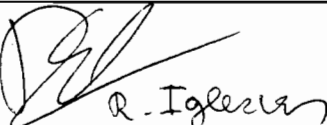


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR							1	4
BAHIA BLANCA		-	ARGENTINA					
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA								
PROGRAMA DE: Transformadas Rápidas de Fourier generalizadas						Curso / Seminario		
						Posgrado		
HORAS			PROFESOR RESPONSABLE					
60			Rodrigo Iglesias					
Requisitos previos								
Nociones de álgebra lineal y estructuras combinatorias								
DESCRIPCIÓN								
El propósito del curso es mostrar la Transformada de Fourier en un sentido amplio, como un principio por el cual una señal o función $f(x)$ sobre un espacio X (discreto o continuo) con una cierta estructura (topológica, diferencial, algebraica, combinatoria, etc.) se descompone como una combinación lineal de modos fundamentales, en el mismo sentido que el acorde de un piano se descompone como una superposición de notas o frecuencias puras. En el caso más clásico, X es el círculo, con su estructura natural de grupo abeliano. Cuando el espacio X tiene mucha simetría, como es el caso de un grupo o un espacio homogéneo, estos modos fundamentales exhiben patrones notables. Los ejemplos van desde las funciones especiales del análisis a objetos combinatorios como los Young tableaux. El énfasis del curso apunta hacia un aspecto en principio práctico: cómo calcular una transformada de Fourier (o sea la descomposición de $f(x)$) en un espacio discreto finito X de un modo eficiente para que sea tecnológicamente útil. Cuando X es un espacio homogéneo, veremos cómo este requerimiento computacional nos lleva con naturalidad a considerar aspectos puramente combinatorios de la teoría de representaciones de grupos. La "Fast Fourier Transform" (FFT) es un algoritmo descubierto por Gauss y redescubierto por Cooley-Tuckey en los 50's que calcula eficientemente la transformada de Fourier cuando X es el grupo Z_N y tuvo un enorme impacto tecnológico. Más recientemente se han desarrollado algoritmos rápidos (algunos de los cuales veremos en el curso) para muchos grupos finitos o compactos no abelianos y para sus espacios homogéneos. Por otro lado, es un hecho que las señales $f(x)$ que se dan en la naturaleza suelen ser esparsas, es decir, son bien aproximadas por una superposición de una pequeña cantidad k de modos fundamentales. Esto motiva el diseño de algoritmos que dependen eficientemente respecto de este parámetro k, ya no del tamaño de X. Estudiaremos las ideas de algoritmos muy recientes que dan solución a este problema en el caso Z_N y analizaremos cómo tratar la esparsidad cuando las señales provienen de espacios no abelianos. Si bien el curso está caracterizado por motivaciones computacionales y sus aplicaciones, no deja de ser una oportunidad para una introducción básica a temas clásicos de la matemática pura, como son la teoría de representaciones de grupos finitos o la combinatoria de las representaciones del grupo simétrico.								
AÑO								

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR							2	4
BAHIA BLANCA - ARGENTINA								
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA								
PROGRAMA DE: Transformadas Rápidas de Fourier generalizadas						Curso / Seminario		
						Posgrado		
OBJETIVO Introducir el concepto general de Transformada de Fourier para acciones de grupos tanto abelianos como no abelianos, y mostrar su universalidad a través de ejemplos provenientes de áreas muy diferentes. Mostrar las motivaciones científicas y tecnológicas de considerar la complejidad computacional de estas transformadas, y mostrar cómo su solución involucra entender la estructura combinatoria de estos grupos y espacios. Aproximarse a las ideas necesarias para entender el problema de la Transformada Rápida Esparsa en el contexto no abeliano. MOTIVACION O FUNDAMENTACION DEL CURSO Dado que el análisis de Fourier y la teoría de representaciones de grupos impregnan la matemática y la física modernas, y dado que sus teorías básicas usualmente no están incluidas en la educación de pregrado de las licenciaturas en Matemática, resulta necesario para varios alumnos de posgrado y también de pregrado una introducción a las mismas MECANISMO DE EVALUACIÓN Los alumnos serán evaluados a partir de la realización de listas de ejercicios, así como de la elaboración de una monografía final sobre algún tópico de la materia que será acordado al final del curso.								
AÑO								

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR							3	4
BAHIA BLANCA - ARGENTINA								
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA								
PROGRAMA DE: Transformadas Rápidas de Fourier generalizadas						Curso / Seminario		
						Posgrado		
PROGRAMA 1- Transformada de Fourier en grupos finitos. Teoría de representaciones de grupos finitos. Caracteres. Identidad de Plancherel. El álgebra de grupo. Fórmula de inversión de Fourier. 2- Ejemplos. El caso abeliano finito. El caso del grupo simétrico S_n. Representaciones del grupo simétrico via el enfoque de Okounkov-Vershik. Operadores de Jucys-Murphy. Bases de Gelfand-Tsetlin y combinatoria de los Young tableaux. 3- Grafos de Cayley. Laplaciano de un grafo. Teoría espectral de grafos. La base de Fourier como la base de autofunciones de Laplacianos de grafos de Cayley. 4- Fourier en $(\mathbb{Z}_2)^n$. Aplicación al análisis de funciones booleanas. Análisis de influencias en sistemas de votaciones. 5- Teorema de Peter-Weyl. Generalizaciones de la transformada de Fourier a grupos compactos, grupos algebraicos y grupos cuánticos. 6- Nociones básicas de complejidad computacional. Máquinas de Turing. Definición de los recursos básicos de un algoritmo: tiempo, espacio, aleatoriedad. Complejidad de circuitos. Modelo algebraico de computación. Definición de la Transformada de Fourier Rápida (FFT) 7- Fast Fourier en $\mathbb{Z}_N$. El algoritmo de Cooley-Tuckey. Caso $N=2^n$. Caso $N=p$ primo. Aplicación: algoritmo de factorización de Shor en computación cuántica. 8- FFT para el grupo simétrico. FFT para espacios homogéneos discretos: espacios de k-subconjuntos y Grassmannianas. 9- FFT combinatorias. La correspondencia de Robinson-Schensted entre permutaciones y bitableaux. El algoritmo de inserción como una FFT sobre un grupo cuántico. 10- Esparsidad y Compressed Sensing. Principios de incertidumbre. Compresión de señales. Algoritmos sublineales. Faster than Fast Fourier.								
AÑO								

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR		4	4
BAHIA BLANCA - ARGENTINA			
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA			
PROGRAMA DE: Transformadas Rápidas de Fourier generalizadas		Curso / Seminario	
		Posgrado	
BIBLIOGRAFIA • Terras, Audrey. Fourier analysis on finite groups and applications. No. 43. Cambridge University Press, 1999. • Rockmore, Dan, et al. Fast Fourier transform for fitness landscapes. Applied and Computational Harmonic Analysis 12.1 (2002): 57-76. • Fulton, William, and Joe Harris. Representation theory: a first course. Vol. 129. Springer, 1991. • Maslen, David K., and Daniel N. Rockmore. Generalized FFTs: a survey of some recent results. Groups and Computation II. Vol. 28. 1997. • Diaconis, Persi, and Daniel Rockmore. Efficient computation of the Fourier transform on finite groups. Journal of the American Mathematical Society 3.2 (1990): 297-332. • Lascoux, Alain, Bernard Leclerc, and Jean-Yves Thibon. "The plactic monoid." Algebraic Combinatoric on Words (2002). • Shor, Peter W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. SIAM journal on computing 26.5 (1997): 1484-1509. • Donoho, David L. Compressed sensing. Information Theory, IEEE Transactions on 52.4 (2006): 1289-1306. • Gilbert, Anna C., et al. One sketch for all: fast algorithms for compressed sensing. Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing. ACM, 2007. • Vershik, A. M., and A. Yu Okounkov. A new approach to the representation theory of the symmetric groups. II. Journal of Mathematical Sciences 131.2 (2005): 5471-5494. • Ceccherini-Silberstein, Tullio. Representation theory of the symmetric groups: the Okounkov-Vershik approach, character formulas, and partition algebras. Vol. 121. Cambridge University Press, 2010. • Papadimitriou, Christos H. Computational complexity. John Wiley and Sons Ltd., 2003. • O'Donnell, Ryan. Some topics in analysis of Boolean functions. Proceedings of the 40th annual ACM symposium on Theory of computing. ACM, 2008. • Gilbert, Anna C., Martin J. Strauss, and Joel A. Tropp. A tutorial on fast fourier sampling. Signal processing magazine, IEEE 25.2 (2008): 57-66.			
AÑO	PROFESOR RESPONSABLE	DIRECTOR DEPARTAMENTO	
2014	 R. Iglesias	 Dr. SHELDY JAVIER OMBROSI DIRECTOR DECANO Departamento de Matemática	