Dominancia en G

$G' = (V', E')$ subgrafo of $G = (V, E)$

G' es un grafo dominante en $U \subset V'$ si

$$\forall v \in V \setminus V', \;\; \exists w \in V' \quad N_G[v] \cap U \subset N_G[w] \cap U$$

Teorema

$H(j, S, \mathcal{E})$ es dominante en I_j (en G) si y sólo si C_{2j+1} subgrafo of Q_G.

Dominancia en G

$G' = (V', E')$ subgrafo of $G = (V, E)$
G' es un grafo dominante en $U \subset V'$ si

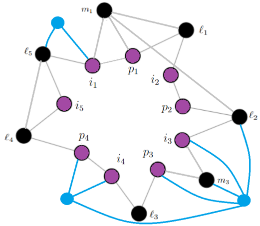
$$\forall v \in V \setminus V', \;\; \exists w \in V' \quad N_G[v] \cap U \subset N_G[w] \cap U$$

Teorema

$H(j, S, \mathcal{E})$ es dominante en I_j (en G) si y sólo si C_{2j+1} subgrafo of Q_G.

Ejemplo

$H(4, S, \mathcal{E})$ dominante de G



Resumen

2. El problema de empaquetamiento generalizado en un grafo
   - Matriz de vecindades cerradas: clique-nodo
   - Agujeros impares en el grafo clique
   - Anti-agujeros impares en el grafo clique

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

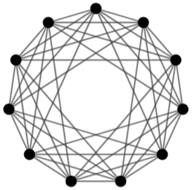
- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$
- Caso 2: $\overline{C_{4t+1}}$

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Grafos web:



W_{11}^4

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Teorema

$\overline{C_{4t+3}}$ subgrafo de Q_G si y sólo si W^t_{4t+3} dominante en G.

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Teorema

$\overline{C_{4t+3}}$ subgrafo de Q_G si y sólo si W^t_{4t+3} dominante en G.

- Caso 2: $\overline{C_{4t+1}}$

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Teorema

$\overline{C_{4t+3}}$ subgrafo de Q_G si y sólo si W^t_{4t+3} dominante en G.

- Caso 2: $\overline{C_{4t+1}}$
  - Mínimo número de nodos en $G \to 4t+4$.

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Teorema

$\overline{C_{4t+3}}$ *subgrafo de* Q_G *si y sólo si* W^t_{4t+3} *dominante en* G.

- Caso 2: $\overline{C_{4t+1}}$
  - Mínimo número de nodos en $G \to 4t+4$.
  - A_t grafo *minimal* básico.

Anti-agujeros impares en Q_G: A-grafos en G

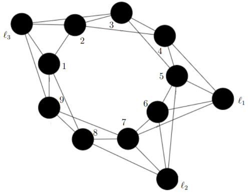
- Caso 1: $\overline{C_{4t+3}}$

Teorema

$\overline{C_{4t+3}}$ subgrafo de Q_G si y sólo si W^t_{4t+3} dominante en G.

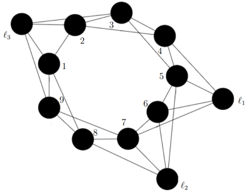
- Caso 2: $\overline{C_{4t+1}}$
  - Mínimo número de nodos en $G \rightarrow 4t + 4$.
  - A_t grafo *minimal* básico.
  - Basado en $A_t \rightarrow A$-grafo.

Ejemplo



$A_2 \quad V(A_2) = [9] \cup \{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$

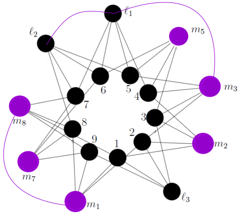
Ejemplo



$$A_2 \qquad V(A_2) = [9] \cup \{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$$

Ejemplo

$A(2, I^*, \{\ell_1\ell_2, \ell_1 m_3, m_1 m_8\})$



Si $S \subset I^* = [4t+1] \setminus \{2t, 3t, 4t+1\}$,

$$\mathcal{E} \subset L^2 \cup \{\ell_r m_s : \ell_r \in L, s \in S\} \cup \{m_r m_s : s, r \in S\} \cup E(A_t)$$

- agregar a $V(A_t)$ un nodo m_r con $N(m_r) = N(r) \cap [4t+1]$, para cada $r \in S$,
- borrar de A_t la arista ij para $i \in S$ y $j \in S \cup \{2t, 3t, 4t+1\}$,
- agregar a $E(A_t)$ las aristas en $\mathcal{E}$,

entonces $A(t, S, \mathcal{E})$ es un A-grafo.

Teorema

$A(t, S, \mathcal{E})$ *dominante en* G *si y sólo si* $\overline{C_{4t+1}}$ *subgrafo de* Q_G.

Teorema

$A(t, S, \mathcal{E})$ *dominante en* G *si y sólo si* $\overline{C_{4t+1}}$ *subgrafo de* Q_G.

RESULTADO IMPORTANTE

Corolario

Q_G *es* *perfecto* *si y sólo si* G *no tiene un subgrafo* G' *dominante* en U, *para*

Teorema

$A(t,S,\mathcal{E})$ *dominante en* G *si y sólo si* $\overline{C_{4t+1}}$ *subgrafo de* Q_G.

RESULTADO IMPORTANTE

Corolario

Q_G *es* *perfecto* *si y sólo si* G *no tiene un subgrafo* G' *dominante en* U, *para*

- $G' = H(j,S,\mathcal{E})$ *y* $U = I_j$, *para* $j \geq 2$ *o*

Teorema

$A(t, S, \mathcal{E})$ *dominante en* G *si y sólo si* $\overline{C_{4t+1}}$ *subgrafo de* Q_G.

RESULTADO IMPORTANTE

Corolario

Q_G *es* *perfecto* *si y sólo si* G *no tiene un subgrafo* G' *dominante en* U, *para*

- $G' = H(j, S, \mathcal{E})$ *y* $U = I_j$, *para* $j \geq 2$ *o*
- $G' = W^t_{4t+3}$ *y* $U = V(W^t_{4t+3})$, *para* $t \geq 1$ *o*

Teorema

$A(t,S,\mathcal{E})$ *dominante en* G *si y sólo si* $\overline{C_{4t+1}}$ *subgrafo de* Q_G.

RESULTADO IMPORTANTE

Corolario

Q_G *es* *perfecto* *si y sólo si* G *no tiene un subgrafo* G' *dominante en* U, *para*

- $G' = H(j,S,\mathcal{E})$ *y* $U = I_j$, *para* $j \geq 2$ *o*
- $G' = W^t_{4t+3}$ *y* $U = V(W^t_{4t+3})$, *para* $t \geq 1$ *o*
- $G' = A(t,S,\mathcal{E})$ *y* $U = [4t+1]$, *para* $t \geq 2$.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$: G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$: G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

  Co-autores: D. Delle Donne, P.Fekete, L. Moroni.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$: G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

  Co-autores: D. Delle Donne, P.Fekete, L. Moroni.

- Perfección de $N[G]$ en el problema de función k-empaquetadora: $N[G]$ clique-nodo y Q_G perfecto.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$: G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

  Co-autores: D. Delle Donne, P.Fekete, L. Moroni.

- Perfección de $N[G]$ en el problema de función k-empaquetadora: $N[G]$ clique-nodo y Q_G perfecto.
  - Encontramos un conjunto de 7 substructuras con un vecino en común en G (si son subgrafos de G).

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso:
  1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$:
    G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

  Co-autores: D. Delle Donne, P.Fekete, L. Moroni.

- Perfección de $N[G]$ en el problema de función k-empaquetadora:
  $N[G]$ clique-nodo y Q_G perfecto.
  - Encontramos un conjunto de 7 substructuras con un vecino en común en G (si son subgrafos de G).
  - Caracterizamos familias minimales de estructuras prohibidas dominantes en G:
    H-grafos, A-grafos, webs W^t_{4t+3}.

Conclusiones

- Persistencia en el Problema del Conjunto estable de máximo peso: 1-persistencia en $\mathrm{QSTAB}(G)$.
  - Estudiamos la familia $\mathcal{F}$: operaciones y subgrafos.
  - Identificamos familias de subestructuras prohibidas para $\mathcal{F}$: G_{2j+1} y H_{2j+1}, para todo $j \geq 2$.

  Co-autores: D. Delle Donne, P.Fekete, L. Moroni.

- Perfección de $N[G]$ en el problema de función k-empaquetadora: $N[G]$ clique-nodo y Q_G perfecto.
  - Encontramos un conjunto de 7 substructuras con un vecino en común en G (si son subgrafos de G).
  - Caracterizamos familias minimales de estructuras prohibidas dominantes en G: H-grafos, A-grafos, webs W_{4t+3}^{t}.

  Co-autora: E. Hinrichsen.

A TODOS ...MUCHAS GRACIAS