

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR							1	3
BAHIA BLANCA							ARGENTINA	
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA								
PROGRAMA DE: Sistemas Dinámicos en Teoría de Números							Curso	
							Posgrado	
HORAS			PROFESOR RESPONSABLE			COLABORADORES		
24 (veinticuatro)			Dra. Brigitte VALLÉE-SALESSE			Dr. Frédéric PACCAUT Dra. Eda CESARATTO		
REQUISITOS PREVIOS								
Variable Compleja. Probabilidad y Estadística. Funciones Reales. Conocimientos de Análisis Funcional.								
DESCRIPCIÓN								
Durante este curso se propondrá el estudio de problemas combinatorios de la teoría de números que se pueden tratar mediante herramientas propias de los sistemas dinámicos. Los temas del programa serán presentados usando como hilo conductor un problema clásico: el análisis del algoritmo de Euclides desde un punto de vista probabilístico. Más precisamente, se probará que el número de pasos de este algoritmo sigue, asintóticamente, una ley normal. El curso comenzará con la introducción de algunas nociones elementales de sistemas dinámicos discretos del intervalo unitario y de teoría ergódica. Se vinculará la representación de números reales a la dinámica simbólica asociada a un cierto sistema, con una atención particular a dos ejemplos esenciales en la teoría de números: las fracciones continuas (transformación de Gauss y algoritmo de Euclides) y el desarrollo en base beta. Como en la demostración del teorema de los números primos, se recurrirá a las series de Dirichlet como series generatrices del problema combinatorio discreto que, junto con versiones “no independientes” del teorema central del límite, permitirán establecer leyes normales para ciertos parámetros o pesos de interés en la representación de números. Se estudiarán los operadores de Perron Frobenius, de transferencia y de transferencia ponderado los cuales hacen posible el vínculo entre la teoría de sistemas dinámicos y la teoría analítica y probabilística de números. El curso constará de 8 clases de 3 horas cada una.								
OBJETIVOS								
Durante el curso se procurará ejemplificar e interesar a los estudiantes acerca de cómo ciertas técnicas de la teoría analítica de números y de los sistemas dinámicos permiten dar respuesta a problemas clásicos de la teoría de representación de números y, en particular, al análisis del algoritmo de Euclides. Se espera que los estudiantes puedan apreciar como la combinación de herramientas de diversas áreas de la matemática (teoría analítica de números, sistemas dinámicos, probabilidades y análisis funcional) permite dar respuesta a problemas de conteo en teoría de números.								
MOTIVACIÓN O FUNDAMENTACIÓN DEL CURSO								
El estudio de la representación de números reales se ha visto revitalizado en los últimos años por la necesidad de manipularlos digitalmente. La motivación principal del curso es tratar problemas combinatorios planteados por este estudio y, a su vez, presentar el abordaje de estos propuesto por la combinatoria analítica y el análisis dinámico de algoritmos. La combinatoria analítica considera a las								
AÑO	2019							

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR							2	3
BAHIA BLANCA							ARGENTINA	
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA								
PROGRAMA DE: Sistemas Dinámicos en Teoría de Números							Curso	
							Posgrado	
series de potencia y las de Dirichlet como series generatrices y retoma la idea clásica de dar respuestas a un problema de conteo dado a partir del estudio de las propiedades analíticas (singularidades, dominio de convergencia) de la serie generatriz asociada tal como se explica en el libro <i>Analytics Combinatorics</i> de Ph. Flajolet y R. Sedgewick. Por otro lado, la inclusión de ciertas herramientas de los sistemas dinámicos, inicialmente vislumbrada por Gauss, dio lugar al análisis dinámico de algoritmos descripto, por ejemplo, en el artículo “Euclidean Dynamics” de B. Vallée. Asimismo, este curso presenta y repasa una serie de nociones que son de importancia en la cultura general de un matemático: teoría de operadores, sistemas dinámicos discretos, teoría ergódica, generalizaciones del teorema central del límite, métodos analíticos.								
MECANISMO DE EVALUACIÓN								
La aprobación del curso será mediante un examen final.								
PROGRAMA								
Unidad I: Una introducción a la teoría de sistemas dinámicos discretos del intervalo unitario. Definiciones básicas. Sistemas dinámicos del intervalo unitario. Transformaciones de Markov. Dos ejemplos de sistemas dinámicos en teoría de números: la transformación de Gauss y la transformación beta. Noción de peso o ponderación de una trayectoria. Comportamiento genérico de las trayectorias versus trayectorias particulares.								
Unidad II: Estudio de las trayectorias “ponderadas”. Punto de vista probabilístico: medidas invariantes, ergodicidad y propiedades “mixing”. Teorema ergódico y aplicaciones. El operador de Perron Frobenius. Operador de transferencia. Operador de transferencia ponderado. Algunas nociones de análisis funcional en relación con estos operadores. Generalizaciones del teorema central del límite. Teorema de las cuasipotencias de Hwang. Aplicaciones al estudio probabilístico de las fracciones continuas.								
Unidad III: El número esperado de pasos del algoritmo de Euclides. Trayectorias periódicas y que terminan en la transformación de Gauss. Introducción a la combinatoria analítica. Las series de Dirichlet como series generatrices. Teorema tauberiano de Delange. Análisis dinámico del algoritmo de Euclides.								
Unidad IV: Análisis en distribución del algoritmo de Euclides. Trayectorias “rationales” de la transformación de Gauss. Fórmula de Perron. Propiedad UNI. Teorema de Dolgopyat y extensiones al operador de transferencia ponderado. Deducción de la ley límite normal para el número de pasos del algoritmo de Euclides.								
Unidad V: Otras aplicaciones, trabajo en progreso y problemas abiertos seleccionados entre los siguientes tópicos: Números con dígitos acotados en su desarrollo en fracciones continuas. Estudio de los cumulantes. Estudio de otros algoritmos para calcular el máximo común divisor. El algoritmo de Gauss: avances en el problema de reducción de reticulados.								
AÑO	2019							

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR						3	3
BAHIA BLANCA				ARGENTINA			
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA							
PROGRAMA DE: Sistemas Dinámicos en Teoría de Números				Curso			
				Posgrado			
BIBLIOGRAFIA							
1. Baladi, V., Vallée, B. (2005) Euclidean algorithms are Gaussian. J. Number Theory 110 331–386.							
2. Dajani, K., Kraaikamp, C. <i>Ergodic theory of numbers</i> , Carus Mathematical Monographs, 2002.							
3. Flajolet, Ph., Segdewick, R. <i>Analytics combinatorics</i> , Cambridge University Press, 2009.							
4. Lasota, A., Mackey, M. <i>Chaos, fractals and noise, stochastic aspects of dynamics</i> , Springer, 1994.							
5. Parry, W., Pollicott, M. <i>Zeta functions and the periodic orbit structure of hyperbolic dynamics</i> , Société Mathématique de France, 1990.							
6. Shallit, J. (1994) Origins of the Analysis of the Euclidean Algorithm, Historia Mathematica 21, 401-419.							
7. Tenenbaum, G. <i>Introduction to analytic and probabilistic number theory</i> , Cambridge University Press, 1995.							
8. Vallée, B. (2003) Dynamical analysis of a class of Euclidean algorithms, Theoretical Computer Science, 297 (1–3), 17, 447-486.							
9. Vallée, B. (2006) Euclidean dynamics, Discrete and Continuous Dynamical Systems 15 (1) 281–352.							
AÑO		PROFESOR RESPONSABLE			DIRECTOR DEPARTAMENTO		
2019		Dra. Brigitte VALLÉE-SALESSE					
AÑO	2019						