

IKt-álgebras subdirectamente irreducibles

Aldo V. Figallo, Inés Pascual, Gustavo Pelaitay

Instituto de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática
Universidad Nacional de San Juan

22 de septiembre de 2016

Algunos autores consideran a Arthur Prior como el iniciador de la disciplina conocida como “**lógica temporal**”.

A partir de la obra de este autor

- A. Prior. *Papers on Time and Tense*. Oxford, Oxford University Press. 1968.

surge la **lógica temporal formal moderna** que se divide en cuatro grandes ramas:

- La lógica de la datación o de la fecha (time).
- **La lógica del tiempo gramatical (tense).**
- La lógica temporal de preposiciones y adverbios.
- La lógica temporal de propósito específico.

El sistema considerado como el más elemental de la lógica del tiempo gramatical es el introducido por E. J. Lemmon en 1965 y que ha sido denominado Kt.

El sistema Kt es el habitual de la lógica clásica de proposiciones, con sus símbolos y sus reglas de formación de fórmulas bien formadas. A esto se añaden cuatro operadores unarios (G , H , F y P).

Prior “interpretó” a los cuatro operadores unarios G , H , F y P del modo siguiente:

- G : “Será siempre en el futuro verdad”.
- H : “Ha sido siempre en el pasado verdad”.
- F : “Será alguna vez en el futuro verdad”.
- P : “Fue alguna vez en el pasado verdad”.

Los operadores unarios G y F habitualmente son denominados *operadores temporales débiles* mientras que a H y P se los suele llamar *operadores temporales fuertes*.

La axiomatización estilo Hilbert de Kt puede encontrarse en:

- S. K. Thomason. Semantic analysis of tense logic. J.Symbolic Logic, 30. 150–158. 1977.

(A1) Todos los axiomas de la lógica proposicional clásica.

(A2) $G(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (G\alpha \rightarrow G\beta)$, $H(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (H\alpha \rightarrow H\beta)$,

(A3) $\alpha \rightarrow GP\alpha$, $\alpha \rightarrow HF\alpha$, donde $P\alpha := \neg H(\neg\alpha)$ y $F\alpha := \neg G(\neg\alpha)$.

Las reglas de inferencia son modus ponens, y

$$(RG) \frac{\alpha}{G\alpha}$$

$$(RH) \frac{\alpha}{H\alpha}$$

Los modelos algebraicos de la lógica temporal clásica los constituyen las álgebras de Boole temporales.

Un **álgebra de Boole temporal** es una terna $(\mathcal{B}, G, H)$ tal que $\mathcal{B} = \langle B, \vee, \wedge, \neg, 0, 1 \rangle$ es un álgebra de Boole y $G, H : B \longrightarrow B$ son dos operaciones unarias sobre B tales que

$$(B1) \quad G(1) = 1, \quad H(1) = 1,$$

$$(B2) \quad G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), \quad H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$$

Los modelos algebraicos de la lógica temporal clásica los constituyen las álgebras de Boole temporales.

Un **álgebra de Boole temporal** es una terna $(\mathcal{B}, G, H)$ tal que $\mathcal{B} = \langle B, \vee, \wedge, \neg, 0, 1 \rangle$ es un álgebra de Boole y $G, H : B \longrightarrow B$ son dos operaciones unarias sobre B tales que

- (B1) $G(1) = 1, \quad H(1) = 1,$
- (B2) $G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), \quad H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$
- (B3) $x \leq GP(x), \quad x \leq HF(x),$ donde $P(x) = \neg H(\neg x)$ y $F(x) = \neg G(\neg x).$

Por otra parte, en los últimos años los **operadores temporales** han sido considerados por diferentes autores en varias clases de álgebras.

- D. Diaconescu, G. Georgescu. [Tense operators on MV-algebras and Łukasiewicz-Moisil algebras](#). Fund. Inform. 81 (2007), 4, 379–408.
- M. Botur, I. Chajda, R. Halaš, M. Kolařík. [Tense operators on Basic Algebras](#). Internat. J. Theoret. Phys. 50 (2011), 12, 3737–3749.
- C. Chiriță. [Tense \$\theta\$ -valued Łukasiewicz–Moisil algebras](#). J. Mult.-Valued Logic Soft Comput. 17 (2011), 1, 1–24.
- M. Botur, J. Paseka. [On tense MV-algebras](#). Fuzzy Sets and Systems 259 (2015), 111–125.
- M. Bakhshi. [Tense operators on non-commutative residuated lattices](#). Soft Comput. (2016), 1–12.

- A. V. Figallo, G. Pelaitay. [Tense operators on De Morgan algebras](#). Log. J. IGPL 22 (2014), 2, 255–267.
- A. V. Figallo, G. Pelaitay. [An algebraic axiomatization of the Ewald's intuitionistic tense logic](#). Soft Comput. 18 (2014), 1873–1833.
- A. V. Figallo, G. Pelaitay. [Discrete duality for tense Łukasiewicz-Moisil algebras](#). Fund. Inform. 136 (2015), 4, 317–329.
- A. V. Figallo, G. Pelaitay. [A representation theorem for tense \$n \times m\$ -valued Łukasiewicz-Moisil algebras](#). Math. Bohem. 140 (2015), 3, 345–360.
- A. V. Figallo, G. Pelaitay. [Tense polyadic \$n \times m\$ -valued Łukasiewicz-Moisil algebras](#). Bull. Sect. Logic Univ. Łódź 44 (2015), 3-4, 155–181.

En 2011, con el propósito de obtener una axiomatización algebraica de los operadores temporales G, H, F y P en la **lógica temporal intuicionista** Chajda en:

- I. Chajda. Algebraic axiomatization of tense intuitionistic logic. Cent. Eur. J. Math. 9, 5, 1185–1191. 2011.

introdujo la noción de operador temporal sobre un álgebra de Heyting.

Definición de Chajda

Sea $\mathcal{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ un álgebra de Heyting. Denotamos por $\neg x = x \rightarrow 0$ (el pseudocomplemento de x). Los operadores unarios G, H definidos sobre A son llamados **operadores temporales** si se satisfacen las siguientes condiciones:

- (ch1) $G(1) = 1, H(1) = 1,$
- (ch2) $G(x \rightarrow y) \leq G(x) \rightarrow G(y), H(x \rightarrow y) \leq H(x) \rightarrow H(y),$
- (ch3) $G(x) \vee G(y) \leq G(x \vee y), H(x) \vee H(y) \leq H(x \vee y),$
- (ch4) $G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$
- (ch5) $x \leq GP(x), x \leq HF(x),$ donde $P(x) = \neg H(\neg x)$ y $F(x) = \neg G(\neg x).$

Nosotros en:

- A. V. Figallo, G. Pelaitay. Remarks on Heyting algebras with tense operators. Bull. Sect. Logic Univ. Łódź 41, 1–2, 71–74. 2012.

probamos que los axiomas (ch2) y (ch3) son redundantes. Luego, se puede reformular la definición de Chajda como sigue:

Sea $\mathcal{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ un álgebra de Heyting. Denotamos por $\neg x = x \rightarrow 0$. Los operadores unarios G, H definidos sobre A son llamados operadores temporales si se satisfacen las siguientes condiciones:

- (ch1) $G(1) = 1, H(1) = 1,$
- (ch4) $G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$
- (ch5) $x \leq GP(x), x \leq HF(x),$ donde $P(x) = \neg H(\neg x)$ y $F(x) = \neg G(\neg x).$

Notemos que esta última definición es similar a la definición de álgebra de Boole temporal donde el axioma (B3) fue reemplazado por (ch5).

Otra objeción al trabajo de Chajda es que el autor afirma que si en un álgebra de Heyting $\mathcal{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ los operadores temporales G y H satisfacen

(ch6) $G(0) = 0$ y $H(0) = 0$,

entonces F y P pueden ser considerados como cuantificadores existenciales.

Tal denominación no es clara dado que F y P no son cuantificadores existenciales en el sentido de Halmos, como lo mostramos en

- A. V. Figallo, G. Pelaitay. Remarks on Heyting algebras with tense operators. Bull. Sect. Logic Univ. Łódź 41, 1–2, 71–74. 2012.

Además, en la lógica temporal intuicionista los operadores temporales F y P no pueden ser definidos por medio de G y H , es decir, las siguientes equivalencias no se satisfacen:

$$F\alpha \leftrightarrow \neg G\neg\alpha \text{ y } P\alpha \leftrightarrow \neg H\neg\alpha.$$

Luego, la definición de F y P dada en (ch5) no es adecuada.

Esta última afirmación nos llevó a considerar como operaciones primitivas a los cuatro operadores temporales.

Lo cual nos condujo a la siguiente definición:

Definición

Sea $\mathcal{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ un álgebra de Heyting y sean G, H, F y P operaciones unarias sobre A que satisfacen:

- (t1) $G(1) = 1, H(1) = 1,$
- (t2) $G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$
- (t3) $x \leq GP(x), x \leq HF(x),$
- (t4) $F(0) = 0, P(0) = 0,$
- (t5) $F(x \vee y) = F(x) \vee F(y), P(x \vee y) = P(x) \vee P(y),$
- (t6) $PG(x) \leq x, FH(x) \leq x,$
- (t7) $F(x \rightarrow y) \leq G(x) \rightarrow F(y), P(x \rightarrow y) \leq H(x) \rightarrow P(y).$

Entonces el álgebra $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ será llamada IKt-álgebra y G, H, F y P serán llamados operadores temporales.

Definición

Sea $\mathcal{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ un álgebra de Heyting y sean G, H, F y P operaciones unarias sobre A que satisfacen:

- (t1) $G(1) = 1, H(1) = 1,$
- (t2) $G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$
- (t3) $x \leq GP(x), x \leq HF(x),$
- (t4) $F(0) = 0, P(0) = 0,$
- (t5) $F(x \vee y) = F(x) \vee F(y), P(x \vee y) = P(x) \vee P(y),$
- (t6) $PG(x) \leq x, FH(x) \leq x,$
- (t7) $F(x \rightarrow y) \leq G(x) \rightarrow F(y), P(x \rightarrow y) \leq H(x) \rightarrow P(y).$

Entonces el álgebra $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ será llamada IKt-álgebra y G, H, F y P serán llamados operadores temporales.

Notación

Con **IKtA** denotaremos a la categoría de las IKt-álgebras y sus correspondientes homomorfismos.

La lógica temporal intuicionista IKt fue introducida por Ewald en

- W. B. Ewald. Intuitionistic tense and modal logic. J. Symbolic Logic, 51, 1. 166–179. 1986.

extendiendo el lenguaje de la lógica proposicional intuicionista con los operadores unarios P , F , H y G .

- (A1) Todos los axiomas de la lógica intuicionista (Int).
- (A2) $G(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (G\alpha \rightarrow G\beta)$, $H(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (H\alpha \rightarrow H\beta)$,
- (A3) $G(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow G\alpha \wedge G\beta$, $H(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow H\alpha \wedge H\beta$,
- (A4) $F(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow F\alpha \vee F\beta$, $P(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow P\alpha \vee P\beta$,
- (A5) $G(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (F\alpha \rightarrow F\beta)$, $H(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (P\alpha \rightarrow P\beta)$,
- (A6) $G\alpha \wedge F\beta \rightarrow F(\alpha \wedge \beta)$, $H\alpha \wedge P\beta \rightarrow P(\alpha \wedge \beta)$,
- (A7) $G\neg\alpha \rightarrow \neg F\alpha$, $H\neg\alpha \rightarrow \neg P\alpha$,
- (A8) $FH\alpha \rightarrow \alpha$, $PG\alpha \rightarrow \alpha$,
- (A9) $\alpha \rightarrow GP\alpha$, $\alpha \rightarrow HF\alpha$,
- (A10) $(F\alpha \rightarrow G\beta) \rightarrow G(\alpha \rightarrow \beta)$, $(P\alpha \rightarrow H\beta) \rightarrow H(\alpha \rightarrow \beta)$,
- (A11) $F(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (G\alpha \rightarrow F\beta)$, $P(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (H\alpha \rightarrow P\beta)$.

Las reglas de inferencia son modus ponens, y

$$(RG) \frac{\alpha}{G\alpha}$$

$$(RH) \frac{\alpha}{H\alpha}$$

Es bien sabido que la axiomatización de Ewald no es minimal, pues varios axiomas pueden deducirse de los otros. Teniendo en cuenta esta observación en:

- A. V. Figallo, G. Pelaitay. An algebraic axiomatization of the Ewald's intuitionistic tense logic. *Soft Computing*. 18 (2014), 10, 1873–1883.

probamos que las IKt-álgebras son la contraparte algebraica del sistema IKt.

Dualidad topológica para las IKt-álgebras

- Caracterizamos por **métodos topológicos** las IKt-álgebras subdirectamente irreducibles y en particular las IKt-álgebras simples.

Dualidad topológica para las IKt-álgebras

- Caracterizamos por **métodos topológicos** las IKt-álgebras subdirectamente irreducibles y en particular las IKt-álgebras simples.
- Para ello introducimos la categoría **IKtS** cuyos objetos son los IKt-espacios y sus morfismos las IKt-funciones.

Un **IKt-espacio** es un par (X, R) donde

- (a) X es un espacio de Esakia.
- (b) R es una relación binaria sobre X que satisface las condiciones siguientes:
 - (S1) para cada $x \in X$, $R(x)$ y $R^{-1}(x)$ son cerrados en X ,
 - (S2) para cada $x \in X$, $R(x) = \downarrow R(x) \cap R(\uparrow x)$,
 - (S3) para cada $x \in X$, $R(\uparrow x)$ y $R^{-1}(\uparrow x)$ son crecientes y cerrados en X .
 - (S4) para cada subconjunto U abierto, cerrado y creciente de X , $G_R(U)$, $H_{R^{-1}}(U)$, $F_R(U)$, $P_{R^{-1}}(U)$ son cerrados, abiertos y crecientes en X .

Una **IKt-función** de un IKt-espacio (X_1, R_1) en otro, (X_2, R_2) , es una **función monótona y continua** $f : X_1 \longrightarrow X_2$ que satisface las siguiente condiciones:

(E) para cada $B \subseteq Y$, $f^{-1}(\downarrow B) = \downarrow f^{-1}(B)$,

(f1) $f(R_1(x)) \subseteq R_2(f(x))$,

(f2) $R_2(\uparrow f(x)) = f(R_1(\uparrow x))$,

(f3) $R_2^{-1}(\uparrow f(x)) = f(R_1^{-1}(\uparrow x))$.

Con técnicas habituales probamos:

Teorema

*La categoría **IKtS** es naturalmente equivalente a la categoría dual de la categoría **IKtA**.*

Con el objeto de caracterizar las congruencias de las IKt-álgebras introducimos la siguiente noción:

Definición

Sea (X, R) un IKt-espacio. Un subconjunto creciente Y de X es un *IKt-subconjunto* si:

(S5) $R(\uparrow y) \subseteq Y$ y $R^{-1}(\uparrow y) \subseteq Y$, para todo $y \in Y$.

El retículo de los IKt-subconjuntos cerrados, del IKt-espacio asociado a una IKt-álgebra juega un rol fundamental en la caracterización de sus congruencias como lo indica el siguiente teorema:

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra, y $X(\mathcal{A})$ el IKt-espacio asociado con $\mathcal{A}$. Entonces, el retículo $\mathcal{C}_{IKt}(X(\mathcal{A}))$ de los IKt-subconjuntos cerrados de $X(\mathcal{A})$ es isomorfo al retículo dual $Con_{IKt}(\mathcal{A})$ de las IKt-congruencias sobre $\mathcal{A}$.

La siguiente caracterización de los IKt-subconjuntos de un IKt-espacio nos resultó útil para determinar las IKt-álgebra simples y subdirectamente irreducibles:

Proposición

Sea (X, R) un IKt-espacio. Si Y es un subconjunto de X , entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) *Y es un IKt-subconjunto,*
- (b) *$Y = G_R(Y) \cap Y \cap H_{R^{-1}}(Y)$, donde*
$$G_R(Y) = \{x \in X : R(\uparrow x) \subseteq Y\},$$
$$H_{R^{-1}}(U) = \{x \in X : R^{-1}(\uparrow x) \subseteq U\}.$$

La proposición anterior nos sugiere introducir la siguiente definición:

Definición

Sea (X, R) un IKt-espacio y sea $d_X : \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$, definida, para todo $Z \in \mathcal{P}(X)$, por:

$$d_X(Z) = G_R(Z) \cap Z \cap H_{R^{-1}}(Z),$$

Para cada $n \in \omega$, sea $d_X^n : \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$, definida, para todo $Z \in \mathcal{P}(X)$, por:

$$d_X^0(Z) = Z, \quad d_X^{n+1}(Z) = d_X(d_X^n(Z)).$$

Usando la aplicación d_X , obtenemos otra formulación equivalente de la noción de IKt-subconjunto de un IKt-espacio.

Lema

Sea (X, R) un IKt-espacio. Si Y es un IKt-subconjunto de X , entonces las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) Y es un IKt-subconjunto,
- (b) $Y = d_X^n(Y)$ para todo $n \in \omega$,
- (c) $Y = \bigcap_{n \in \omega} d_X^n(Y)$.

Teniendo en cuenta la restricción a $D(X)$ de la función $d_X : \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$, y utilizando la dualidad obtenemos la siguiente:

Definición

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Definimos el operador unario d sobre A por

$$d(x) = G(x) \wedge x \wedge H(x),$$

para cada $x \in A$. Para cada $n \in \omega$ definimos $d^n(x)$ por: $d^0(x) = x$, $d^{n+1}(x) = d(d^n(x))$.

Este operador fue definido previamente en:

- Kowalski, Tomasz. Varieties of tense algebras. Rep. Math. Logic No. 32 (1998), 53–95.

para las álgebras de Boole temporales y en

- Diaconescu, Denisa; Georgescu, George. Tense operators on MV-algebras and Łukasiewicz-Moisil algebras. Fund. Inform. 81 (2007), no. 4, 379–408.

para las MV-álgebras temporales.

Como consecuencia de la dualidad para las IKt-álgebras obtenemos las siguientes propiedades de la función d anteriormente definida.

Corolario

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Entonces, para todo $n \in \omega$ y para todo $a, b \in A$, se satisfacen las siguientes condiciones:

- (d1) $d^n(1) = 1$ y $d^n(0) = 0$,
- (d2) $d^{n+1}(a) \leq d^n(a)$,
- (d3) $d^n(a \wedge b) = d^n(a) \wedge d^n(b)$,
- (d4) $a \leq b$ implica $d^n(a) \leq d^n(b)$,
- (d5) $d^n(a) \leq a$,
- (d6) $d^{n+1}(a) \leq G(d^n(a))$ y $d^{n+1}(a) \leq H(d^n(a))$.

La función $d : A \longrightarrow A$, fue fundamental para caracterizar las IKt-álgebras simples y subdirectamente irreducibles. Para ello se introduce previamente la siguiente noción.

Definición

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Un elemento a de A es una d -constante de A si $d(a) = a$.

Denotamos con $\mathcal{A}^d$ al conjunto de todas las d -constantes de A .

Cabe destacar que una de las propiedades que tiene el conjunto $\mathcal{A}^d$ de todas las d -constantes de A es la siguiente:

Lema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Entonces, $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting.

Usando los elementos d -constantes obtuvimos las siguientes caracterizaciones de las IKt-álgebra simples:

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) *$(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra simple,*
- (b) *para todo $a \in A \setminus \{1\}$, existe $n \in \omega$ tal que $d^n(a) = 0$.*

Corolario

Si $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra simple, entonces $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting simple.

IKt-álgebras subdirectamente irreducibles

Además, obtuvimos las siguientes caracterizaciones de las IKt-álgebras subdirectamente irreducibles:

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra subdirectamente irreducible,*
- (b) existe $b \in A \setminus \{1\}$ tal que para todo $a \in A \setminus \{1\}$, existe $n \in \omega$ tal que $d^n(a) \leq b$.*

Corolario

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra subdirectamente irreducible tal que:

(d7) para todo $a \in A \setminus \{1\}$, $d^n(a) = d^{n_a}(a)$, para todo $n \in \omega$, $n \geq n_a$ para algún $n_a \in \omega$.

Entonces, $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting subdirectamente irreducible.

Luego consideramos el caso particular de las IKt-álgebra finitas.

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra finita. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra simple,*
- (b) $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting simple.*

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra finita. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra subdirectamente irreducible,*
- (b) $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting subdirectamente irreducible.*

Finalmente, consideramos el caso de las IKt-álgebra completas cuyos filtros son completos y en este caso también logramos obtener una caracterización similar al del caso finito.

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra completa cuyos filtros son completos. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra simple,*
- (b) $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting simple.*

Teorema

Sea $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ una IKt-álgebra completa cuyos filtros son completos. Entonces, las siguientes condiciones son equivalentes:

- (a) $(\mathcal{A}, G, H, F, P)$ es una IKt-álgebra subdirectamente irreducible,*
- (b) $\mathcal{A}^d$ es un álgebra de Heyting subdirectamente irreducible.*

Gracias por su atención