

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE: **Variable Compleja**

CÓDIGO: 5994

ÁREA N°: III

## HORAS DE CLASES

## PROFESOR RESPONSABLE

## TEÓRICAS

## PRÁCTICAS

Por semana

Por cuatrim.

Por semana

Por cuatrim.

Lic. Rodolfo E. Salthú

5 h

80 h

5 h

80 h

## ASIGNATURAS CORRELATIVAS PRECEDENTES

## CARRERA

## APROBADA

## CURSADA

Licenciatura en Matemática

Geometría Analítica

Análisis II

## DESCRIPCIÓN

Esta asignatura constituye una introducción a la teoría de funciones holomorfas y las funciones especiales de la física matemática. También se desarrollan algunos métodos operacionales para la resolución de ecuaciones diferenciales lineales.

## OBJETIVOS

El objetivo fundamental de esta materia es proporcionar al alumno de Licenciatura en Matemática, una base sólida que le permita perfeccionarse en tópicos más avanzados de la teoría de funciones.

## PROGRAMA SINTÉTICO SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS

1. El cuerpo  $\mathbb{C}$  de los números complejos.
2. Sucesiones y series de números complejos.
3. Funciones complejas de una variable compleja. Funciones holomorfas.
4. Distintas clases de convergencia en la teoría de funciones.
5. Series de potencias.
6. Funciones trascendentes elementales.
7. Integración en el campo complejo.
8. El teorema integral de Cauchy. La fórmula integral de Cauchy. El desarrollo de funciones holomorfas en series de potencias.
9. Teoremas fundamentales sobre funciones holomorfas.
10. Funciones holomorfas en anillos y series de Laurent.
11. Singularidades aisladas. El cálculo de residuos.
12. La transformación conforme.
13. La función Gamma y la función Beta.
14. La transformación de Laplace.

AÑO

2016

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE: **Variable Compleja**

CÓDIGO: 5994

ÁREA N°: III

## PROGRAMA ANALÍTICO Y METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

CAPÍTULO	CONTENIDO TEMÁTICO	METODOLOGÍA
1-	<b>El cuerpo <math>C</math> de los números complejos:</b> Números complejos. Representación geométrica de los números complejos. La proyección estereográfica. La esfera de Riemann. Conceptos topológicos fundamentales.	Tres clases teórico-prácticas. TP1: El cuerpo $C$ de los números complejos.
2-	<b>Sucesiones y series de números complejos:</b> Sucesiones de números complejos. Subsucesiones. El criterio de convergencia de Cauchy. Sucesiones de números reales: límite superior y límite inferior. Series de números complejos. Convergencia absoluta. Algunos criterios de convergencia. Criterio de comparación. Criterio de la raíz. Criterio del cociente. Convergencia condicional. Sumación parcial. Criterio de Dirichlet. El teorema de reordenamiento. Un teorema sobre producto de series.	Tres clases teórico-prácticas. TP2: Sucesiones y series de números complejos.
3-	<b>Funciones complejas de una variable compleja:</b> Definición de límite. Continuidad. Continuidad uniforme. Diferenciabilidad de funciones complejas. Las ecuaciones diferenciales de Cauchy-Riemann. Diferenciabilidad compleja y real. Caracterización de funciones diferenciables complejas. Criterio de suficiencia para la diferenciabilidad compleja. Funciones armónicas. Funciones holomorfas. Reglas de diferenciación. Funciones localmente constantes.	Cuatro clases teórico-prácticas. TP3: Funciones complejas de una variable compleja.
4-	<b>Distintas clases de convergencia en la teoría de funciones:</b> Convergencia puntual. Convergencia uniforme. Convergencia localmente uniforme. Convergencia compacta. Criterios de convergencia. Criterio de convergencia de Cauchy. Criterio mayorante (o M-test) de Weierstrass.	Tres clases teórico-prácticas. TP4: Distintas clases de convergencia en la teoría de funciones.
5-	<b>Series de potencias:</b> Lema de convergencia de Abel. Radio de convergencia. Teorema de convergencia para series de potencias. La fórmula de Cauchy-Hadamard. Criterio del cociente. Comportamiento de la convergencia en la frontera del disco de convergencia. Diferenciación e integración formal término a término. Intercambio de diferenciación y sumación en series de potencias.	Tres clases teórico-prácticas. TP5: Series de potencias.
6-	<b>Funciones trascendentes elementales:</b> La función exponencial. El teorema de adición. Periodicidad de la función exponencial. Funciones trigonométricas. Teoremas de adición para $\sin z$ y $\cos z$ . Ceros de $\sin z$ y $\cos z$ . Periodicidad de $\sin z$ y $\cos z$ . Funciones hiperbólicas. Teoremas de adición para $\sinh z$ y $\cosh z$ . Funciones logarítmicas. La función potencial. Funciones trigonométricas inversas y funciones hiperbólicas inversas.	Dos clases teórico-prácticas. TP6: Funciones trascendentes elementales.
7-	<b>Integración en el campo complejo:</b> Integrales curvilíneas en $C$ . Curvas continuamente diferenciables y continuamente diferenciables a trozos. Integración a lo largo de curvas. Independencia de la parametrización. Propiedades de las integrales curvilíneas complejas. Independencia del camino de integración. Primitivas. Criterio de integrabilidad.	Tres clases teórico-prácticas. TP7: Integración en el campo complejo.
8-	<b>El teorema integral de Cauchy:</b> Lema integral de Goursat. El teorema integral de Cauchy. La fórmula integral de Cauchy. El desarrollo de funciones holomorfas en series de potencias. Lema de desarrollabilidad. El teorema de representación de Cauchy-Taylor. El teorema de continuación de Riemann. Continuación analítica.	Cuatro clases teórico-prácticas. TP8: El teorema integral de Cauchy.

AÑO

2016

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE:

Variable Compleja

CÓDIGO: 5994

ÁREA N°: III

9-	<b>Teoremas fundamentales sobre funciones holomorfas:</b> El Teorema de Identidad. Orden de un cero. Puntos singulares y fronteras naturales. Existencia de puntos singulares. Teorema de Morera. Estimaciones y desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teoremas de convergencia de Weierstrass. El principio del máximo. El teorema de la aplicación abierta. Teorema sobre la preservación de regiones. Lema de Schwarz.	Cuatro clases teórico-prácticas. TP9: Teoremas fundamentales sobre funciones holomorfas.
10-	<b>Funciones holomorfas en anillos y series de Laurent:</b> Representación de Laurent en anillos. Desarrollos de Laurent. Teorema de Laurent.	Dos clases teórico-prácticas. TP10: Funciones holomorfas en anillos y series de Laurent.
11-	<b>Singularidades aisladas. El cálculo de residuos:</b> Singularidades evitables. Polos. Singularidades esenciales. El teorema de Casorati-Weierstrass. Caracterización de singularidades aisladas. El residuo. Algunas reglas para calcular residuos. El teorema de los residuos. Consecuencias del teorema de los residuos: una fórmula para contar ceros y polos. Teorema de Rouché. El teorema fundamental del álgebra. El comportamiento de una función holomorfa alrededor de un cero. Integrales definidas y el cálculo de residuos. Cálculo de integrales reales. Integrales impropias. Integrales trigonométricas.	Cuatro clases teórico-prácticas. TP11: Singularidades aisladas. El cálculo de residuos.
12-	<b>La transformación conforme:</b> Propiedades de la representación conforme. El teorema de Riemann. La transformación lineal. La inversión. La transformación bilineal. Algunas transformaciones bilineales.	Tres clases teórico-prácticas. TP12: La transformación conforme.
13-	<b>La función Gamma y la función Beta:</b> La función Gamma. La fórmula de recurrencia. La función Beta. La fórmula de duplicación de Legendre. Fórmula de Stirling.	Dos clases teórico-prácticas. TP13: La función Gamma y la función Beta.
14-	<b>La transformación de Laplace:</b> Definición de la transformación de Laplace. Funciones seccionalmente continuas. Funciones de orden exponencial. Condiciones suficientes para la existencia de la transformada de Laplace. Transformadas de derivadas. Un teorema de sustitución. Traslación de $F(t)$ . Derivadas de transformadas. Integración de transformadas. Transformada de una función periódica. Convolución. Propiedades de la convolución. La transformada inversa. El teorema de Lerch. El teorema del valor inicial. El uso de fracciones parciales. Función error y función error complementaria. La solución de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales con coeficientes constantes. Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables. Ecuaciones integrales.	Tres clases teórico-prácticas. TP14: La transformación de Laplace.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

Se tomarán tres exámenes parciales. Cada uno de ellos se evaluará con nota entre 0 y 100 puntos. Para aprobar el cursado de la asignatura (Trabajos Prácticos), deberá sumarse un mínimo de 180 puntos entre los tres exámenes parciales. La nota del tercer parcial deberá ser no inferior a 40 puntos.

Si la suma de las notas de los tres parciales fuera inferior a 180 puntos, se rendirá un examen recuperatorio; el mismo deberá aprobarse (para cursar la materia) con un mínimo de 60 puntos. También se rendirá recuperatorio si habiendo obtenido un mínimo de 180 puntos, la nota del tercer parcial fuera inferior a 40 puntos.

AÑO

2016

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE:

Variable Compleja

CÓDIGO: 5994

ÁREA N°: III

De acuerdo a la Resolución CSU N° 304/2012, los alumnos ausentes en las evaluaciones parciales tendrán derecho a una instancia de recuperación.

La aprobación de los Trabajos Prácticos habilitará a los alumnos a rendir el Examen Final (teórico-práctico).

Estas modalidades de evaluación podrán ser modificadas por el docente a cargo del dictado de la materia si lo considera apropiado.

AÑO

2016

287

