5. Comunicaciones: Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad

Parabolic equations in oscillating thin domains

Expositor: Marcone Correa Pereira (Universidade de São Paulo, marcone@ime.usp.br)
Autor/es: Marcone Correa Pereira (Universidade de São Paulo, marcone@ime.usp.br)

In this talk we discuss some recent results about the asymptotic behavior of the solutions of a family of semilinear elliptic problems with homogeneous Neumann boundary condition defined in a 2-dimensional bounded set which degenerates to the unit interval as a positive parameter ϵ goes to zero. Here we also allow that upper and lower boundaries from this singular region present highly oscillatory behavior with different orders and variable profile.

Combining results from linear homogenization theory and nonlinear analyzes we get the limit problem dependence with respect to the geometry of the thin domain and its oscillating boundary also studying the upper and lower semicontinuity of the solutions at $\epsilon = 0$.

SOLUTIONS FOR A QUASILINEAR ELLIPTIC SINGULAR GELFAND TYPE PROBLEM

Expositor: Alexis Molino Salas (Universidad de Granada (Spain), amolino@ugr.es)
Autor/es: Alexis Molino Salas (Universidad de Granada (Spain), amolino@ugr.es)

In this communication, we study the existence of positive solutions for the quasilinear elliptic singular problem

$$\begin{cases} -\Delta u + c\,\frac{|\nabla u|^2}{u^\gamma} = \lambda\, f(u)\,, & \text{in } \Omega, \\ u = 0\,, & \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$$

where $c, \lambda > 0$, $\gamma \in (0,1)$, f is strictly increasing and derivable in $[0,\infty)$ with $f(0) > 0$. We show that there exists $\lambda^* > 0$ such that $(0, \lambda^*]$ is the maximal set of values such there exists solution. Moreover, we prove that for $\lambda < \lambda^*$ they are minimal and bounded. We give sufficient conditions for existence and regularity of solutions for $\lambda = \lambda^*$.

La ecuación F-KPP y un sistema de partículas brownianas con selección

Expositor: Julian Martinez (IMAS-UBA, julianfm7@gmail.com)
Autor/es: Julian Martinez (IMAS-UBA, julianfm7@gmail.com); Pablo Groisman (UBA-DM, pgroisma@dm.uba.ar); Matthieu Jonckheere (UBA-Insituto del Cálculo, mjonckhe@dm.uba.ar)

La ecuación F-KPP fue introducida en 1937 con el fin de modelizar la evolución de un gen ventajoso. Dicha ecuación tiene la peculiaridad de admitir infinitas soluciones del tipo onda viajera pero, sólo una de ellas tiene sentido físico (velocidad minimal). En este trabajo consideramos un sistema de N brownianos con una regla de interacción. Para este sistema probamos que la distribución acumulada empírica asociada a este proceso converge a la solución de la ecuación F-KPP. Adicionalmente, probamos que para cada N la nube de partículas tiene una velocidad y el límite cuando N tiende a infinito de dichas velocidades resulta ser la velocidad minimal. Dicho fenómeno es denominado como un ”principio de selección”.

Trabajo conjunto con Pablo Groisman y Matthieu Jonckheere.

Un resultado de $H-$convergencia para operadores tipo elípticos fraccionarios

Expositor: Julián Fernández Bonder (IMAS y DM-FCEN-UBA, jfbonder@dm.uba.ar)
Autor/es: Julián Fernández Bonder (IMAS y DM-FCEN-UBA, jfbonder@dm.uba.ar); Ariel Salort (IMAS y DM-FCEN-UBA, asalort@dm.uba.ar); Antonella Ritorto (IMAS y DM-FCEN-UBA, aritorto@dm.uba.ar)

En esta charla mostraré como obtener un resultado de compacidad en el sentido de la $H-$convergencia para una familia de operadores monótonos no lineales de tipo fraccionario utilizando el método de Tartar de las funciones test oscilantes. Para eso debemos extender el llamado "div-curl lemma" al contexto fraccionario.

Asymptotic direction for random walks in mixing random environments.

Expositor: Enrique Guerra (Pontificia Universidad Catolica de Chile, eaguerra@mat.puc.cl)
Autor/es: Enrique Guerra (Pontificia Universidad Catolica de Chile, eaguerra@mat.puc.cl)

A d-dimensional random walk in a random environment is a Markov chain with state space $\mathbb{Z}^d$ and transition probabilities to nearest neighbors at each site of $\mathbb{Z}^d$ which are random. The collection of transitions at each site of $\mathbb{Z}^d$ is what we call the environment. When the environment has a product law (iid random environment), and the transition probabilities are larger than a constant it is conjectured that

If $\lim X_n \cdot l = \infty$ for some directions $l \in \mathbb{S}^{d-1}$ in an open set,
then there exists a deterministic $v \in \mathbb{R}^d - \{0\}$ such that

$$\lim \frac{X_n}{n} \to v.$$

In this framework an intermediate problem has been solved by Simenhaus, showing that if the first condition of the conjecture holds, then there exist a non zero $\hat{v}$ such that

$$\lim \frac{X_n}{X_n} \to \hat{v},$$

and we call $\hat{v}$ an asymptotic direction. On the other hand, when the environment is not iid but satisfies a mixing condition introduced by F. Comets and O. Zeitouni, in general the ballisticity conjecture is not true and also the proof of Simenhaus breaks down.
In this talk, we will describe sufficient conditions in order to have asymptotic direction for environments satisfying the mixing condition of Comets and Zeitouni.

This is a joint work with Alejandro Ramírez.

El Teorema de Kesten-Stigum en L^2 para el proceso BAMBD

Expositor: Santiago Saglietti (PUC, sasaglietti@mat.uc.cl)
Autor/es: Santiago Saglietti (PUC, sasaglietti@mat.uc.cl); Matthieu Jonckheere (UBA, mjonckhe@dm.uba.ar)

En esta charla discutiremos la validez de una versión en L^2 del teorema de Kesten-Stigum para un movimiento Browniano ramificante con drift (branching brownian motion with drift) en $\mathbb{R}_+$ aniquilado en el orígen. Aunque se cree (sin una demostración, por el momento) que dicho teorema vale en el sentido de convergencia casi-segura siempre que el proceso de ramificación sea supercrítico, mostraremos que para la versión en L^2 este no es el caso y que es necesario imponer una condición más fuerte para que valga (un hecho que no ocurre para otros modelos).

Unicidad y estabilidad de soluciones de ecuaciones parabólicas singulares en grupos de Carnot

Expositor: Pablo Ochoa (UNCuyo-UNSL-CONICET, ochopablo@gmail.com)
Autor/es: Pablo Ochoa (UNCuyo-UNSL-CONICET, ochopablo@gmail.com)

En esta charla, comenzaremos introduciendo las ecuaciones diferenciales singulares definidas en grupos de Carnot que serán objeto de nuestro estudio. En primer lugar, formularemos un principio de comparación para soluciones viscosas simétricas con respecto a una hiper-superficie dada. Este principio de comparación nos permitirá obtener un resultado de unicidad para problemas con valores iniciales y de frontera. Ejemplos de aplicación también serán dados en la exposición. Finalmente, se enunciará un resultado de estabilidad de soluciones de las ecuaciones parabólicas singulares consideradas.

Medidas de Gibbs en el espacio de permutaciones de $\mathbb{Z}^d$ con multiplicidades aleatorias

Expositor: Nicolás Frevenza (Universidad de Buenos Aires - CONICET, nfrevenza@gmail.com)
Autor/es: Nicolás Frevenza (Universidad de Buenos Aires - CONICET, nfrevenza@gmail.com)

Sean $\{\theta(x)\}_{x\in\mathbb{Z}^d}$ i.i.d. Poisson de media ρ. Fija una realización θ se define el siguiente conjunto de puntos:

$$\Omega_\theta = \{s = (x, i),\, 0 \leq i \leq \theta(x),\, x \in \mathbb{Z}^d\},$$

es decir que $\theta(x)$ indica la cantidad de puntos que se ubican en el lugar x.

Luego se consideran las especificaciones del formalismo termodinámico de Gibbs sobre el espacio de permutaciones Ω_θ asociadas al Hamiltoniano

$$H(\sigma) := \sum_{s:\, X(s)\in\Lambda} \|X(\sigma(s)) - X(s)\|^2,$$

donde $X(s)$ es la proyección de s en $\mathbb{Z}^d$. El primer problema que surge es sobre la existencia de medidas de Gibbs para casi toda realización de las variables aleatorias $\{\theta(x)\}_{x\in\mathbb{Z}^d}$. Probada la existencia es interesante determinar algunas propiedades de estas medidas de Gibbs y dar una descripción detallada de éstas. Por ejemplo, si concentran en permutaciones cuya descomposición en ciclos contiene sólo ciclos finitos, o si por el contrario, con probabilidad positiva hay ciclos infinitos.

Nuestro resultado consiste en que, si $\rho \in (0, 1/2)$, se puede elegir la temperatura α suficientemente grande (dependiendo sólo de d y ρ), de forma que para casi toda realización de las variables $\{\theta(x)\}$ existe una medida de Gibbs μ_θ. Además, μ_θ es la única medida de Gibbs que concentra su masa en permutaciones cuya descomposición en ciclos sólo contiene ciclos finitos y puede obtenerse como límite débil de las especificaciones.

Para $d = 1$ Biskup y Richthammer probaron en [3], la existencia de medidas de Gibbs cuando el conjunto de puntos es $\mathbb{Z}$ o la realización de un proceso puntual ergódico sobre $\mathbb{R}$ y brindaron una descripción completa y detallada de las medidas de Gibbs para cualquier valor de la temperatura $\alpha \geq 0$. A su vez permiten un potencial más general en el Hamiltoniano que abarca los casos $|\cdot|^p$ con $p > 1$. Trabajos relacionados con esta temática cuando el conjunto de puntos es $\mathbb{Z}^d$ pueden encontrarse en [4, 2, 1].

Es un trabajo en conjunto con I. Armendáriz y P.A. Ferrari.

Referencias

[1] Armendáriz, Inés and Ferrari, Pablo A. and Groisman, Pablo and Leonardi, Florencia , *Finite cycle Gibbs measures on permutations of Z^d* , J. Stat. Phys. 2015.

[2] Betz, Volker and Ueltschi, Daniel, *Spatial random permutations and infinite cycles*, Comm. Math. Phys. 2009.

[3] Biskup, Marek and Richthammer, Thomas, *Gibbs measures on permutations over one-dimensional discrete point sets*, Ann. Appl. Probab. 2015.

[4] Gandolfo, Daniel and Ruiz, Jean and Ueltschi, Daniel, *On a model of random cycles*, J. Stat. Phys. 2007.

Gravitation versus Brownian motion

Expositor: Mauricio Duarte (Universidad Andres Bello, mauricio.duarte@unab.cl)
Autor/es: Sayan Banerjee (University of North Carolina, sayan.banerjee20@gmail.com); Krzysztof Burdzy (University of Washington, burdzy@math.washington.edu); Mauricio Duarte (Universidad Andres Bello, mauricio.duarte@unab.cl)

We investigate the motion of an inert (massive) particle being impinged from below by a particle performing (reflected) Brownian motion. The velocity of the inert particle increases in proportion to the local time of collisions and decreases according to a constant downward gravitational acceleration. We study fluctuations and strong laws of the motion of the particles. We further show that the joint distribution of the velocity of the inert particle and the gap between the two particles converges in total variation distance to a stationary distribution which has an explicit product form.

Fully nonlinear elliptic equations of degenerate/singular type with strong absorption condition

Expositor: João Vitor Da Silva (Universidad de Buenos Aires, jdasilva@dm.uba.ar)
Autor/es: João Vitor Da Silva (Universidad de Buenos Aires, jdasilva@dm.uba.ar); Gleydson C. Ricarte (Universidade Federal do Ceará, ricarte@mat.ufc.br); Raimundo A. Leitão (Universidade Federal do Ceará, rleitao@mat.ufc.br)

In this Lecture we present regularity estimates for problems driven by fully nonlinear elliptic operators of degenerate/singular type with strong absorption condition of the form:

$$F(x, Du, D^2u) = f(u) \quad \text{in} \quad \Omega \subset \mathbb{R}^n. \tag{19}$$

The map $u \mapsto f(u)$ fails to be Lipschitz continuous at the origin, hence solutions may create *dead cores*, that is, subsets where a given nonnegative solution vanishes identically. We establish improved C^{τ} regularity along the set $\mathfrak{F}_0(u) = \partial\{u > 0\}$ (The Free Boundary). The sharp value of $\tau \geq 1 + \varepsilon_F$ is obtained explicitly, depending only on structural parameters. Non-degeneracy and other measure-theoretic properties of the free boundary are also obtained. We also show Liouville type results for entire solutions with controlled growth at infinity. Such results are new even for dead-core problems driven by equations of type

$$|Du|^{\gamma}\Delta u = u_+^{\mu}(x) \quad \text{in} \quad B_1 \subset \mathbb{R}^n,$$

for certain constants $0 \leq \mu < \gamma + 1$ and $\gamma > -1$.

Non-intersecting Brownian motions and the Laguerre Orthogonal Ensemble

Expositor: Gia Bao Nguyen (Universidad de Chile, bnguyen@dim.uchile.cl)
Autor/es: Gia Bao Nguyen (Universidad de Chile, bnguyen@dim.uchile.cl); Daniel Remenik (Universidad de Chile, dremenik@dim.uchile.cl)

Consider a system of N non-intersecting Brownian bridges over a unit time interval. The Airy$_2$ process is defined as the motion of the top path (suitably rescaled) in the large N limit. K. Johansson proved the remarkable fact that the supremum of the Airy$_2$ process minus a parabola has the Tracy-Widom GOE distribution from random matrix theory. In this talk, I will present a result which shows that the squared maximal height of the top path in the case of finite N is distributed as the top eigenvalue of a random matrix drawn from the Laguerre Orthogonal Ensemble. This result can be thought of as a discrete version of Johansson's result, and provides an explanation of how the Tracy-Widom GOE distribution arises in the KPZ universality class. I will also discuss a result about the location of the maximal height, as well as related results for other models.

Higher order elliptic equations in half space

Expositor: Federico Tournier (IAM-UNLP, fedeleti@aol.com)
Autor/es: Federico Tournier (IAM-UNLP, fedeleti@aol.com); Maria Amelia Muschietti (UNLP, mariam@mate.unlp.edu.ar)

We consider elliptic equations of the form $\sum_{|\alpha|\leq 2m} a_\alpha(x) D^\alpha u(x)$, where the characteristic polynomial $p(x,\xi) = \sum_{|\alpha|\leq 2m} a_\alpha(x)(i\xi)^\alpha$ satisfies the strong ellipticity condition $|p(x,\xi)| \geq \lambda(1+|\xi|)^{2m}$, for all $x \in R^n$ and for all ξ We assume the functions $a_\alpha(x)$ are Holder continuous. We prove existence of solutions of the Dirichlet problem in the upper half space with m conditions on the boundary.

Contraparte probabilística de difusiones fraccionarias diádicas

Expositor: Federico Morana (IMAL, fmorana@santafe-conicet.gov.ar)
Autor/es: Federico Morana (IMAL, fmorana@santafe-conicet.gov.ar); Hugo Aimar (IMAL, haimar@santafe-conicet.gov.ar); Ivana Gómez (IMAL, ivanagomez@santafe-conicet.gov.ar)

El propósito de este trabajo es doble. En primer lugar obtener límites centrales para procesos de Markov asociados a núcleos (matrices) de Markov diádicos (sólo dependen de la distancia diádica). En segundo lugar construir un enfoque probabilístico para las difusiones diádicas fraccionarias consideradas en [AA]. Por simplicidad trabajaremos en $\mathbb{R}^+$ y con orden de diferenciación fraccionaria $s = 1/2$. La distancia diádica en $\mathbb{R}^+$ está dada por $\delta(x, y) = min\{|I| : x \in I, y \in I, I \in \mathscr{D}\}$ donde $\mathscr{D}$ es la familia de los intervalos diádicos de $\mathbb{R}^+$. Sea $\Phi = \{\varphi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}_0^+$ no crecientes tales que $\int_{\mathbb{R}^+} \varphi(\delta(x, y))\, dy = 1$ para todo x$\}$ y sea $\mathscr{K} = \{K = K(x, y) = \varphi \circ \delta(x, y) : \varphi \in \Phi\}$ la clase de los núcleos de Markov con perfiles $\varphi \in \Phi$. Dado n un número natural, denotamos con K^n el núcleo de Markov que se obtiene iterando K n veces; $K^n(x, y) = \int \cdots \int K(x, z_1)K(z_1, z_2) \dots K(z_{n-1}, y)\, dz_1 \dots dz_{n-1}$. Un subíndice entero en el núcleo K, K_m, consiste en la molificación de K dada por $K_m(x, y) = mK(mx, my)$ (que preserva la clase de núcleos cuando m es una potencia de 2). Una simple comparación con el caso usual del Teorema del Límite Central, en el que el núcleo está dado por la convolución n veces de la distribución de la variable aleatoria inicial, y atendiendo a que el orden de diferenciación es 1/2, sugiere que la sucesión adecuada para esperar un límite central sea $K_{4^j}^{2^j} = K_{(2^j)^2}^{2^j}$. Sea $\sigma > 0$. Sea $\Phi^{1/2}(\sigma) = \{\varphi \in \Phi : \lim_{j\to+\infty} 2^{\frac{3}{2}j}\varphi(2^j) = \sigma\}$. t tEl resultado principal se resume en el siguiente enunciado. Su prueba se basa en la teoría de wavelets de Haar, que constituyen las autofunciones para una teoría espectral de todos los operadores involucrados. t t t **Teorema:**

tt t A) Sean $\varphi \in \Phi^{1/2}(\sigma)$ y $K \in \mathscr{K}$ el núcleo asociado. Entonces, cuando j tiende a infinito, la sucesión de núcleos de Markov $K_{4^j}^{2^j}$ converge débilmente a un núcleo de Markov, que no depende del perfil $\varphi \in \Phi^{1/2}(\sigma)$, y denotamos por $K_\infty(x, y; \sigma)$, para registrar el parámetro ("varianza") σ del núcleo K original. tt t B) Con K_∞ como en (A) se tiene que para $f \in L^p(\mathbb{R}^+)$ $(1 < p < \infty)$ la función $u(x, t) = \int_{\mathbb{R}^+} K_\infty(x, y; (\frac{5}{2}\sqrt{2} - 2)t)f(y)\, dy$ resuelve el problema de valor inicial tt

$$\begin{cases} tt\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = D_x^{1/2}u(x, t) & \text{si } \ x > 0 \text{ y } t > 0, \\ ttu(x, 0) = f(x) & \text{si } \ x > 0, tt \end{cases} tt$$

ttdonde $D_x^{1/2}g(x) = \int_{\mathbb{R}^+} \frac{g(x)-g(y)}{\delta(x,y)^{3/2}}\, dy$, y el valor inicial $f(x)$ se verifica puntualmente en c.t.p. t t t*Referencias:* t t[AA] M. Actis, H. Aimar, "Dyadic non local diffusion in metric measure spaces". Fract. Calc. Appl. Anal., vol. 18, nº 3, p. 762-788, 2015.

Principal eigenvalues of fully nonlinear integro-differential elliptic equations with a drift term

Expositor: Ariel Salort (Universidad de Buenos Aires, asalort@dm.uba.ar)
Autor/es: Alexander Quaas (Universidad Técnica Federico Santa María, alexander.quaas@usm.cl); Ariel Salort (Universidad de Buenos Aires, asalort@dm.uba.ar); Aliang Xia (Jiangxi Normal University, xiaaliang@126.com)

Estudiamos la existencia de autovalores principales de ecuaciones elípticas integrodiferenciales totalmente no lineales con un término de drift mediante el Teorema de Krein-Rutman, el cual se basa en la regularidad hasta la frontera de las soluciones viscosas. También mostramos la simplicidad de las autofunciones en el sentido viscoso mediante una versión no local de las estimaciones ABP.

Un problema de minimización inhomogéneo para el $p(x)$-Laplaciano

Expositor: Claudia Lederman (IMAS-CONICET y Dto. de Matematica, FCEN-UBA , clederma@dm.uba.ar)
Autor/es: Claudia Lederman (IMAS-CONICET y Dto. de Matematica, FCEN-UBA , clederma@dm.uba.ar); Noemi Wolanski (IMAS-CONICET y Dto. de Matematica, FCEN-UBA, wolanski@dm.uba.ar)

Presentaremos resultados que obtuvimos sobre el problema de minimización del funcional $J_\varepsilon(v) = \displaystyle\int_\Omega \Big(\frac{|\nabla v|^{p_\varepsilon(x)}}{p_\varepsilon(x)} + B_\varepsilon(v) + f^\varepsilon v\Big)\,dx$, donde $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $B_\varepsilon(s) = \int_0^s \beta_\varepsilon(\tau)\,d\tau$, $\varepsilon > 0$, $\beta_\varepsilon(s) = \frac{1}{\varepsilon}\beta(\frac{s}{\varepsilon})$, con β una función Lipschitz satisfaciendo $\beta > 0$ en $(0,1)$, $\beta \equiv 0$ fuera de $(0,1)$.

Probamos que si u^ε son minimizantes locales no negativos, entonces son soluciones de

$$\Delta_{p_\varepsilon(x)} u^\varepsilon := \mathrm{div}(|\nabla u^\varepsilon(x)|^{p_\varepsilon(x)-2}\nabla u^\varepsilon) = \beta_\varepsilon(u^\varepsilon) + f^\varepsilon, \quad u^\varepsilon \geq 0. \tag{20}$$

Además, si las funciones u^ε, f^ε y p_ε están uniformemente acotadas, probamos que las funciones límite u ($\varepsilon \to 0$) son soluciones del problema de frontera libre inhomogéneo para el $p(x)$-Laplaciano: $u \geq 0$ y

$$\begin{cases} \Delta_{p(x)} u = f & \text{en } \{u > 0\} \\ u = 0,\ |\nabla u| = \lambda^*(x) & \text{sobre } \partial\{u > 0\} \end{cases}$$

con $\lambda^*(x) = \Big(\frac{p(x)}{p(x)-1}\,M\Big)^{1/p(x)}$, $M = \int \beta(s)\,ds$, $p = \lim p_\varepsilon$, $f = \lim f^\varepsilon$, y que la frontera libre $\partial\{u > 0\}$ es una superficie $C^{1,\alpha}$ con excepción de un subconjunto de medida $\mathcal{H}^{N-1}$ nula. Ver [3, 4, 5].

Cuando $p_\varepsilon(x) \equiv 2$ y $f^\varepsilon \equiv 0$, el problema (1) aparece en la teoría de combustión para describir la propagación de llamas de deflagración (ver [1, 2]). El caso inhomogéneo, $f^\varepsilon \not\equiv 0$, permite considerar modelos de combustión más generales con difusión no local y/o transporte. El caso $p_\varepsilon(x) \not\equiv 2$ permite admitir efectos electromagnéticos.

Referencias

[1] H. Berestycki, L.A. Caffarelli, L. Nirenberg, *Uniform estimates for regularization of free boundary problems*, Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, vol. 122, Marcel Dekker, New York, 1990, 567–619.
[2] L.A. Caffarelli, C. Lederman, N. Wolanski, *Uniform estimates and limits for a two phase parabolic singular perturbation problem*, Indiana Univ. Math. J. 46 (2) (1997), 453–490.
[3] C. Lederman, N. Wolanski, *An inhomogeneous singular perturbation problem for the $p(x)$-Laplacian*, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications 138 (2016), 300–325.
[4] C. Lederman, N. Wolanski, *Weak solutions and regularity of the interface in an inhomogeneous free boundary problem for the $p(x)$-Laplacian*, preprint.
[5] C. Lederman, N. Wolanski, *On inhomogeneous minimization problems for the $p(x)$-Laplacian*, preprint.

Principios de comparación para soluciones viscosas en el grupo de Heisenberg

Expositor: Julio Alejo Ruiz (Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, julioalejoruiz@gmail.com)

Autor/es: Julio Alejo Ruiz (Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, julioalejoruiz@gmail.com); Pablo Ochoa (Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, ochopablo@gmail.com)

Consideremos la siguiente ecuación diferencial en el grupo de Heisenberg $\mathcal{H}$

$$tr(A(p)(D^2u)^*) + \langle b(p), Du\rangle - f(p) = 0, \tag{1}$$

en donde $A(p)$ es un campo de matrices simétricas 2×2 y $b(p) \in \mathbb{R}^3$.

Las soluciones viscosas (ver [1] y [2]) surgen naturalmente en diversos problemas entre ellos en el estudio de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman. En [3] se estudia un caso particular de (1) (A constante) logrando establecer tanto unicidad y existencia.

En esta charla mostraremos un principio de comparación para el caso de A no constante y además, comentaremos sobre la existencia de soluciones.

Referencias

[1] Crandall, M. G. Viscosity solutions: a primer. In *Viscosity solutions and applications.* Springer, 1997, pp. 1-43.

[2] Crandall, M. G., Ishii, H., and Lions, P.-L. User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. *Bulletin of the American Mathematical Society 27*, 1 (1992), 1-67.

[3] Ochoa, P. Approximation schemes for non-linear second order equations on the Heisenberg group. *Communications on Pure & Applied Analysis 14*, 5 (2015).

Un teorema de Lipschitz-Picard fraccionario para ecuaciones diferenciales sobre un espacio de Banach y sus aplicaciones

Expositor: Demian Goos (CONICET-FCEIA-UNR, demian@fceia.unr.edu.ar)
Autor/es: Demian Goos (CONICET-FCEIA-UNR, demian@fceia.unr.edu.ar); Eduardo Santillan Marcus (FCEIA-UNR, edus@fceia.unr.edu.ar)

Se presenta un teorema del tipo Lipschitz–Picard para problemas de Cauchy con ecuaciones diferenciales ordinarias en la cual intervienen derivadas fraccionarias de orden $\alpha \in (0, 1)$. Se considera la definición de derivada fraccionaria propuesta por Caputo, la cual ha resultado adaptarse con mayor precisión a fenómenos físicos.
Se recuperan resultados clásicos para el caso límite $\alpha \to 1$ y se presentan diferentes aplicaciones del resultado, entre ellas su utilidad en la prueba de existencia y unicidad en problemas de evolución en derivadas parciales.

Referencias

[1] R. Gorenflo, Y. Luchko, P. Zrabejko, *On Solvability of Linear Fractional Differential Equations in Banach Spaces*, Frac. Calc. and Appl. Anal., Vol. 2 No. 2, 1999
[2] M. Benchohra, J. Graef, F. Mostefai, *Weak Solutions for Nonlinear Fractional Differential Equations on Reflexive Banach Spaces*, Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, Vol. 2010 No. 54, 2010

Ecuaciones en derivadas parciales parab'olicas como problema inverso de momentos

Expositor: María Beatriz Pintarelli (Facultad de Ingeniería - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, mariabpintarelli@gmail.com)

Autor/es: María Beatriz Pintarelli (Facultad de Ingeniería - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, mariabpintarelli@gmail.com)

Consideramos ecuaciones en derivadas parciales parabólicas

$$w_t - (w_x)_x = r(x,t)$$

bajo las condiciones

$$w_x(a_1,t) = k_1(t) \quad w_x(b_1,t) = k_2(t) \quad w(x,a_2) = h_1(t) \quad w(x,b_2) = h_2(t)$$

sobre una región $E = (a_1,b_1) \times (a_2,b_2)$ con $a_1 = 0$. Veremos que podemos escribir la ecuación en derivadas parciales como una ecuación integral de Fredholm de primera clase y resolver esta última con las técnicas de problema inverso de momentos. Encontraremos una solución aproximada y cotas para el error de la solución estimada usando la técnicas de problema de momentos. También consideramos el problema inverso de Stefan unidimensional en una fase.

Las ecuaciones en derivadas parciales parabólicas $w_\xi - (w_\tau)_\tau = r(\tau,\xi)$ sobre una región $E = (0,b_1) \times (a_2,b_2)$ pueden ser escritas como una ecuacuión integral de Fredholm de primera clase de la forma:$\int_0^{b_1}\int_{a_2}^{b_2} w(\tau,\xi)K(x,t,\tau,\xi)d\tau d\xi = \varphi(x,t)$ con $K(x,t,\tau,\xi) = e^{-t\xi}cos\left(\frac{x\pi}{b_1}\tau\right) \quad x\epsilon N$ y $\varphi(x,t)$ conocida.

Si $w(\tau,\xi) \in L^2(E)$, entonces esta ecuación integral de Fredholm de primera clase puede ser transformada en un problema de momentos generalizado bidimensional Como las funciones $\{K_{ij}(\tau,\xi)\}_{ij}$ son linealmente independientes entonces el problema de momentos generalizado puede ser resuelto numéricamente considerando el correspondiente problema de momentos finito.

Tambíen estudiamos el problema inverso de Stefan, que consiste en hallar $w_\tau(0,\xi)$ siendo $w(\tau,\xi)$ desconocida y tal que se cumplen las siguientes condiciones

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \qquad \text{en} \qquad \{(\tau,\xi); \qquad 0 < \tau < s(\xi); \qquad \xi > 0\}$$

$$-\frac{\partial w}{\partial \tau}(0,\xi) = f(\xi) \qquad w(s(\xi),\xi) = 0 \qquad \frac{ds}{d\xi} = -\frac{\partial w}{\partial \tau}(s(\xi),\xi) \quad \xi > 0$$

$$w(\tau,0) = w_0(\tau) \quad \tau \geq 0 \qquad s(0) = a$$

Veremos que es equivalente a resolver la ecuación integral

$$\int_0^\infty e^{-(t+1)\xi} w_\tau(0,\xi)d\xi =$$

$$\int_0^{s(0)} cos(\sqrt{-t-1}\tau)w(\tau,0)d\tau - \quad \int_0^\infty cos(\sqrt{-t-1}s(\xi))e^{-(t+1)\xi}s_\xi(\xi)d\xi = \varphi(t)$$

con $\varphi(t)$ conocida, la cual es equivalente al problema de momentos generalizado y puede ser resuelto numéricamente considerando el correspondiente problema de momentos finito.

El Modelo de la Glucólisis controlado por el Método de Pyragas

Expositor: Carlos Héctor Daniel Alliera (Departamento de Matemática - FCEyN (UBA), calliera@dm.uba.ar)
Autor/es: Carlos Héctor Daniel Alliera (Departamento de Matemática - FCEyN (UBA), calliera@dm.uba.ar)

La glucólisis es una forma anaeróbica que tienen los organismos para transformar los azúcares en energía. Se sabe que bajo ciertas condiciones el ciclo de la glucólisis puede tornarse caótico.

En esta presentación se analizará cómo estabilizar, mediante el método de control de K. Pyragas [4], las órbitas de una forma aperiódica del modelo de la glucólisis autónomo estudiado por Goldbeter y Decroly [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v - \sigma_1 f(x(t), y(t)), \\ \\ \dfrac{dy}{dt} = q_1\sigma_1 f(x(t), y(t)) - \sigma_2 g(y(t), z(t)), \\ \\ \dfrac{dz}{dt} = q_2\sigma_2 g(y(t), z(t)) - K_s z(t) \end{cases} \tag{21}$$

Donde x, y y z son las funciones periódicas soluciones del sistema (1) que nos proponemos analizar. Estas funciones representan las concentraciones normalizadas del sustrato S, el primer producto P_1 y el segundo producto P_2 respectivamente.
Las funciones $f,\ g : \mathbb{R}^2 \to [0, +\infty)$ son tipo Hill, continuas y acotadas.
Los parámetros $q_i > 0$ son cocientes de constantes de Michaelis y $\sigma_j > 0$ son los máximos de las enzimas del sistema. El sustrato ingresa a una tasa constante v.
El parámetro K_s representa la tasa de degradación del segundo producto.
Además, se analizará con Teoría de Grado Topológico una versión no autónoma de este modelo para la cual vamos a demostrar, bajo condiciones apropiadas, la existencia de soluciones periódicas mediante el uso de homotopías.

Referencias

1 Olivier Decroly, Albert Goldbeter, *Birhythmicity, chaos, and other patterns of temporal self-organization in a multiply regulated biochemical system*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 6917-6921, 1982.

2 A. Fourati, M. Feki, N. Derbel, *Stabilizing the unstable periodic orbits of a chaotic system using model independent adaptive time-delayed controller*, Nonlinear Dynamics 62, Edit Springer, 687-704, 2010.

3 L. Idels, P. Amster, *Existence theorems for some abstract nonlinear non-autonomous systems with delays*, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 19 (2014) 2974–2982.

4 Kestutis Pyragas, *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Physics Letters A, Elsevier Science Publishers, 421-428, 1992.

5 Li Yue Xian, Ding Da Fu, Xu Jing-Hua, *Chaos and other temporal self-organization patterns in coupled enzyme catalysed systems*, Commun. in Theor. Phys. (Beijing, China), Vol 3, No 5, 628-638, 1984.

Solución de similaridad para un problema de Stefan unidimensional a dos fases con zona pastosa y condición de frontera convectiva

Expositor: Andrea Ceretani (CONICET-Univ. Austral-UNR, aceretani@austral.edu.ar)
Autor/es: Andrea Ceretani (CONICET-Univ. Austral-UNR, aceretani@austral.edu.ar); Domingo A. Tarzia (CONICET-Univ. Austral, DTarzia@austral.edu.ar)

Consideramos un proceso de solidificación a dos fases iniciado a partir de la presencia de una temperatura constante en las inmediaciones de la frontera fija $x = 0$ de un material unidimensional semi-infinito. Modelamos el fenómeno físico que se desarrolla en la frontera a través de una condición convectiva (condición de Robin) y consideramos el modelo de Solomon, Wilson y Alexiades para representar a la interface entre las regiones sólida y líquida como una zona pastosa. Bajo una restricción para los datos del problema, obtenemos una solución de similaridad dependiente de un parámetro adimensional, el cual se define como la única solución de una ecuación trascendente. También analizamos la relación de este problema con el que se obtiene de reemplazar la condición convectiva por una condición de Dirichlet y establecemos cuándo ambos problemas son equivalentes. Además, obtenemos una cota para el coeficiente que caracteriza la frontera libre que separa la fase sólida de la zona pastosa cuando se considera una condición de Dirichlet en la frontera.

Solución explícita del problema de Stefan a dos fases con un calor latente dependiente de la posición y con una condición convectiva en el borde fijo utilizando funciones de Kummer.

Expositor: Julieta Bollati (Depto. Matemática - CONICET, FCE, Univ. Austral, JBollati@austral.edu.ar)
Autor/es: Julieta Bollati (Depto. Matemática - CONICET, FCE, Univ. Austral, JBollati@austral.edu.ar); Domingo A. Tarzia (Depto. Matemática - CONICET, FCE, Univ. Austral, DTarzia@austral.edu.ar)

En [2] se relacionan las soluciones explícitas para el problema clásico de Lamé-Clapeyron-Stefan a dos fases correspondientes a una condición de contorno de temperatura y convectiva. Motivados por este trabajo se estudia el problema de Lamé-Clapeyron-Stefan a dos fases, para un material con el calor latente de fusión que depende de una potencia de la posición. Se obtiene utilizando las funciones de Kummer una solución explícita siempre que el coeficiente que caracteriza la condición convectiva en el borde fijo verifica una cierta condición que se explicita generalizando los recientes trabajos [1,3,4,5].

Referencias

[1] N.N. Salva, D.A. Tarzia- Explicit solution for a Stefan problem with variable latent heat ans constant heat flux boundary conditions , J. Math. Anal. Appl. , 379 (2011), 240-244.

[2] D.A. Tarzia- Relationship between Neumann solutions for two phase Lamé-Clapeyron-Stefan problems with convective and temperature boundary conditions, Thermal Sci.(2016), In press.

[3] V.R. Voller, J.B. Swenson, C. Paola- An analytical solution for a Stefan problem with variable latent heat, Inst. J. Heat Mass Transfer., 47 (2004) 5387-5390.

[4] Y. Zhou, L.J. Xia- Exact solution for Stefan problem with general power-type latent heat using Kummer function , Inst. J. Heat Mass Transfer, 84 (2015) 114-118.

[5] Y. Zhou, Y.J. Wang, W. K. Bu- Exact solution for a Stefan problem with latent heat a power function of position, Int. J. Heat Mass Transfer, 69 (2014) 451-454.

Algunos resultados obtenidos acerca de un sistema con retardos variables, tipo Nicholson, para dos especies bajo interacción simbiótica con términos no lineales de recolección.

Expositor: Alberto Deboli (FCEyN UBA. Dpto de Matemática, adeboli@dm.uba.ar)
Autor/es: Alberto Deboli (FCEyN UBA. Dpto de Matemática, adeboli@dm.uba.ar); Pablo Amster (FCEyN UBA. Dpto de Matemática, pamster@dm.uba.ar)

En este trabajo se prueba, utilizando teoría del grado de coincidencia y bajo condiciones adecuadas, la existencia de al menos una solución T-periódica positiva para el siguiente sistema de dos ecuaciones diferenciales con retardos, tipo Nicholson, que modela el crecimiento poblacional de dos especies bajo interacción de tipo mutualista incluyendo la influencia de términos no lineales de recolección:

$$x_i'(t) = -\delta_i(t)x_i(t) + \beta_i(t)x_j(t) + p_i(t)f(x_{i,\tau_i}(t) - H_i(t, x_i(t)), \ t \geq 0 \tag{22}$$

donde las funciones $\delta_i, \beta_i, p_i, \tau_i \in C([0, +\infty), \mathbb{R}^+)$ son T-periodicas, $\tau_i^* : \text{máx}_{s\in[0,T]}\{\tau_i(s)\}$, $H_i \in C([0, +\infty) \times [0, +\infty), \mathbb{R}^+)$ es T-periodica en t y $H(0, x) = 0$ para todo $t \in [0, +\infty)$ e $i = 1, 2$. Además, para simplificar, $f(x) := xe^{-x}$, $x_{i,\tau_i}(t) := x_i(t-\tau_i(t))$ y si $i \in \{1, 2\}$ entonces denotamos con j al único elemento de $\{1, 2\} - \{i\}$.

Por otro lado, usando un esquema adecuado de iteración, también se prueba, bajo determinadas condiciones, que el equilibiro trivial es un atractor global para toda solución positiva del sistema 22 con valores iniciales $x_i(s) = \phi_i(s), \ \phi_i \in C([-\tau_i^*, 0], \mathbb{R}^+), \ i = 1, 2$.

Referencias

[1] Amster P., Déboli A. Existence of positive T-periodic solutions of a generalized Nicholson's blowflies model with a nonlinear harvesting term. Elsevier Editorial System(tm) for Applied Mathematics Letter. Vol 25 Issue 9 Septiembre 2012 pg. 1203/ 1207.

[2] Amster P., Déboli A. Necessary and Sufficient Conditions for the Existence of Periodic Solutions of a Nicholson Type Delay System. Differ Equ Dyn Syst DOI 10.1007/s12591-016-0285-y. 2016

[3] L. Berezansky, E. Braverman, L. Idels, Nicholson's blowflies differential equations revisited: Main results and open problems. Applied Mathematical Modelling 34 (6) 1405-17.

[4] Berezansky L., Idels L., L. Troib. Global dynamics of Nicholson-type delay sistema whit applications. Nonlinear Anal. Real Word Appl. 12 (2011) 436-445.

[5] Qiyuan Zhou. The positive periodic solution for Nicholson-type dely system whit linear harvesting terms. Applied Mathematical Modelling. 37 (2013) 5581-5590.

El método de súper y sub soluciones en el espacio de funciones casi periódicas.

Expositor: Rocío Balderrama (IMAS-CONICET-UBA, rbalde@dm.uba.ar)
Autor/es: Rocío Balderrama (IMAS-CONICET-UBA, rbalde@dm.uba.ar); Pablo Amster (IMAS-CONICET-UBA, pamster@dm.uba.ar)

Los métodos topológicos clásicos del análisis no lineal son una herramienta para el estudio de problemas periódicos de segundo orden. Sin embargo, estos métodos fallan cuando se intenta extenderlos de manera directa al caso casi periódico [1, 2, 3]. Uno de los problemas centrales se basa en el hecho de que los operadores involucrados no resultan compactos. En este trabajo abordamos el método de súper y sub soluciones para la ecuación de segundo orden

$$u'' + cu' = f(t,u) \tag{23}$$

donde $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es uniformemente casi periódica y la constante c pertenece a $[0, +\infty)$. Asumiendo la existencia de súper y sub soluciones casi periódicas de (1) estudiamos si es posible deducir la existencia de soluciones casi periódicas para la ecuación estudiada.

Referencias

[1] R. Ortega, *Degree theory and almost periodic problems*, Progress in Nonlinear Diff. Equ. and their appl, vol. 75 (200) pp. 345–356.

[2] R. Ortega, M. Tarallo, *Almost periodic upper and lower solutions*, J. Differential Equations 193 (2003), 345-356.

[3] K. Schmitt, J. R. Ward Jr, *Almost Periodic Solutions of Nonlinear Second Order Differential Equations*, Results in Mathematics, Vol. 21 N.1 (1992), 190-199.

Análisis de la resonancia 1:2 en sistemas con retardos usando el método de Hopf gráfico

Expositor: Griselda Itovich (Escuela de Producción, Tecnología y Medio Ambiente, Sede Alto Valle, Universidad Nacional del Río Negro, Tacuarí 669, R8336ATG Villa Regina, Argentina, itovich.griselda@unrn.edu.ar)
Autor/es: Griselda Itovich (Escuela de Producción, Tecnología y Medio Ambiente, Sede Alto Valle, Universidad Nacional del Río Negro, Tacuarí 669, R8336ATG Villa Regina, Argentina, itovich.griselda@unrn.edu.ar); Franco Gentile (Dpto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica - IIIE (UNS-CONICET), Av. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina, fsgentile@gmail.com); Jorge Moiola (Dpto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur, Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica - IIIE (UNS-CONICET), Av. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina, jmoiola@uns.edu.ar)

En este trabajo se analiza la dinámica de un sistema de ecuaciones diferenciales con retardos en el entorno de un punto de equilibrio donde, para una cierta configuración de parámetros, hay una degeneración de Hopf que se conoce como una resonancia 1:2. Esta singularidad se describe cuando la linealización del sistema evaluada en el punto crítico tiene dos pares de autovalores imaginarios puros, que normalizados pueden representarse como: $\pm i\omega, \pm i2\omega$ y el resto de los autovalores tiene su parte real negativa. Esta degeneración está tipificada para edos por medio de formas normales [2] y se sabe que es de codimensión 3, es decir se necesitan tres parámetros para poder describir en forma completa el comportamiento del sistema en su entorno. Utilizando desarrollos equivalentes para ecuaciones diferenciales con retardos, Campbell y LeBlanc [1] realizaron estudios donde detectaron la presencia de bifurcaciones de doble periodo en las inmediaciones de la singularidad. Por otra parte, el teorema de Hopf gráfico permite estudiar dicha bifurcación así como sus degeneraciones [3] y es la herramienta elegida para el desarrollo efectuado, ya que se consiguen expresiones bastante precisas de las soluciones periódicas emergentes. A partir de las mismas es posible detectar ciertas bifurcaciones por medio de un método de colocación con polinomios de Tchebyshev, la aproximación del operador de monodromía y el análisis de los multiplicadores de Floquet. De esta forma, se pueden reconocer comportamientos del sistema característicos, en cercanías de la singularidad y describir la dinámica del sistema en su entorno.

Referencias

[1] Campbell, S. A. y LeBlanc, V. G. (1998) Resonant Hopf-Hopf interactions in delay differential equations, J. of Dyn. and Diff. Eq. 10(2), 327-346.

[2] LeBlanc, V. G. y Langford, W. (1996) Classification and unfoldings of 1:2 resonant Hopf bifurcation, Arch. Ration. Mech. Anal. 136, 305-357.

[3] Moiola, J. L. y Chen, G. (1996) Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach, World Scientific, Singapur.

Caracterización de Polinomios Ortogonales Matriciales

Expositor: Celeste Calderón (FCEN, Universidad Nacional de Cuyo, celeste.calderon@fce.uncu.edu.ar)

Autor/es: Celeste Calderón (FCEN, Universidad Nacional de Cuyo, celeste.calderon@fce.uncu.edu.ar); Yanina Gonzalez (FCEN, Universidad Nacional de Cuyo, ygonzalez@fcen.uncu.edu.ar); Sebastián Simondi (FCEN, Universidad Nacional de Cuyo, sebastian.simondi@gmail.com); Ignacio Zurrián (Pontificia Universidad Católica de Chile, zurrian@gmail.com)

En esta comunicación nos proponemos caracterizar todas las familias de Polinomios Ortogonales Matriciales mónicos $\{P_n\}_{n=0}^{\infty}$, de tamaño 2×2 con coeficientes reales que son autofunciones del operador Hipergeométrico Matricial. Es decir

$$DP_n = P_n\Delta_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

donde Δ_n es un matriz diagonal y

$$D = t\,(1-t)\,\frac{d^2}{dt^2} + (C - tU)\,\frac{d}{dt} - V,$$

con C, U y V matrices reales 2×2.

Además presentaremos familias de pesos matriciales definidos positivos, $W(t)$, a partir de los cuales las familias de polinomios hipergeométricos $\{P_n\}_{n=0}^{\infty}$ son ortogonales. En dichos pesos están incluidos los ya conocidos provenientes del estudio de las funciones esféricas en [TZ] y [PZ].

[PZ] Pacharoni, I. y Zurrian I. "Matrix Gegenbauer Polynomials: The 2×2 Fundamental Cases". Constructive Approximation April 2016, Volume 43, Issue 2, pp 253-271.

[TZ] Tirao, J. y Zurrian I. "Spherical functions of fundamental K-types associated with the n-dimensional sphere.". Sigma, (2014) 10(071), 41.
