

CURSO: Fundamentos de Optimización

Año 2011

Profesor responsable: María Cristina Maciel.

Objetivo: Estudiar elementos de Análisis Convexo utilizados en los fundamentos de la optimización así como las condiciones de optimalidad en Programación no Lineal.

Requisitos: Este curso está dirigido a los alumnos graduados de Matemática y a todos aquellos que tengan sólidos conocimientos de

1. Álgebra Lineal.
2. Análisis Real.

3. Carga horaria: 60 horas.

4. Evaluación: Entrega de ejercicios y examen final.

Programa

Unidad I: Conjuntos y funciones convexas

1. Convexidad y optimización.
2. Conjuntos convexas. Topología de los conjuntos convexas.
3. Funciones convexas. Conjuntos de nivel de una función. Función real extendida. Epígrafo de una función. Continuidad de funciones convexas. Reconocimiento de funciones convexas. Caracterización en el caso diferenciable.
4. Conos. Conos convexas. Cono Polar.
5. Cápsula convexa. Cápsula afín. Dependencia e independencia lineal positiva. Teorema de Carathéodory.
6. Cono de recesión. Existencia de soluciones del problema de optimización.
7. Teorema de la proyección.
8. Soluciones de problemas convexas. Caso cuadrático.
9. Hiperplanos. Hiperplano soporte. Hiperplano de separación.

Bibliografía: [1, 3, 5, 9].

Unidad II: Condiciones de Optimalidad

1. Función de Lagrange. Restricciones activas. Existencia de los multiplicadores de Lagrange.
2. Condiciones necesarias de primer y segundo orden.
3. Condiciones calificadoras de las restricciones.
4. Condiciones suficientes. Regularidad.
5. Condiciones de Fritz-John.

Bibliografía: [1, 2, 4, 9, 10].

Unidad III: Dualidad

1. El problema dual.
2. Teorema de dualidad débil: Caracterización de soluciones primales y duales.
3. El caso con restricciones de igualdad.
4. Penalización y dualidad.
5. Dualidad fuerte.
6. Condiciones de Fritz-John cuando no existe solución.

Bibliografía: [1, 2, 3, 4, 5, 9, 10].

Unidad IV: Temas selectos

De acuerdo a la audiencia se desarrollará los conceptos básicos para avanzar en *uno* de los siguientes tópicos:

1. Complementaridad y desigualdad variacional [7, 8].
2. Optimización vectorial [11].
3. Optimización bilevel [6].

Referencias

- [1] M.S. BAZARAA, H.D. SHERALI, and C.M. SHETTY. *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*. Wiley & Sons, New York, 1993. Second edition.
- [2] D.P. BERTSEKAS. *Nonlinear Programming*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1999. Second Edition.

- [3] D.P. BERTSEKAS. *Convex Analysis and Optimization*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 2003.
- [4] J.M. BORWEIN and A.S. LEWIS. *Convex analysis and nonlinear optimization. theory and examples*. Canda, 2008.
- [5] S. BOYD and L. VANDENBERGHE. *Convex Optimization*. Cambrigde University Press, Cambrigde, UK, 2004.
- [6] S. DEMPE. *Foundations of bilevel programming*. Kluwer Academic Publisher, Boston, 2002.
- [7] F. FACCHINEI and J.S.PANG. *Variational Inequalities and Complementarity Problems, Volume I*. Springer verlag, New York, Berlin, 2003.
- [8] M.C FERRIS and J.S.PANG. Engineering and economic applications of complementarity problems. *SIAM Review*, 39(4):669–713, 1997.
- [9] A IZMAILOV and M. SOLODOV. *Otimização - volume 1. Condições de Otimidades, Elementos de Análisis Convexa e de Dualidade*. IMPA, Río de Janeiro, 2005.
- [10] O.L. MANGASARIAN. *Nonlinear Programming*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1994.
- [11] K. MIETTINEN. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publisher, Boston, 1999.