

Universidad Nacional del Sur

Examen Diagnóstico de Matemática - 13/12/2017 - Tema I

Apellido y nombres: Nota:

Carrera: DNI:

Indicar el aula donde rindió:

Atención: Los resultados se publicarán en la página www.matematica.uns.edu.ar el **miércoles 20 de diciembre** a las **16:00 horas**. La muestra de los exámenes se realizará el **jueves 21 de diciembre** a las **14:00 horas** en las aulas que se publicarán en www.matematica.uns.edu.ar.

1. a) Operar algebraicamente, factorizar y simplificar al máximo la siguiente expresión.

$$\frac{3ab}{4a^2b + ab^2} + \frac{5b - 4a}{16a^2 - b^2} + \frac{2a^3}{4a^4 - a^3b}$$

- b) Determinar el conjunto solución de cada una de las siguientes ecuaciones.

i) $\frac{(x+3)^2}{x+3} = x+3,$

ii) $\left(x + \frac{2x}{x-2}\right) : \left(1 + \frac{4}{x^2-4}\right) = \sqrt{2}.$

2. a) Hallar todas las raíces reales del polinomio $P(x) = 9x^7 + 30x^6 + 34x^5 + 3x^4 - 6x^3$, sabiendo que dicho polinomio es divisible por $Q(x) = x^2 + 3x + 3$. Indicar el orden de multiplicidad de cada una de las raíces y expresar al polinomio $P(x)$ en forma factorizada.

- b) Dado el polinomio $P(x) = (x - m)^5 + m(x + 26) + 25$, encontrar el valor de $m \in \mathbb{R}$ para que el resto de dividir $P(x)$ por $Q(x) = x - m$ sea -144 .

3. a) Determinar el dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x^3 + 2x + 3)(x^2 + x)^{-1} - x}$ y expresarlo utilizando la notación de intervalo.

- b) A partir de los gráficos de $y = |x|$ y de $y = \sqrt{x}$, representar gráficamente cada una de las siguientes funciones.

i) $f(x) = -|x + 2| + 3,$

ii) $g(x) = \sqrt{-(x - 3)} - 2.$

Utilizando los gráficos obtenidos, indicar el dominio y la imagen de f y g . Determinar, analíticamente, el conjunto de valores de x para los cuales $f(x) \leq 2$.

- c) Sea L_1 la recta de ecuación $-6x + 4y - 11 = 0$ y sea $A = \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Hallar la ecuación de la recta L_2 que es perpendicular a la recta L_1 y pasa por el punto A .

4. a) Encontrar la forma canónica de la parábola cuyo vértice es el punto $V = \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$, intersecta al eje x en dos puntos A y B y el área del triángulo determinado por estos dos puntos y el vértice V es $\frac{21}{4}$ u.m.² Representarla gráficamente.

- b) Indicar la imagen de la función cuadrática f asociada a la parábola del inciso anterior.

5. Calcular la altura de una torre si el ángulo de elevación aumenta de 30° a 60° cuando un observador, que está situado a x metros del pie de la torre, se acerca 65 metros en la misma dirección.

Indicar el número de hojas entregadas, sin contar la de los enunciados:

Firmar la última hoja.