

Universidad Nacional del Sur

Examen Diagnóstico de Matemática - 05/07/2016 - Tema I

Apellido y nombres: Nota:

Carrera: DNI:

Indicar el aula donde rindió:

Atención: Los resultados se publicarán en la página www.matematica.uns.edu.ar el **martes 12 de julio** a las **16:00 horas**. La muestra de los exámenes se realizará el **jueves 14 de julio** a las **14:00 horas** en las aulas 111 (ex 6A), 112 (ex 6B) y 113 (ex 6C).

1. a) Operar algebraicamente y simplificar al máximo la siguiente expresión.

$$\left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \left(1 - \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right).$$

- b) Resolver la inecuación

$$\frac{x}{2-x} \geq -3.$$

Graficar el conjunto solución y expresarlo utilizando la notación de intervalo.

- c) Determinar el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{x(2-x)^{-1} + 3}.$$

¿Es posible calcular $f\left(\frac{5}{2}\right)$? ¿Por qué?

2. a) Sea $P(x)$ el polinomio definido por

$$P(x) = -x^5 + 7x^2 + mx - 11, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Determinar el valor de m para que $P(x)$ resulte divisible por $Q(x) = x + 2$.

- b) Si $P(x) = 2(x-2)^5$ y $Q(x) = x(x+2)^2 + 3x$, hallar todas las raíces reales del polinomio $P(x) \cdot Q(x)$.

3. Hallar, si existen, las constantes reales a y b para las cuales la recta

$$L_1 : -(a+2)x + 3by + (b+4) = 0$$

es perpendicular a la recta $L_2 : x - 2y + 3 = 0$ y pasa por el punto $P = \left(-1, \frac{1}{3}\right)$. Escribir la ecuación de la recta L_1 .

4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función cuadrática definida por $f(x) = a\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 5$, donde a es un número real distinto de cero.

- a) Sabiendo que el gráfico de f es una parábola, indicar las coordenadas del vértice V de esa parábola.

- b) Encontrar el valor de a si el gráfico de f intersecta al eje x en dos puntos A y B y el área del triángulo determinado por estos dos puntos y el vértice V es $\frac{25}{2}$ (u.m.²).

5. Calcular el área y el perímetro del triángulo \widehat{ABC} si $\widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 60^\circ$ y $|\overline{AB}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Indicar el número de hojas entregadas, sin contar la de los enunciados:

Firmar la última hoja.