

1. Programa del Curso de Posgrado: Teoremas Mengerianos

Responsable: Dr. Daniel A. Jaume,
Profesor Titular de la UNSL.

2. Fundamentación

Existen una serie de resultados en combinatoria y teoría de grafos llamados genéricamente teoremas Mengerianos o teoremas de matching. Estos teoremas son distintas versiones de una misma noción y funcionan como un elemento aglutinador de diferentes ramas de la combinatoria y la teoría de grafos.

3. Objetivos

El objetivo de este curso es explorar diferentes nociones de teoría de grafos y combinatoria y enlazarlas a través de los teoremas Mengerianos, lo que proporcionará al alumno una visión unificada de diferentes ramas de las matemáticas discretas.

4. Contenidos

Unidad N° 1: Conteo avanzado

Conteo doble. Principio del promedio. Inclusión-exclusión. Acotación del tamaño de intersecciones. Grafos sin triángulos, sin cuadrados. Teorema de Erdős-Szekeres. Teoremas de Mantel y Turán. Teorema de Dirichlet. Argumento de pesos móviles. Teorema de Schur.

Unidad N° 2: Sistemas de distintos representantes.

Grafos Bipartitos. Caracterizaciones: Teoremas de König, Collatz, Hoffman, Lovász. Teorema de los Matrimonios de Hall. Teorema de Hall y rectángulos latinos. Teorema de Hall y matrices doblemente estocásticas. Teoremas min-max. Conexión Mengeriana.

Unidad N° 3: Conectividad en grafos

Árboles y sus propiedades. Grafos k-conectados. Teorema de Menger. Teorema de Mader. Reconocimiento algorítmico de la conectividad. Teorema de Erdős-Pósa. Conexión Mengeriana.

Unidad N° 4: Cadenas y anticadenas

Conjuntos ordenados. Cadenas. Anticadenas. Teorema de Dilworth. Teorema de Sperner. Teorema de Bollobás. Sistemas fuertes de distintos representantes. Familias libres de uniones. Algunos problemas extremales sobre conjuntos finitos. Conexión Mengeriana.

Unidad N° 5: Matrices 0-1

Matrices de permutación. Propiedades. Teorema de König-Ergeráry. Teorema de Frobenius. Matrices doblemente estocásticas. Teorema de Gale-Ryser. Torneos. Matrices de Torneo. Teorema de Landau. Matrices simétricas. Rango de Término. Teorema de Strassen. Conexión Mengeriana.

5. Régimen de aprobación

Los alumnos, a fin de aprobar el curso, deberán entregar los ejercicios designados y realizar un ensayo de investigación, es decir, realizar un análisis crítico de un artículo científico relevante de los temas tratados en el curso (de una lista de artículos que proveerá la cátedra) y presentarlo en forma de ensayo escrito breve. Además el ensayo de investigación debe ser expuesto de forma oral. La nota final será el promedio de la calificación de los ejercicios designados, la nota del ensayo escrito y la nota de la exposición del ensayo.

6. Bibliografía

- Teoremas Menguerianos. Libro en desarrollo. Autores: Dr. Daniel A. Jaume y Lic. Kevin Pereyra.
- Algebraic Combinatorics, Richard P. Stanley. Springer 2014.
- Extremal Combinatorics, Stasys Jukna, Springer 2013.
- Sperner Theory, Konrad Engel. Cambridge 1997.
- Graph Theory, Reinhard Diestel. Springer 2005.
- The equivalence of some combinatorial matching theorems, Philip F. Reichmeider. Polygonal Publishing House 1978.
- Combinatorial Matrix Classes, Richard Brualdi. Cambridge 2006.
- Coupling and Matchings combinatorial notes on Strassen's Theorem, Twa Koperberg. Preprint. 2022.