

CURSO de POSGRADO: Fundamentos de Optimización

Segundo cuatrimestre de 2013

Profesor responsable: María Cristina Maciel.

Objetivo: Estudiar elementos de Análisis Convexo utilizados en los fundamentos de la optimización así como las condiciones de optimalidad en Programación no Lineal.

Requisitos: Este curso está dirigido a los alumnos graduados de Matemática y a todos aquellos que tengan sólidos conocimientos de

1. Álgebra Lineal.
2. Análisis Real.

3. Carga horaria: 60 horas.

4. Evaluación: Entrega de ejercicios y examen final.

Programa

Unidad I: Conjuntos convexos - Funciones convexas

1. Convexidad y optimización.
2. Conjuntos convexos. Topología de los conjuntos convexos.
3. Funciones convexas. Conjuntos de nivel de una función. Función real extendida. Epi-grafo de una función. Continuidad de funciones convexas. Reconocimiento de funciones convexas. Caracterización en el caso diferenciable.
4. Funciones casi-convexas, pseudoconvexas, invexas y como-convexas (*convexlikeness*). Relaciones, propiedades y ejemplos.

Bibliografía: [BSS93, IM86, BNO03, BL, BV04].

Unidad II: Conos

1. Conos. Conos convexos. Cono Polar.
2. Cápsula convexa. Cápsula afín. Dependencia e independencia lineal positiva. Teorema de Caratheodory.
3. Cono de recesión. Existencia de soluciones del problema de optimización.
4. Teorema de la proyección.
5. Soluciones de problemas convexos. Caso cuadrático.
6. Hiperplanos. Hiperplano soporte. Hiperplano de separación.

Bibliografía: [BSS93, BNO03, BL, BV04, IS05].

Unidad III: Teoremas de la Alternativa

1. Desigualdades lineales. Existencia de Solución. Lema de Tucker.
2. Teorema de Farkas. Criterio de optimalidad para optimización lineal.
3. Teoremas de la alternativa de Motzkin, de Gordan, de Tucker y de Gale.

Bibliografía: [BRO98, BRO01, MAN94].

Unidad IV: Condiciones de Optimalidad

1. Función de Lagrange. Restricciones activas. Existencia de los multiplicadores de Lagrange.
2. La noción de cono tangente en optimización no lineal. Definiciones equivalentes.
3. Desigualdad variacional. Caso convexo.
4. Condiciones necesarias de primer y segundo orden.
5. Condiciones calificadoras de las restricciones.
6. Condiciones suficientes. Regularidad.
7. Condiciones de Fritz-John.

Bibliografía: [BSS93, BER99, BL, GG92, IS05, MAN94].

Unidad V: Dualidad

1. El problema dual.
2. Teorema de dualidad débil: Caracterización de soluciones primales y duales.
3. El caso con restricciones de igualdad. Puntos de silla.
4. Penalización y dualidad.
5. Dualidad fuerte.
6. Condiciones de Fritz-John cuando no existe solución.

Bibliografía: [BSS93, BER99, BNO03, BL, BV04, IS05, MAN94].

Unidad IV: Temas selectos

De acuerdo a la audiencia se desarrollará los conceptos básicos para avanzar en *uno* de los siguientes tópicos:

1. Optimización vectorial [MIE99].
2. Optimización bilevel [DEM02].

Bibliografía

- [BER99] D.P. BERTSEKAS. *Nonlinear Programming*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1999. Second Edition.
- [BL] J.M. BORWEIN and A.S. LEWIS. *Convex Analysis and Nonlinear Optimization. Theory and Examples*. Second Edition.
- [BNO03] D.P. BERTSEKAS, A. NEDIĆ, and A.E. OZDAGLAR. *Convex Analysis and Optimization*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 2003.
- [BRO98] C.G. BROYDEN. A simple algebraic proof of farkas's lemma and related theorems. *Optimization Methods and Software*, 8(3-4):185–199, 1998.
- [BRO01] C.G. BROYDEN. On theorems of the alternative. *Optimization Methods and Software*, 16(1-4):101–111, 2001.
- [BSS93] M.S. BAZARAA, H.D. SHERALI, and C.M. SHETTY. *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*. Wiley & Sons, New York, 1993. Second edition.
- [BV04] S. BOYD and L. VANDENBERGHE. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004.
- [DEM02] S. DEMPE. *Foundations of Bilevel Programming*. Kluwer Academic Publishers, New York, 2002.
- [GG92] G. GIORGI and A. GUERRAGIO. On the notion of tangent cone in mathematical programming. *Optimization*, 25(1):11–23, 1992.
- [IM86] A. BEN ISRAEL and B. MOND. What is invexity ? *The Journal of Australian Mathematical Society. Serie B*, 28:1–9, 1986.
- [IS05] A. IZMAILOV and M. SOLODOV. *Otimização - volume 1. Condições de Otimalidades, Elementos de Análisis Convexa e de Dualidade*. IMPA, Río de Janeiro, 2005.
- [MAN94] O.L. MANGASARIAN. *Nonlinear Programming*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1994.
- [MIE99] K. MIETTINEN. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publisher, Boston, 1999.