# Comunicaciones de Álgebra (02 de junio)
# *Shorts talks in Algebra (June 02)*

## Una revisión de la inversa core EP

**David E. Ferreyra**[1,2], F.E. Levis[3,4], N. Thome[5,6]
[1]FCEyN, UNLPam [3]FCEFQyN, UNRC
[5]Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

La inversa core EP fue introducida por Prasad y Mohana en [4] para matrices cuadradas de índice arbitrario generalizando el concepto de inversa core estudiada en [1] para matrices cuadradas de índice 1. El objetivo de esta propuesta es realizar una revisión de la inversa core EP. Por un lado se da una nueva caracterización y representación de dicha inversa usando la descomposición core EP obtenida recientemente en [5]. Por otro lado, a partir de esta nueva caracterización se observan algunas propiedades similares a las que cumplen las inversas BT [2] y DMP [3], que son también otras generalizaciones de la inversa core. Finalmente se obtiene una forma canónica de la inversa core EP a partir de la descomposición de Hartwig-Spindelböck que provee una manera sencilla de calcularla.

REFERENCIAS

[1] O.M. Baksalary, G. Trenkler, *Core inverse of matrices*, Linear and Multilinear Algebra, 58 (6) (2010) 681-697.

[2] O.M. Baksalary, G. Trenkler, *On a generalized core inverse*, Applied Mathematics & Compututation, 236 (2014) 450-457.

[3] S.B. Malik, N. Thome, *On a new generalized inverse for matrices of an arbitrary index*, Applied Mathematics & Compututation, 226 (2014) 575-580.

[4] K.M. Prasad, K.S. Mohana, *Core EP inverse*, Linear and Multilinear Algebra, 62 (3) (2014) 792-802.

[5] X. Wang, *Core-EP decomposition and its applications*, Linear Algebra and its Applications, 508 (2016) 289-300.

[2] E-mail: `dferreyra@exactas.unlpam.edu.ar`. Parcialmente subvencionado por FI-UNLPam (Res. 155/14).
[4] E-mail: `deferreyra@exa.unrc.edu.ar, flevis@exa.unrc.edu.ar.` Parcialmente subvencionado por una beca postdoctoral del CONICET, SeCyT-UNRC (PPI 18/C472) y CONICET (PIP 112-201501-00433CO).
[6] E-mail: `njthome@mat.upv.es.` Parcialmente subvencionado por Ministerio de Economía y Competitividad de España (DGI MTM2013-43678-P y Red de Excelencia MTM2015-68805-REDT).

## The Spectra of Arrangement Graphs

José O. Araujo and **Tim Bratten**
Facultad de Ciencias Exactas, UNICEN

Arrangement graphs were introduced for their connection to computational networks and have since generated considerable interest in the literature. In two recent articles [2] and [3], the eigenvalues of the adjacency matrix are studied. The main result in [3] is that the eigenvalues are integers. In this article we study the adjacency matrix from the perspective of the representation theory of symmetric groups. In particular, we consider the representation associated to the arrangement graph and the corresponding equivariant operator associated to the adjacency matrix. Our approach leads to a simple derivation for an explicit formula of the spectra of $(n,k)$-arrangement graphs in terms of the characters of irreducible representations evaluated on a transposition.

As an application of our formula, we prove a conjecture by Chen, Ghorbani and Wong that states for $k$ fixed and $n$ large, $-k$ is the only negative eigenvalue in the spectrum of the $(n,k)$-arrangement graph.

REFERENCIAS

[1] Araujo, J.O. and Bratten, T: *The spectra of arrangement graphs*.
arXiv:1612.0474. To appear in Linear Algebra and its Applications.
[2] Chen, B.F, Ghorbani, E. and Wong, K.B.: *Cyclic decomposition of k-permutations and eigenvalues of the arrangement graphs.* Electron. J. Comb. **20** (4) (2013) #P22
[3] Chen, B.F, Ghorbani, E. and Wong, K.B.: *On the eigenvalues of certain Cayley graphs and arrangement graphs*. Linear Algebra Appl. **444** (2014) 246-253.

## Sobre el espectro de grafos de arreglos

José O. Araujo[1], **Mauro Natale**[2]
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As.

Para $r \leq k \leq n$ números enteros no negativos, $A(n,k,r)$ es el grafo cuyo conjunto de vértices son todas las $k-$permutaciones de un conjunto con $n$ elementos, y dos vértices son adyacentes si ellos difieren en exactamente $r$ posiciones. Los grafos $A(n,k,r)$ pueden interpretarse como una extensión de los grafos de arreglos $A(n,k)$ introducidos en [5] en conexión con computación paralela.

Chen, Ghorbani y Wong estudian en [3] el espectro de los grafos $A(n,k)$ para valores chicos de $k$, establecen que el espectro del grafo de Johnson $J(n,k)$ forma parte del espectro de $A(n,k)$ y determinan los valores extremos en el espectro de $A(n,k)$. Los mismos autores en [4] prueban que el espectro del grafo de arreglos $A(n,k)$ es entero.

En [1] Araujo y Bratten obtienen el espectro del grafo de Johnson $J(n,k,r)$ utilizando la teoría de representaciones del grupo simétrico, y en [2] utilizando técnicas análogas determinan el espectro del grafo de arreglos $A(n,k)$, el cuál se describe en término de los valores alcanzados sobre las transposiciones por caracteres irreducibles de grupos simétricos y de los los grados de estos caracteres.

Sobre la base de lo realizado en [2], estudiamos el espectro del grafo $A(n,k,2)$. En esta comunicación presentamos una fórmula explícita para obtener el espectro del grafo $A(n,k,2)$. A partir de la misma se deduce que este grafo no tiene espectro entero, siendo el mismo un subconjunto de $\frac{1}{2}\mathbb{Z}$.

El resultado obtenido se resume en el siguiente teorema.

**Teorema:** Sean $\tau_n, \tau_k$ transposiciones en $\mathfrak{S}_n$ y $\mathfrak{S}_k$ respectivamente y sean $\sigma_n, \sigma_k$ triciclos en $\mathfrak{S}_n$ y $\mathfrak{S}_k$ respectivamente. Entonces el espectro del grafo $A(n,k,2)$ está dado por:

$$\frac{1}{2}\left[\binom{n}{2}\frac{\chi_\mu(\tau_n)}{\chi_\mu(1)} - \binom{k}{2}\frac{\chi_\lambda(\tau_k)}{\chi_\lambda(1)} - \binom{n-k}{2}\right]^2 -$$
$$(n-k-1)\left[\binom{n}{2}\frac{\chi_\mu(\tau_n)}{\chi_\mu(1)} - \binom{k}{2}\frac{\chi_\lambda(\tau_k)}{\chi_\lambda(1)} - \binom{n-k}{2}\right] +$$
$$\binom{n}{2}\frac{\chi_\mu(\sigma_k)}{\chi_\mu(1)} + \binom{k}{2}\frac{\chi_\lambda(\tau_n)}{\chi_\lambda(1)} - \binom{k}{3}\frac{\chi_\lambda(\sigma_n)}{\chi_\lambda(1)}I - \binom{n-k}{3}I - \frac{k(n-k)}{2}$$

donde $\lambda$ es una partición de $k$, $\mu$ es una partición de $n$ tales que $\mu_i' \leq \lambda_i' + 1$, siendo $\mu'$ y $\lambda'$ las particiones conjugadas de $\mu$ y $\lambda$ respectivamente.

## REFERENCIAS


[1] Araujo, J.,Bratten, T. *The Spectra of Arrangement Graphs*. Enviado a Linear Algebra and its Applications, en 2017.

[2] Araujo, J.,Bratten, T. *On the Spectrum of the Johnson Graphs* $(J,n,k)$. Actas del XIII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro (2015). 2016, Páginas 57-62.

[3] Chen, B.F, Ghorbani, E. and Wong, K.B. *Cyclic decomposition of k-permutations and eigenvalues of the arrangement graphs*. The Electronic Journal of Combinatorics. Volumen 20 (4) (2013) #P22.

[4] Chen, B.F, Ghorbani, E. and Wong, K.B. *On the eigenvalues of certain Cayley graphs and arrangement graphs*. Linear Algebra and its Applications. Volumen 444 (2014) 246-253.

[5] Day, K. and Tripathi, A. *Arrangement graphs: a class of generalized star graphs*. Information Processing Letters. Volumen 42 (1992), 235-241.



[1]Email: `araujo@exa.unice.edu.ar`

[2]E-mail: `natale.doc@gmail.com`