Grafos clique K_5-free con cada triángulo contenido en a lo sumo un K_4 con un único generador crítico

Lic. Gabriela Ravenna
Dra. Liliana Alcón

UMA- Bahía Blanca

21 de Septiembre de 2016

Esquema de la presentación

1. Definiciones preliminares
2. Resultado anterior
3. Resultado actual
4. Idea de la demostración

Esquema de la presentación

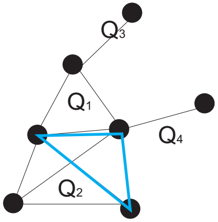
1. Definiciones preliminares
2. Resultado anterior
3. Resultado actual
4. Idea de la demostración

Esquema de la presentación

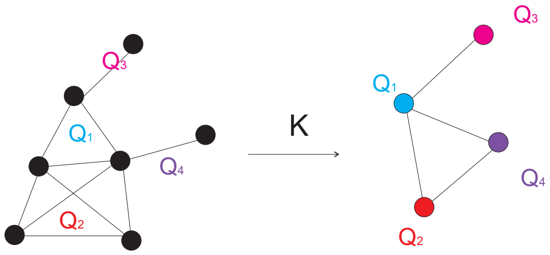
1. Definiciones preliminares
2. Resultado anterior
3. Resultado actual
4. Idea de la demostración

Esquema de la presentación

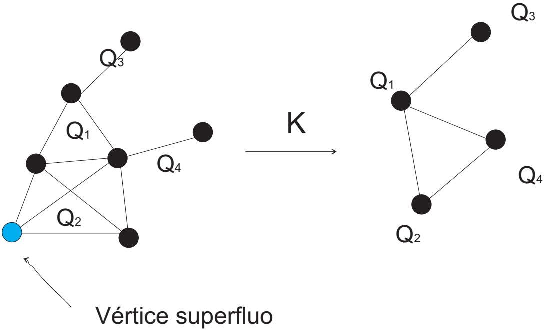
Un completo es un conjunto de vértices adyacentes entre sí.
Un clique es un completo maximal respecto a la inclusión.



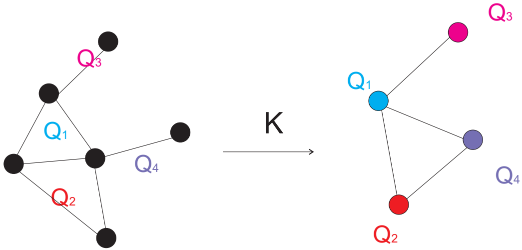
La familia de cliques de un grafo se nota $\mathcal{C}(H)$. El grafo clique de un grafo H, $\mathrm{K}(H)$, es el grafo de intersección de $\mathcal{C}(H)$.



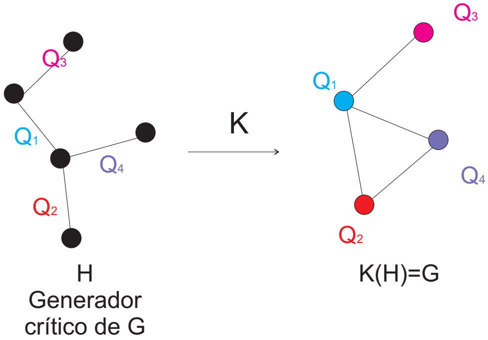
Si $K(H) = G$, H se dice generador de G. Y si $K(H - x) \neq G$ para todo vértice x de H entonces es generador crítico de G.



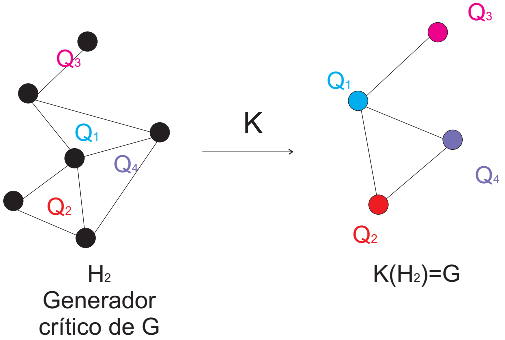
Si $K(H) = G$, H se dice generador de G. Y si $K(H - x) \neq G$ para todo vértice x de H entonces es generador crítico de G.



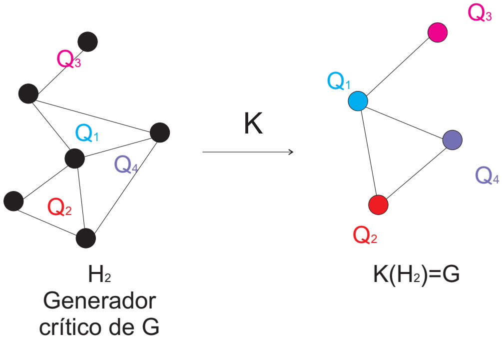
Si $K(H) = G$, H se dice generador de G. Y si $K(H - x) \neq G$ para todo vértice x de H entonces es generador crítico de G.



H será el único generador crítico de *G*?



H será el único generador crítico de *G*?



Definición

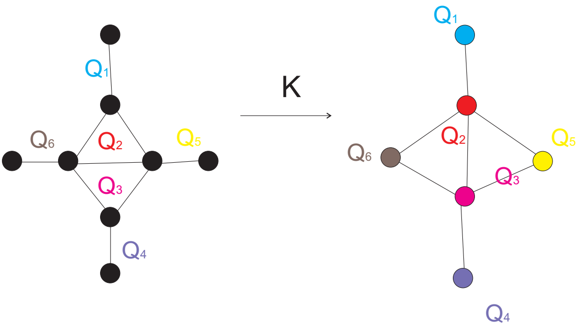
Diremos que una arista es multiclique si está contenida en más de un clique.

Proposición

Sea G grafo clique y K_4-free. G tiene un único generador crítico si y sólo si todo $v \in V(G)$ cumple, por lo menos, una de las siguientes afirmaciones:

1. v tiene grado 1;
2. v es intersección exacta de 2 cliques;
3. si $u, w \in N(v), uw \in E(G)$, entonces uw es multiclique.

Ejemplo

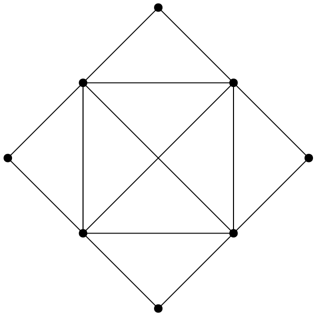


Teorema

Sea G un grafo clique K_5-free, tal que todo triángulo de G está en a lo sumo un K_4. G tiene un único generador crítico si y sólo si

- cada K_4 tiene al menos 2 aristas multicliques sin un vértice en común y;
- para todo $v \in V(G)$ vale al menos una de las siguientes condiciones :
  1. $gr(v) = 1$,
  2. existen $C_1, C_2 \in \mathcal{C}(G) : \{v\} = C_1 \cap C_2$,
  3. $v \notin V(K_4)$, toda arista opuesta a v en un triángulo de G es multiclique.

Ejemplo



Dada una familia $\mathcal{F}$ diremos que es

- Helly si toda subfamilia intersectante tiene intersección total no vacía;
- es cubridora si todas las aristas de G pertenecen a algún miembro de $\mathcal{F}$;
- y es separadora si para cada $v \in V(G)$ la intersección de todos los miembros de $\mathcal{F}$ que contienen a v es exactamente v.

Dado G, sea $\mathcal{F}$ una familia Helly, cubridora y separadora de G, $L(\mathcal{F}) = H$ generador de G. Y si $\mathcal{F}$ es minimal (de manera que al remover cualquier miembro de $\mathcal{F}$ deja de ser cubridora o separadora) entonces $L(\mathcal{F}) = H$ es generador crítico de G.

Dada una familia $\mathcal{F}$ diremos que es

- Helly si toda subfamilia intersectante tiene intersección total no vacía;
- es cubridora si todas las aristas de G pertenecen a algún miembro de $\mathcal{F}$;
- y es separadora si para cada $v \in V(G)$ la intersección de todos los miembros de $\mathcal{F}$ que contienen a v es exactamente v.

Dado G, sea $\mathcal{F}$ una familia Helly, cubridora y separadora de G, $L(\mathcal{F}) = H$ generador de G. Y si $\mathcal{F}$ es minimal (de manera que al remover cualquier miembro de $\mathcal{F}$ deja de ser cubridora o separadora) entonces $L(\mathcal{F}) = H$ es generador crítico de G.

Dada una familia $\mathcal{F}$ diremos que es

- Helly si toda subfamilia intersectante tiene intersección total no vacía;
- es cubridora si todas las aristas de G pertenecen a algún miembro de $\mathcal{F}$;
- y es separadora si para cada $v \in V(G)$ la intersección de todos los miembros de $\mathcal{F}$ que contienen a v es exactamente v.

Dado G, sea $\mathcal{F}$ una familia Helly, cubridora y separadora de G, $L(\mathcal{F}) = H$ generador de G. Y si $\mathcal{F}$ es minimal (de manera que al remover cualquier miembro de $\mathcal{F}$ deja de ser cubridora o separadora) entonces $L(\mathcal{F}) = H$ es generador crítico de G.

Dada una familia $\mathcal{F}$ diremos que es

- Helly si toda subfamilia intersectante tiene intersección total no vacía;
- es cubridora si todas las aristas de G pertenecen a algún miembro de $\mathcal{F}$;
- y es separadora si para cada $v \in V(G)$ la intersección de todos los miembros de $\mathcal{F}$ que contienen a v es exactamente v.

Dado G, sea $\mathcal{F}$ una familia Helly, cubridora y separadora de G, $L(\mathcal{F}) = H$ generador de G. Y si $\mathcal{F}$ es minimal (de manera que al remover cualquier miembro de $\mathcal{F}$ deja de ser cubridora o separadora) entonces $L(\mathcal{F}) = H$ es generador crítico de G.

Muchas gracias!