# EL CONJUNTO SETWISE ESTABLE EN UN MODELO DE ASIGNACIÓN MUCHOS-A-MUCHOS

PAOLA B. MANASERO Y ALEJANDRO NEME

Instituto de Matemática Aplicada-San Luis (IMASL)
UNSL-CONICET

UMA 2016

21 de Septiembre de 2016

# Introducción

- Los modelos de asignación bilateral.

# Introducción

- Los modelos de asignación bilateral.
- Gale y Shapley (1962) llaman a un modelo muchos-a-uno donde cada colegio tiene preferencias *responsivas con cuota* sobre los estudiantes y cada estudiante tiene preferencias sobre los colegios el "problema de admisión a colegios".

# Introducción

- Los modelos de asignación bilateral.
- Gale y Shapley (1962) llaman a un modelo muchos-a-uno donde cada colegio tiene preferencias *responsivas con cuota* sobre los estudiantes y cada estudiante tiene preferencias sobre los colegios el "problema de admisión a colegios".
- Inicialmente se pensó que los rasgos fundamentales del "problema de admisión a colegios" podrían ser obtenidos tratándolo como un "modelo de matrimonio" en el cual cada una de las posiciones disponibles $q_c$ del colegio $c$ serían tratadas como $q_c$ posiciones individuales distintas.

# Introducción

- Los modelos de asignación bilateral.
- Gale y Shapley (1962) llaman a un modelo muchos-a-uno donde cada colegio tiene preferencias *responsivas con cuota* sobre los estudiantes y cada estudiante tiene preferencias sobre los colegios el "problema de admisión a colegios".
- Inicialmente se pensó que los rasgos fundamentales del "problema de admisión a colegios" podrían ser obtenidos tratándolo como un "modelo de matrimonio" en el cual cada una de las posiciones disponibles $q_c$ del colegio $c$ serían tratadas como $q_c$ posiciones individuales distintas.
- Gale y Sotomayor (1985) dan una demostración formal de la equivalencia entre ambos modelos.

- Ellos definen una correspondencia natural inyectiva entre las asignaciones de ambos modelos la cual es usada para trasladar muchos de los resultados clásicos demostrados en los mercados uno-a-uno al problema de admisión a colegios.

- Ellos definen una correspondencia natural inyectiva entre las asignaciones de ambos modelos la cual es usada para trasladar muchos de los resultados clásicos demostrados en los mercados uno-a-uno al problema de admisión a colegios.
    - Dicha correspondencia, tiene la propiedad que preserva la estabilidad de las asignaciones.

- Ellos definen una correspondencia natural inyectiva entre las asignaciones de ambos modelos la cual es usada para trasladar muchos de los resultados clásicos demostrados en los mercados uno-a-uno al problema de admisión a colegios.
  - Dicha correspondencia, tiene la propiedad que preserva la estabilidad de las asignaciones.
- Nosotros nos plantemos la siguiente pregunta: ¿Se podrá asociar un modelo de asignación muchos-a-muchos con un modelo muchos-a-uno de tal forma que se preserve la *estabilidad* de las asignaciones entre ambos modelos, en forma análoga a lo realizado por Gale y Sotomayor (1985)?

- En el modelo de asignación muchos-a-muchos observamos, mediante un ejemplo, que esta correspondencia no preserva la estabilidad de las asignaciones entre este modelo y su modelo *relativo* muchos-a-uno.

- En el modelo de asignación muchos-a-muchos observamos, mediante un ejemplo, que esta correspondencia no preserva la estabilidad de las asignaciones entre este modelo y su modelo *relativo* muchos-a-uno.
- En la primera parte de nuestro trabajo estudiamos las propiedades que debe satisfacer el modelo *relativo* muchos-a-uno para preservar la estabilidad de las asignaciones entre ambos modelos.

- En el modelo de asignación muchos-a-muchos observamos, mediante un ejemplo, que esta correspondencia no preserva la estabilidad de las asignaciones entre este modelo y su modelo *relativo* muchos-a-uno.
- En la primera parte de nuestro trabajo estudiamos las propiedades que debe satisfacer el modelo *relativo* muchos-a-uno para preservar la estabilidad de las asignaciones entre ambos modelos.
- Recuperamos el resultado que establece que el modelo muchos-a-muchos y su modelo *relativo* muchos-a-uno tienen conjunto de soluciones estables equivalentes.

- $F = \{f_1, \ldots f_n\}$ , conjunto de firmas.

# Modelo muchos-a-muchos

## Preliminares

- $F = \{f_1, \ldots f_n\}$ , conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \ldots w_m\}$ , conjunto de trabajadores.

# Modelo muchos-a-muchos

## Preliminares

- $F = \{f_1, \dots f_n\}$ , conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \dots w_m\}$ , conjunto de trabajadores.
- Cada agente $a \in F \cup W$ tiene una relación de preferencia completa, transitiva y antisimétrica $\succeq_a$, sobre $2^{F \cup W}$ .

- $F = \{f_1, \ldots f_n\}$, conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \ldots w_m\}$, conjunto de trabajadores.
- Cada agente $a \in F \cup W$ tiene una relación de preferencia completa, transitiva y antisimétrica $\succeq_a$, sobre $2^{F \cup W}$.
- Sea $s_j$ la *cuota de* $w_j$ y $\mathbf{s} = (s_1, \ldots s_m)$.

# Modelo muchos-a-muchos

## Preliminares

- $F = \{f_1, \ldots f_n\}$ , conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \ldots w_m\}$ , conjunto de trabajadores.
- Cada agente $a \in F \cup W$ tiene una relación de preferencia completa, transitiva y antisimétrica $\succeq_a$, sobre $2^{F \cup W}$.
- Sea $s_j$ la *cuota de* $w_j$ y $\mathbf{s} = (s_1, \ldots s_m)$.
- La relación de preferencia $\succ_{w_j}$ del trabajador $w_j \in W$ es $s_j$-**responsiva** sobre $2^F$ :

# Modelo muchos-a-muchos

## Preliminares

- $F = \{f_1, \dots f_n\}$ , conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \dots w_m\}$ , conjunto de trabajadores.
- Cada agente $a \in F \cup W$ tiene una relación de preferencia completa, transitiva y antisimétrica $\succeq_a$, sobre $2^{F \cup W}$.
- Sea $s_j$ la *cuota de* $w_j$ y $\mathbf{s} = (s_1, \dots s_m)$.
- La relación de preferencia $\succ_{w_j}$ del trabajador $w_j \in W$ es $s_j$-**responsiva** sobre $2^F$ :
  - Ordena los subconjuntos de firmas en el sentido que agregar firmas "buenas" conduce a un conjunto mejor, mientras que agregar firmas "malas" conduce a un conjunto peor.

- $F = \{f_1, \ldots f_n\}$ , conjunto de firmas.
- $W = \{w_1, \ldots w_m\}$ , conjunto de trabajadores.
- Cada agente $a \in F \cup W$ tiene una relación de preferencia completa, transitiva y antisimétrica $\succeq_a$, sobre $2^{F \cup W}$.
- Sea $s_j$ la *cuota de* $w_j$ y $\mathbf{s} = (s_1, \ldots s_m)$.
- La relación de preferencia $\succ_{w_j}$ del trabajador $w_j \in W$ es $s_j$-**responsiva** sobre $2^F$ :
  - Ordena los subconjuntos de firmas en el sentido que agregar firmas "buenas" conduce a un conjunto mejor, mientras que agregar firmas "malas" conduce a un conjunto peor.
  - Para cualesquiera dos subconjuntos de firmas que difieran en una única firma, el trabajador $w_j$ prefiere al conjunto conteniendo a la firma preferida por él.

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por,

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por,

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por,$Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada* $w \in W$ *y cada* $f \in F$ *se cumple:*

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada* $w \in W$ *y cada* $f \in F$ *se cumple:*

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada $w \in W$ y cada $f \in F$ se cumple:*

$$1)\ \mu(f) \in 2^{W}.$$

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada* $w \in W$ *y cada* $f \in F$ *se cumple:*

$$\begin{array}{l} 1)\ \mu(f) \in 2^W. \\ 2)\ \mu(w) \in 2^F \text{ y } |\mu(w)| \leq s_w. \end{array}$$

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada $w \in W$ y cada $f \in F$ se cumple:*

  1) $\mu(f) \in 2^W$.
  2) $\mu(w) \in 2^F$ y $|\mu(w)| \leq s_w$.
  3) $w \in \mu(f)$ *si y solo si* $f \in \mu(w)$.

# Modelo muchos-a-muchos

## Preliminares

- Sea $S \subset W$, y $f \in F$, definimos el *conjunto elección* de la firma $f$ dado $S$ por, $Ch(S, \succ_f) = \max_{\succ_f} \{T : T \subseteq S\}$.
- Análogamente, para cada $w \in W$ y $S \subset F$.
- Una **asignación** es una función $\mu : F \cup W \longrightarrow 2^{F \cup W}$ *tal que, para cada $w \in W$ y cada $f \in F$ se cumple:*

$$
\begin{aligned}
&1)\ \mu(f) \in 2^W. \\
&2)\ \mu(w) \in 2^F \text{ y } |\mu(w)| \leq s_w. \\
&3)\ w \in \mu(f) \textit{ si y solo si } f \in \mu(w).
\end{aligned}
$$

- Denotaremos al modelo muchos-a-muchos por, $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$.

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$, *si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$, *si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.
- *Llamaremos Individualmente Racional (IR) a las asignaciones que no son bloqueadas por un agente.*

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$*, si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.
- *Llamaremos Individualmente Racional (IR) a las asignaciones que no son bloqueadas por un agente.*
- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un par trabajador-firma* $(w, f)$ *si* $f \notin \mu(w)$ *pero*

# Modelo muchos-a-muchos

## Estabilidad

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$*, si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.
- *Llamaremos Individualmente Racional (IR) a las asignaciones que no son bloqueadas por un agente.*
- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un par trabajador-firma* $(w, f)$ *si* $f \notin \mu(w)$ *pero*
    - $w$ desea trabajar para $f$ y,

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$, *si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.
- *Llamaremos Individualmente Racional (IR) a las asignaciones que no son bloqueadas por un agente.*
- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un par trabajador-firma* $(w, f)$ *si* $f \notin \mu(w)$ *pero*
    - $w$ desea trabajar para $f$ y,
    - $f$ desea contratar a $w$.

- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un agente* $a \in F \cup W$, *si* $\mu(a) \neq Ch(\mu(a), \succ_a)$.
- *Llamaremos Individualmente Racional (IR) a las asignaciones que no son bloqueadas por un agente.*
- *Una asignación* $\mu \in \mathcal{M}$ *está bloqueada por un par trabajador-firma* $(w, f)$ *si* $f \notin \mu(w)$ *pero*
  - $w$ desea trabajar para $f$ y,
  - $f$ desea contratar a $w$.
- Una asignación IR $\mu \in \mathcal{M}$ es **estable** si no está bloqueada por ningún par trabajador-firma $(w, f)$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.
  - Si $w_j \succ_f \emptyset$ entonces $w_j^t \succ_f w_j^{t'}$ si y solo si $t < t'$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.
  - Si $w_j \succ_f \emptyset$ entonces $w_j^t \succ_f w_j^{t'}$ si y solo si $t < t'$.

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.
  - Si $w_j \succ_f \emptyset$ entonces $w_j^t \succ_f w_j^{t'}$ si y solo si $t < t'$.

**Definición**

*Dado $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, decimos que $S$* **posee clones** *si existen $w_j$ y $t \neq t'$ con $t$, $t' \in I_j$ tal que $\left\{ w_j^t, w_j^{t'} \right\} \subseteq S$.*

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M^s}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.
  - Si $w_j \succ_f \emptyset$ entonces $w_j^t \succ_f w_j^{t'}$ si y solo si $t < t'$.

**Definición**

*Dado $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, decimos que $S$* **posee clones** *si existen $w_j$ y $t \neq t'$ con $t$, $t' \in I_j$ tal que $\left\{ w_j^t, w_j^{t'} \right\} \subseteq S$.*

**Definición**

*Sea $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, decimos que $S$ es un* **conjunto simple** *si $S$ no posee clones.*

# El modelo *relativo* muchos-a-uno

- Dado $\mathbf{M}$, lo reduciremos a un modelo donde cada trabajador tiene cuota uno, y lo denominamos *relativo* al modelo $\mathbf{M}$, denotado por $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$.
  - Cada trabajador $w_j$ con cuota $s_j$ es copiado en $s_j$ "partes" de sí mismo, denotadas por $w_j^1, w_j^2, \ldots, w_j^{s_j}$.
- Para las firmas, extendemos las preferencias sobre $2^{W^{\mathbf{s}}}$.
  - Si $w_j \succ_f \emptyset$ entonces $w_j^t \succ_f w_j^{t'}$ si y solo si $t < t'$.

**Definición**

*Dado $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, decimos que $S$* **posee clones** *si existen $w_j$ y $t \neq t'$ con $t$, $t' \in I_j$ tal que $\left\{ w_j^t, w_j^{t'} \right\} \subseteq S$.*

**Definición**

*Sea $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, decimos que $S$ es un* **conjunto simple** *si $S$ no posee clones.*

- Dado $S \subseteq W^{\mathbf{s}}$, definimos $\overline{S} = \{w_j \mid w_j^t \in S \text{ para algún } t \in I_j\} \subset W$.

### Definición

*Sean $S$, $S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. Para cada $f \in F$ definimos un orden lineal estricto sobre $2^{W^s}$ denotado por $\succ_f^*$, de la siguiente manera:*

## Definición

*Sean* $S, S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. *Para cada* $f \in F$ *definimos un orden lineal estricto sobre* $2^{W^s}$ *denotado por* $\succ_f^*$*, de la siguiente manera:*

*1) Si* $S$ *no es un conjunto simple entonces* $\emptyset \succ_f^* S$.

## Definición

*Sean* $S, S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. *Para cada* $f \in F$ *definimos un orden lineal estricto sobre* $2^{W^s}$ *denotado por* $\succ_f^*$, *de la siguiente manera:*

*1) Si* $S$ *no es un conjunto simple entonces* $\emptyset \succ_f^* S$.

*2) Supongamos que* $S$ *y* $S'$ *son conjuntos simples:*

# Conexión entre los modelos

El modelo *relativo* muchos-a-uno.

## Definición

*Sean* $S, S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. *Para cada* $f \in F$ *definimos un orden lineal estricto sobre* $2^{W^s}$ *denotado por* $\succ_f^*$, *de la siguiente manera:*

1) *Si* $S$ *no es un conjunto simple entonces* $\emptyset \succ_f^* S$.

2) *Supongamos que* $S$ *y* $S'$ *son conjuntos simples:*

a) *Si* $w_j^t \in S$ *y* $w_j^{t'} \notin S$, *tal que* $t < t'$ *y* $w_j \succ_f \emptyset$ *entonces*

$$S \succ_f^* \left[S \backslash w_j^t\right] \cup w_j^{t'}.$$

# Conexión entre los modelos

El modelo *relativo* muchos-a-uno.

## Definición

*Sean* $S, S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. *Para cada* $f \in F$ *definimos un orden lineal estricto sobre* $2^{W^s}$ *denotado por* $\succ_f^*$, *de la siguiente manera:*

*1) Si* $S$ *no es un conjunto simple entonces* $\emptyset \succ_f^* S$.

*2) Supongamos que* $S$ *y* $S'$ *son conjuntos simples:*

*a) Si* $w_j^t \in S$ *y* $w_j^{t'} \notin S$, *tal que* $t < t'$ *y* $w_j \succ_f \emptyset$ *entonces*

$$S \succ_f^* \left[S \backslash w_j^t\right] \cup w_j^{t'}.$$

*b) Si* $\overline{S} \neq \overline{S}'$, *entonces* $S \succ_f^* S'$ *si y solo si* $\overline{S} \succ_f \overline{S}'$.

## Definición

*Sean $S$, $S' \subseteq W^{\mathbf{s}}$. Para cada $f \in F$ definimos un orden lineal estricto sobre $2^{W^s}$ denotado por $\succ_f^*$, de la siguiente manera:*

*1) Si $S$ no es un conjunto simple entonces $\emptyset \succ_f^* S$.*

*2) Supongamos que $S$ y $S'$ son conjuntos simples:*

*a) Si $w_j^t \in S$ y $w_j^{t'} \notin S$, tal que $t < t'$ y $w_j \succ_f \emptyset$ entonces*

$$S \succ_f^* \left[S \backslash w_j^t\right] \cup w_j^{t'}.$$

*b) Si $\overline{S} \neq \overline{S}'$, entonces $S \succ_f^* S'$ si y solo si $\overline{S} \succ_f \overline{S}'$.*

- $\mathbf{M}^{\mathbf{s}} = (F, W^{\mathbf{s}}, (\succ_f^*)_{f \in F}, (\succ_{w^t})_{w^t \in W^{\mathbf{s}}})$, es el correspondiente modelo muchos-a-uno *relativo* a $\mathbf{M}$.

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$

# Conexión entre los modelos
## Ejemplo

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.

# Conexión entre los modelos
## Ejemplo

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.
- Luego, $W^{\mathbf{s}} = \{w_1^1, w_1^2, w_1^3, w_2^1, w_2^2\}$.

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.
- Luego, $W^{\mathsf{s}} = \{w_1^1, w_1^2, w_1^3, w_2^1, w_2^2\}$.
- Definimos una función $\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^{\mathsf{s}}$ de la siguiente manera:

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.
- Luego, $W^{\mathsf{s}} = \{w_1^1, w_1^2, w_1^3, w_2^1, w_2^2\}$.
- Definimos una función $\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^{\mathsf{s}}$ de la siguiente manera:

# Conexión entre los modelos

## Ejemplo

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.
- Luego, $W^s = \{w_1^1, w_1^2, w_1^3, w_2^1, w_2^2\}$.
- Definimos una función $\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^s$ de la siguiente manera:

$$\phi(\mu) = \begin{pmatrix} w_1^1 & w_1^2 & w_1^3 \\ f_1 & f_2 & \emptyset \end{pmatrix}$$

- Sean $W=\{w_1,w_2\}$ y $F=\{f_1,f_2,f_3\}$, tales que $s_{w_1}=3$ y $s_{w_2}=2$
- $\mu(w_1)=\{f_1,f_2\}$ tal que $\{f_1\}\succ_{w_1}\{f_2\}$.
- $\mu(w_2)=\{f_2,f_3\}$ tal que $\{f_2\}\succ_{w_2}\{f_3\}$.
- Luego, $W^{\mathsf{s}}=\{w_1^1,w_1^2,w_1^3,w_2^1,w_2^2\}$.
- Definimos una función $\phi:\mathcal{M}\rightarrow\mathcal{M}^{\mathsf{s}}$ de la siguiente manera:

$$\phi(\mu)=\begin{pmatrix} w_1^1 & w_1^2 & w_1^3 \\ f_1 & f_2 & \emptyset \end{pmatrix} \qquad \phi(\mu)=\begin{pmatrix} w_2^1 & w_2^2 \\ f_2 & f_3 \end{pmatrix}$$

- Sean $W = \{w_1, w_2\}$ y $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, tales que $s_{w_1} = 3$ y $s_{w_2} = 2$
- $\mu(w_1) = \{f_1, f_2\}$ tal que $\{f_1\} \succ_{w_1} \{f_2\}$.
- $\mu(w_2) = \{f_2, f_3\}$ tal que $\{f_2\} \succ_{w_2} \{f_3\}$.
- Luego, $W^s = \{w_1^1, w_1^2, w_1^3, w_2^1, w_2^2\}$.
- Definimos una función $\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^s$ de la siguiente manera:

$$\phi(\mu) = \begin{pmatrix} w_1^1 & w_1^2 & w_1^3 \\ f_1 & f_2 & \emptyset \end{pmatrix} \qquad \phi(\mu) = \begin{pmatrix} w_2^1 & w_2^2 \\ f_2 & f_3 \end{pmatrix}$$

$$\phi(\mu) = \begin{pmatrix} w_1^1 & \{w_1^2, w_2^1\} & w_2^2 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{pmatrix}$$

# Conexión entre los modelos

## Formalmente

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

# Conexión entre los modelos

## Formalmente

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

$$\{f_{i_1}\} \succ_{w_j} \{f_{i_2}\} \succ_{w_j} \ldots \succ_{w_j} \{f_{i_r}\}.$$

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

$$\{f_{i_1}\} \succ_{w_j} \{f_{i_2}\} \succ_{w_j} \ldots \succ_{w_j} \{f_{i_r}\}.$$

Definamos:

$$\phi : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}^{\mathsf{s}}$$

tal que $\phi(\mu) \equiv \left[\phi_\mu\right]$ y

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

$$\{f_{i_1}\} \succ_{w_j} \{f_{i_2}\} \succ_{w_j} \ldots \succ_{w_j} \{f_{i_r}\}.$$

Definamos:

$$\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^{\mathsf{s}}$$

tal que $\phi(\mu) \equiv \left[\phi_\mu\right]$ y

$$\left[\phi_\mu\right](w_j^t) \quad = \quad f_{i_t} \text{ si } f_{i_t} \in \mu(w_j)$$

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

$$\{f_{i_1}\} \succ_{w_j} \{f_{i_2}\} \succ_{w_j} \ldots \succ_{w_j} \{f_{i_r}\}.$$

Definamos:

$$\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^{\mathsf{s}}$$

tal que $\phi(\mu) \equiv \left[\phi_\mu\right]$ y

$$\begin{aligned} \left[\phi_\mu\right](w_j^t) &= f_{i_t} \text{ si } f_{i_t} \in \mu(w_j) \\ \left[\phi_\mu\right](w_j^t) &= \emptyset \text{ si } i_r < t \leq s_j \end{aligned}$$

- Sea $\mu \in \mathcal{M}$ y $w_j \in W$, tal que $\mu(w_j) = \{f_{i_1}, f_{i_2}, \ldots, f_{i_r}\}$ con $i_r \leq s_j$ y

$$\{f_{i_1}\} \succ_{w_j} \{f_{i_2}\} \succ_{w_j} \ldots \succ_{w_j} \{f_{i_r}\}.$$

Definamos:

$$\phi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^s$$

tal que $\phi(\mu) \equiv \left[\phi_\mu\right]$ y

$$\begin{aligned} \left[\phi_\mu\right](w_j^t) &= f_{i_t} \text{ si } f_{i_t} \in \mu(w_j) \\ \left[\phi_\mu\right](w_j^t) &= \emptyset \text{ si } i_r < t \leq s_j \end{aligned}$$

$$\left[\phi_\mu\right](f_i) = \left\{w_j^t : \left[\phi_\mu\right](w_j^t) = f_i\right\}.$$

# Conexión entre los modelos

## Resultado principal

### Teorema (1)

*Una asignación* $\mu$ *en el modelo muchos-a-muchos,* $\mathbf{M}$*, es estable si y solo si, la correspondiente asignación* $\phi(\mu)$ *en el modelo relativo muchos-a-uno,* $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$*, es estable.*

## Teorema (1)

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos,* **M**, *es estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno,* $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$, *es estable. Es decir, la restricción estable $\phi_S : S(\mathcal{M}) \rightarrow S(\mathcal{M}^{\mathbf{s}})$ derivada de la aplicación $\phi$ es biyectiva.*

## Teorema (1)

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos, **M**, es estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno, $\mathbf{M^s}$, es estable. Es decir, la restricción estable $\phi_S : S(\mathcal{M}) \to S(\mathcal{M}^s)$ derivada de la aplicación $\phi$ es biyectiva.*

- *La relación de preferencia $\succ_f$ de la firma $f$ satisface* **sustituibilidad** *si para cualquier conjunto $S \subset W$ que contiene trabajadores $w, w'$ $(w \neq w')$, si $w \in Ch(S, \succ_f)$ entonces $w \in Ch(S \setminus \{w'\}, \succ_f)$.*

### Teorema (1)

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos, **M**, es estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno, $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$, es estable. Es decir, la restricción estable $\phi_S : S(\mathcal{M}) \to S(\mathcal{M}^{\mathbf{s}})$ derivada de la aplicación $\phi$ es biyectiva.*

- *La relación de preferencia $\succ_f$ de la firma $f$ satisface* **sustituibilidad** *si para cualquier conjunto $S \subset W$ que contiene trabajadores $w$, $w'$ $(w \neq w')$, si $w \in Ch(S, \succ_f)$ entonces $w \in Ch(S \setminus \{w'\}, \succ_f)$.*

## Teorema (1)

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos,* **M***, es estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno,* $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$*, es estable. Es decir, la restricción estable $\phi_S : S(\mathcal{M}) \rightarrow S(\mathcal{M}^{\mathsf{s}})$ derivada de la aplicación $\phi$ es biyectiva.*

- *La relación de preferencia $\succ_f$ de la firma $f$ satisface* **sustituibilidad** *si para cualquier conjunto $S \subset W$ que contiene trabajadores $w, w'$ $(w \neq w')$, si $w \in Ch(S, \succ_f)$ entonces $w \in Ch(S \setminus \{w'\}, \succ_f)$.*

## Teorema (2)

*Vía la aplicación $\phi_S$, el conjunto de asignaciones estables en el mercado muchos-a-muchos tal que las firmas tienen preferencias sustituibles y los trabajadores preferencias responsivas con cuota, $S(\mathcal{M})$, es no vacío.*

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos define *setwise estabilidad*:

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos define *setwise estabilidad*:
  - es el conjunto de asignaciones IR que no pueden ser bloqueadas por una coalición que forma nuevas asignaciones solo entre sus miembros, pero puede preservar alguna de sus asignaciones de agentes fuera de la coalición.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos define *setwise estabilidad*:
    - es el conjunto de asignaciones IR que no pueden ser bloqueadas por una coalición que forma nuevas asignaciones solo entre sus miembros, pero puede preservar alguna de sus asignaciones de agentes fuera de la coalición.
- Sotomayor (1999) prueba que este nuevo concepto de estabilidad es estríctamente más fuerte que el concepto de *estabilidad de a pares* y *core débil*.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos define *setwise estabilidad*:
  - es el conjunto de asignaciones IR que no pueden ser bloqueadas por una coalición que forma nuevas asignaciones solo entre sus miembros, pero puede preservar alguna de sus asignaciones de agentes fuera de la coalición.
- Sotomayor (1999) prueba que este nuevo concepto de estabilidad es estríctamente más fuerte que el concepto de *estabilidad de a pares* y *core débil*.
  - Muestra esto dando un ejemplo de un caso donde existe una asignación la cual es *estable por pares* y está en el *core débil* pero no es *estable setwise*.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos define *setwise estabilidad*:
    - es el conjunto de asignaciones IR que no pueden ser bloqueadas por una coalición que forma nuevas asignaciones solo entre sus miembros, pero puede preservar alguna de sus asignaciones de agentes fuera de la coalición.
- Sotomayor (1999) prueba que este nuevo concepto de estabilidad es estríctamente más fuerte que el concepto de *estabilidad de a pares* y *core débil*.
    - Muestra esto dando un ejemplo de un caso donde existe una asignación la cual es *estable por pares* y está en el *core débil* pero no es *estable setwise*.
    - En los modelos de asignación muchos-a-uno y uno-a-uno se cumple que $SW(P) = S(P) = C_w(P)$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
  - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias $\mathbf{s}$-*responsivo* sobre $2^F$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
    - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
    - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.

# El conjunto setwise estable

## Motivación

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
  - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.
  (ii) $\mu'(a) \backslash \mu(a) \subseteq F' \cup W'$ para todo $a \in F' \cup W'$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
  - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.
  (ii) $\mu'(a) \backslash \mu(a) \subseteq F' \cup W'$ para todo $a \in F' \cup W'$.
  (iii) $\mu'(a) \succ_a \mu(a)$ para todo $a \in F' \cup W'$.

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
  - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.
  (ii) $\mu'(a) \backslash \mu(a) \subseteq F' \cup W'$ para todo $a \in F' \cup W'$.
  (iii) $\mu'(a) \succ_a \mu(a)$ para todo $a \in F' \cup W'$.
  (iv) $\mu'(a) = Ch(\mu'(a), \succ_a)$ para todo $a \in F' \cup W'$.

# El conjunto setwise estable

## Motivación

- Sotomayor (1999) en un modelo de asignación muchos-a-muchos propone encontrar una condición suficiente para la existencia de asignaciones *setwise estable.*
- Nuestro objetivo es responder a lo propuesto por Sotomayor (1999) utilizando la función $\phi_S$.
- Sea $\mathbf{M} = (F, W, \mathbf{s}, \succ)$ un modelo de asignación muchos-a-muchos
  - $(\succ_w)_{w \in W}$ un perfil de preferencias **s**-*responsivo* sobre $2^F$.
- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está **setwise bloqueada,** si exite una tripleta $(W', F', \mu')$, donde $F' \subseteq F$, $W' \subseteq W$, y $\mu' \in \mathcal{M}$ tal que:
  (i) $F' \cup W' \neq \emptyset$.
  (ii) $\mu'(a) \backslash \mu(a) \subseteq F' \cup W'$ para todo $a \in F' \cup W'$.
  (iii) $\mu'(a) \succ_a \mu(a)$ para todo $a \in F' \cup W'$.
  (iv) $\mu'(a) = Ch(\mu'(a), \succ_a)$ para todo $a \in F' \cup W'$.

- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está en el **conjunto setwise estable** si $\mu$ es individualmente racional, y no está bloqueada setwise, denotada por $SW(\mathcal{M})$.

# El conjunto setwise estable

- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está en el **conjunto setwise estable** si $\mu$ es individualmente racional, y no está bloqueada setwise, denotada por $SW(\mathcal{M})$.

# El conjunto setwise estable

- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está en el **conjunto setwise estable** si $\mu$ es individualmente racional, y no está bloqueada setwise, denotada por $SW(\mathcal{M})$.

**Teorema (3)**

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos, $\mathbf{M}$, está en el conjunto setwise estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi_S(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno, $\mathbf{M}^{\mathbf{s}}$, está en el conjunto setwise estable.*

# El conjunto setwise estable

- Una asignación $\mu \in \mathcal{M}$ está en el **conjunto setwise estable** si $\mu$ es individualmente racional, y no está bloqueada setwise, denotada por $SW(\mathcal{M})$.

### Teorema (3)

*Una asignación $\mu$ en el modelo muchos-a-muchos, $\mathbf{M}$, está en el conjunto setwise estable si y solo si, la correspondiente asignación $\phi_S(\mu)$ en el modelo relativo muchos-a-uno, $\mathbf{M^s}$, está en el conjunto setwise estable.*

### Corolario

*Si $\mathbf{M}$, es tal que las preferencias de las firmas satisfacen sustituibilad y las preferencias de los trabajadores son responsivas con cuota, entonces $SW(\mathcal{M}) = S(\mathcal{M})$. Por lo tanto, $SW(\mathcal{M})$ es no vacío.*

¡MUCHAS GRACIAS!

# Bbliografía

1. Birkhoff, G. (1948), "Latice Theory", *American Mathematical Society*, New York City.
2. Blair, C. (1988), "The Lattice Structure of The set of Stable Matchings with Multiple Partners", *Mathematics of Operations Research*, **13**, 619-628.
3. Gale, D. y Sotomayor, M. (1985), "Some Remarks on the Stable Marriage Problem", *Discrete Appl. Math*, **11**, 223-232.
4. Martinez, R, Massó, J., Neme, A. y Oviedo, J. (2000), "Single Agents and the Set of Many-to-One Stable Matchings", *J. Economic Theory*, **91**,91-105.

# Bibliografía


5. Roth, A. (1985), “Conflict and Coincidence of Interest in Job Matching: Some New Results and Open Questions ”, *Mathematics Of Operations Research*, **10**, 379-389.
6. Roth, A. (1985a) “The College Admissions Problem is not Equivalent to the Marriage Problem”, *Journal of Economic Theory*, **36**, 277–288
7. Roth, A. y Sotomayor, M. (1990), Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis. Vol. 18 de *Econometric Society Monographs*. Cambridge University Press, Cambridge England.
8. Sotomayor, M. (1999), “Three Remarks on the Many-to-Many Stable Matching Problem ”, *Mathematical Social Sciences*, **38**, 55-70.