

Universidad Nacional del Sur

Examen Diagnóstico de Matemática - 09-12-2015 - Tema I

Apellido y nombres: Nota:

Carrera: DNI:

Indicar el aula donde rindió:

Indicar el número de hojas entregadas, sin contar la de los enunciados:

Firmar la última hoja.

Atención: Los resultados se publicarán en la página www.matematica.uns.edu.ar el **miércoles 16 de diciembre**. La muestra de los exámenes se realizará el **jueves 17 de diciembre** a las **14:00** horas en las aulas 111 (ex 6A), 112 (ex 6B) y 113 (ex 6C).

1. Operar algebraicamente, factorizar y simplificar al máximo la siguiente expresión.

$$\frac{4x+8}{x^2-4} : \frac{x^2+x-6}{4x+12} - \frac{16}{-4+x^2} - \frac{62-x}{x+2} \cdot (x^2+4-4x)^{-1}.$$

2. Hallar el dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x+3)^{-1} + (x-3)^{-1} - x^{-1}}$ y expresarlo utilizando la notación de intervalo.

3. Sea L_1 la recta de ecuación $4x + 3y - 12 = 0$ y sea $A = (-2, -3)$.

- Hallar la ecuación de la recta L_2 que es perpendicular a la recta L_1 y pasa por el punto A .
- Determinar **analíticamente** el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 y verificar gráficamente el resultado hallado.
- Calcular la distancia entre el punto A y el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 .

4. Sean a , b y c números reales, $a \neq 0$ y sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función cuadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si los puntos $A_1 = (-\frac{1}{2}, 0)$, $A_2 = (\frac{1}{3}, 0)$ y $B = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ pertenecen al gráfico de f , hallar la forma factorizada de f . Indicar las intersecciones del gráfico de f con los ejes coordenados.
- ¿Cuáles son los valores de a , b y c ?
- Expresar a la función f en forma canónica. Indicar la imagen de esta función.

5. Sea $P(x) = -5x^5 + 4x^4 + 26x^3 + 10x^2 + 31x + 6$.

- ¿Cuál es el resto de dividir el polinomio $P(x)$ por $Q_1(x) = x + \frac{1}{5}$?
- Sabiendo que $P(x)$ es divisible por el polinomio $Q_2(x) = x^2 + 1$, hallar todas las raíces reales de $P(x)$.

6. En el borde de un acantilado hay un faro de 17,5 metros de altura. Desde un barco se observa la base del faro con un ángulo de elevación de 33° . Si se observa la punta del faro, el ángulo aumenta 12° . Calcular la altura del acantilado.