

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR		1	3
BAHIA BLANCA		ARGENTINA	
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA			
PROGRAMA DE: ANÁLISIS DIÁDICO, FUNCIONES DE BELLMAN Y RETÍCULOS ALEATORIOS		Curso / Seminario	
		Posgrado	

HORAS	PROFESOR RESPONSABLE
60 hs.	Dr. Sheldy J. OMBROSI

REQUISITOS PREVIOS Se recomiendan conocimientos de: - Análisis real. Teoría de la medida e integración de Lebesgue. - Espacios L^p y nociones elementales de análisis funcional. Igualmente el curso tratará de ser lo más autocontenido posible

DESCRIPCIÓN El curso constará de 60 hs. y estará orientado a introducir herramientas modernas del análisis armónico vinculadas con el análisis diádico. Se estudiarán familias diádicas, operadores maximales, familias sparse, dominación sparse, retículos diádicos aleatorios y el método de funciones de Bellman. El curso combinará clases teóricas con discusión de ejemplos, ejercicios y aplicaciones a ciertas desigualdades pesadas obtenidas recientemente.
--

OBJETIVOS El objetivo general del curso es presentar un panorama de técnicas diádicas modernas que permiten reducir problemas continuos del análisis armónico a modelos discretos. En particular, se busca que los estudiantes comprendan la construcción y el uso de retículos diádicos aleatorios, la noción de familias sparse y su papel en la dominación de operadores de Calderón-Zygmund, así como el método de funciones de Bellman como herramienta para obtener estimaciones pesadas de dichos operadores.
--

MOTIVACIÓN O FUNDAMENTACIÓN DEL CURSO En las últimas décadas, las técnicas diádicas han tenido un impacto central en el análisis armónico moderno. La dominación sparse permite reemplazar operadores (integrales singulares) por modelos positivos y discretos, facilitando la obtención de estimaciones pesadas cuantitativas precisas. Por otro lado, los retículos diádicos aleatorios permiten conectar el mundo continuo con estructuras discretas adecuadas, mientras que las funciones de Bellman ofrecen un método flexible para capturar principios de convexidad y optimización presentes en desigualdades que surgen naturalmente en las estimaciones en espacios pesados de operadores clásicos del análisis armónico. El curso propone una introducción sistemática a estas herramientas, motivada por aplicaciones recientes a operadores de Calderón-Zygmund y problemas relacionados con clases de pesos.
--

AÑO	2026							
-----	------	--	--	--	--	--	--	--

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR		2	3
BAHIA BLANCA		ARGENTINA	
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA			
PROGRAMA DE: ANÁLISIS DIÁDICO, FUNCIONES DE BELLMAN Y RETÍCULOS ALEATORIOS		Curso / Seminario	
		Posgrado	

MECANISMO DE EVALUACIÓN

Se pedirá que los alumnos expongan ejercicios correspondientes a las distintas unidades del curso. Además, deberán realizar una exposición final.

PROGRAMA

1. Herramientas básicas de análisis diádico
 - 1.1 Intervalos y cubos diádicos. Retículos diádicos en $\mathbb{R}^n$.
 - 1.2 Promedios diádicos, operadores maximales diádicos y descomposiciones de Calderón-Zygmund.
 - 1.3 Comparación entre objetos continuos y modelos diádicos.
 - 1.4 Ejemplos elementales de estimaciones diádicas.
2. Familias *sparse* y operadores positivos
 - 2.1 Familias *sparse* y familias de Carleson. Formulaciones equivalentes.
 - 2.2 Operadores *sparse* positivos y formas bilineales *sparse*.
 - 2.3 Propiedades de encaje y lemas de Carleson.
 - 2.4 Estimaciones (pesadas) para operadores *sparse*.
3. Dominación *sparse*
 - 3.1 Idea general de la dominación *sparse*.
 - 3.2 Descomposiciones *stopping-time* y selección de cubos principales.
 - 3.3 Dominación *sparse* de operadores de Calderón-Zygmund: formulación y consecuencias.
 - 3.4 Aplicaciones a desigualdades con pesos y extrapolación.
4. Retículos diádicos aleatorios
 - 4.1 Traslaciones aleatorias de retículos diádicos.
 - 4.2 Cubos buenos y malos. Probabilidades geométricas básicas.
 - 4.3 Promedios respecto de retículos aleatorios.
 - 4.4 Uso de retículos aleatorios para comparar objetos continuos y diádicos.
5. Funciones de Bellman
 - 5.1 Motivación del método de Bellman en desigualdades de análisis.
 - 5.2 Concavidad, condiciones diferenciales y desigualdades discretas.
 - 5.3 Ejemplos: desigualdades para operadores maximales y pesos.
 - 5.4 Funciones de Bellman en estimaciones *sparse* y problemas ponderados.
 - 5.5 (Aplicación general) Prueba de la Conjetura C_p y más consecuencias

AÑO	2026							
-----	------	--	--	--	--	--	--	--

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR		3	3
BAHIA BLANCA		ARGENTINA	
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA			
PROGRAMA DE: ANÁLISIS DIÁDICO, FUNCIONES DE BELLMAN Y RETÍCULOS ALEATORIOS		Curso / Seminario	
		Posgrado	

BIBLIOGRAFIA		
1. J. Duoandikoetxea, Fourier Analysis, Graduate Studies in Mathematics 29, American Mathematical Society, 2001. 2. L. Grafakos, Modern Fourier Analysis, Third edition, Graduate Texts in Mathematics 250, Springer, 2014. 3- T. Hytönen, Jan van Neerven, Mark Veraar, Lutz Weis, <i>Analysis in Banach Spaces, Volume III: Harmonic Analysis and Spectral Theory</i>, Springer, 2023. 4. A. K. Lerner, A simple proof of the A_2 conjecture, International Mathematics Research Notices 2013, no. 14, 3159-3170. 5. A. Lerner and F. Nazarov, Intuitive dyadic calculus: the basics, Expositiones Mathematicae 37 (2019), 225-265. 6. F. Nazarov, S. Treil and A. Volberg, The Bellman functions and two-weight inequalities for Haar multipliers, Journal of the American Mathematical Society 12 (1999), 909-928. 7. F. Nazarov and S. Treil, The hunt for a Bellman function: applications to estimates for singular integral operators and to other classical problems of harmonic analysis, St. Petersburg Mathematical Journal 8 (1997), 721-824. 8. F. Nazarov, S. Treil and A. Volberg, Bellman function in stochastic optimal control and harmonic analysis, Systems, Approximation, Singular Integral Operators, and Related Topics, Operator Theory: Advances and Applications, vol. 129, pp. 393–423, Birkhäuser, Basel, 2001.		
AÑO	PROFESOR RESPONSABLE	DIRECTOR DEPARTAMENTO
2026	Dr. Sheldy J. OMBROSI	

AÑO	2026							
-----	------	--	--	--	--	--	--	--