

CURSO: Optimización con Restricciones

Profesor responsable: María Cristina Maciel.

Objetivo: Analizar distintos algoritmos para la resolución del problema de programación no lineal, incluyendo métodos de penalización y de programación cuadrática sucesiva.

Requisitos: Este curso está dirigido a los alumnos graduados de Matemática y a todos aquellos que tengan sólidos conocimientos de

1. Álgebra Lineal.
2. Análisis Matemático II.
3. Optimización sin Restricciones.
3. Conocimientos de algún lenguaje de programación sería conveniente pero no esencial.
4. Texto: básicamente los textos y artículos mencionados en cada unidad.

Programa

Unidad I: Introducción

1. Presentación del problema. Ejemplos.
2. Revisión de las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un mínimo local para el problema general de optimización: Existencia de los multiplicadores de Lagrange. Teoría de Karush-Khun y Tucker.

Bibliografía: [1, 3, 8, 10, 14, 15, 17, 19, 21].

Unidad II: Optimización con restricciones lineales

1. Caso con restricciones de lineales de igualdad:
 - Condiciones de optimalidad.
 - Método de Gradiente Proyectado.
 - Método de Gradiente Reducido.
2. Caso con restricciones de lineales de desigualdad:
 - Condiciones de optimalidad.
 - Método de Restricciones Activas.
 - Métodos para problemas con restricciones de caja.

3. Caso general. Condiciones de Optimalidad

Bibliografía: [3, 10, 13, 17, 19].

Unidad III: Optimización no lineal con restricciones de igualdad

1. Sistema Extendido. Método de Newton.
2. Funciones asociadas al problema.
3. Método de Gradiente Proyectado.
4. Método de Gradiente Reducido Generalizado.

Bibliografía: [9, 17, 13].

Unidad IV: Métodos de penalización

1. Función de Lagrange aumentada. Técnicas secuenciales de minimización sin restricciones.
2. Métodos de penalización externa. Métodos de penalización interna. Métodos de barrera.
3. Funciones de penalización exacta. Métodos de los multiplicadores.
4. Distintas aproximaciones para estimar los multiplicadores de Lagrange.

Bibliografía: [2, 8, 9, 13, 20].

Unidad V: Programación Cuadrática Sucesiva

1. El problema de Programación Cuadrática.
2. Propiedades. Teoremas de convergencia.
3. Métodos para resolver el problema cuadrático.

Bibliografía: [9, 11, 13, 18].

Unidad VI: Métodos de globalización

1. Búsqueda lineal exacta e inexacta.
2. Métodos de región de confianza.
3. Funciones de mérito.
4. Teorema de Convergencia global.

Bibliografía: [5, 6, 9, 14, 19].

3. Caso general. Condiciones de Optimalidad

Bibliografía: [3, 10, 13, 17, 19].

Unidad III: Optimización no lineal con restricciones de igualdad

1. Sistema Extendido. Método de Newton.
2. Funciones asociadas al problema.
3. Método de Gradiente Proyectado.
4. Método de Gradiente Reducido Generalizado.

Bibliografía: [9, 17, 13].

Unidad IV: Métodos de penalización

1. Función de Lagrange aumentada. Técnicas secuenciales de minimización sin restricciones.
2. Métodos de penalización externa. Métodos de penalización interna. Métodos de barrera.
3. Funciones de penalización exacta. Métodos de los multiplicadores.
4. Distintas aproximaciones para estimar los multiplicadores de Lagrange.

Bibliografía: [2, 8, 9, 13, 20].

Unidad V: Programación Cuadrática Sucesiva

1. El problema de Programación Cuadrática.
2. Propiedades. Teoremas de convergencia.
3. Métodos para resolver el problema cuadrático.

Bibliografía: [9, 11, 13, 18].

Unidad VI: Métodos de globalización

1. Búsqueda lineal exacta e inexacta.
2. Métodos de región de confianza.
3. Funciones de mérito.
4. Teorema de Convergencia global.

Bibliografía: [5, 6, 9, 14, 19].

Unidad VII: Temas optativos de Optimización con Restricciones

En esta unidad se presentan temas no clásicos, que están en siendo desarrollados por la comunidad de Optimización y Optimización Numérica. En el curso 2010 se analizarán algunos de los siguientes temas.

1. Métodos no monótonos para optimización no lineal sobre conjuntos convexos, [4].
2. Aplicaciones de Complementaridad [7, 12, 16].

Referencias

- [1] M.S. BAZARAA, H.D. SHERALI, and C.M. SHETTY. *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*. Wiley & Sons, New York, 1993. Second edition.
- [2] D.P. BERTSEKAS. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1996.
- [3] D.P. BERTSEKAS. *Nonlinear Programming*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1999. Second Edition.
- [4] E. BIRGIN, J.M. MARTINEZ, and M. RAYDAN. Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets. *SIAM Journal on Optimization*, 10(4):1196–1211, 2000.
- [5] A. CONN, N.I.M. GOULD, and Ph. TOINT. *Trust-Region Methods*. SIAM-MPS, Philadelphia, Pennsylvania, 2000.
- [6] J.E. DENNIS, M. EL-ALEM, and M.C. MACIEL. A global convergence theory for general trust-region-based algorithms for equality constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 7(1):177–207, 1997.
- [7] M.C FERRIS and J.S.PANG. Engineering and economic applications of complementarity problems. *SIAM Review*, 39(4):669–713, 1997.
- [8] A.V. Fiacco and G.P. McCormick. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.
- [9] R. FLETCHER. *Practical methods of optimization*. J.Wiley & Sons, New York, 1987.

Unidad VII: Temas optativos de Optimización con Restricciones

En esta unidad se presentan temas no clásicos, que están en siendo desarrollados por la comunidad de Optimización y Optimización Numérica. En el curso 2010 se analizarán algunos de los siguientes temas.

1. Métodos no monótonos para optimización no lineal sobre conjuntos convexos, [4].
2. Aplicaciones de Complementaridad [7, 12, 16].

Referencias

- [1] M.S. BAZARAA, H.D. SHERALI, and C.M. SHETTY. *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*. Wiley & Sons, New York, 1993. Second edition.
- [2] D.P. BERTSEKAS. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1996.
- [3] D.P. BERTSEKAS. *Nonlinear Programming*. Athenas Scientific, Belmont, MA, 1999. Second Edition.
- [4] E. BIRGIN, J.M. MARTINEZ, and M. RAYDAN. Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets. *SIAM Journal on Optimization*, 10(4):1196–1211, 2000.
- [5] A. CONN, N.I.M. GOULD, and Ph. TOINT. *Trust-Region Methods*. SIAM-MPS, Philadelphia, Pennsylvania, 2000.
- [6] J.E. DENNIS, M. EL-ALEM, and M.C. MACIEL. A global convergence theory for general trust-region-based algorithms for equality constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 7(1):177–207, 1997.
- [7] M.C FERRIS and J.S.PANG. Engineering and economic applications of complementarity problems. *SIAM Review*, 39(4):669–713, 1997.
- [8] A.V. Fiacco and G.P. McCormick. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.
- [9] R. FLETCHER. *Practical methods of optimization*. J.Wiley & Sons, New York, 1987.

- [10] A. FRIEDLANDER. *Elementos de Programação Não-Linear*. Editora da UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1994.
- [11] A. FRIEDLANDER and J.M. MARTINEZ. On the maximization of a concave quadratic functions with box constraints. *SIAM Journal on Optimization*, 4(1):177–192, 1994.
- [12] A. FRIEDLANDER, J.M. MARTINEZ, and S.A. SANTOS. Solution of linear complementarity problems using minimization with simple bounds. *Journal of Global Optimization*, 6:253–267, 1995.
- [13] P.E. GILL, W. MURRAY, and M.H. WRIGHT. *Practical optimization*. Academic Press, New York, 1981.
- [14] F. GOMES, M.C.MACIEL, and J.M. MARTINEZ. Nonlinear programming algorithms using trust regions and augmented Lagrangians with nonmonotone penalty parameters optimization. *Mathematical Programming*, 84:161–200, 1999.
- [15] M. HESTENES. *Optimization theory*. R. E. Krieger Co, Huntington, New York, 1981.
- [16] J.J JUDICE. Algorithms for linear complementarity problems. In K. Spedicato, editor, *Algorithms for continous optimization*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994.
- [17] D. LUENBERGER. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison Wesley, New York, 1989. Second edition.
- [18] M.C. MACIEL. *A global convergence theory for a general class of trust region algorithms for equality constrained optimization*. PhD thesis, Department of Mathematical Science, Rice University, Houston, Texas, 1992.
- [19] J.M. MARTINEZ and S.A. SANTOS. *Métodos Computacionais de Optimização*. IMPA, Rio de Janeiro,RJ., Brasil, 1995.
- [20] R.A. TAPIA. Quasi-Newton methods for equality constrained optimization: equivalence of existing methods and a new implementation. In O.L.Mangasarian, R.R. Meyer, and S.M. Robinson, editors, *Nonlinear Programming 3*, pages 125–164. Academic Press, New York, 1978.
- [21] R.A. TAPIA. Lecture notes: Nonlinear programming. Houston, Texas 77251, 1988. Rice University.

- [10] A. FRIEDLANDER. *Elementos de Programação Não-Linear*. Editora da UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1994.
- [11] A. FRIEDLANDER and J.M. MARTINEZ. On the maximization of a concave quadratic functions with box constraints. *SIAM Journal on Optimization*, 4(1):177–192, 1994.
- [12] A. FRIEDLANDER, J.M. MARTINEZ, and S.A. SANTOS. Solution of linear complementarity problems using minimization with simple bounds. *Journal of Global Optimization*, 6:253–267, 1995.
- [13] P.E. GILL, W. MURRAY, and M.H. WRIGHT. *Practical optimization*. Academic Press, New York, 1981.
- [14] F. GOMES, M.C.MACIEL, and J.M. MARTINEZ. Nonlinear programming algorithms using trust regions and augmented Lagrangians with nonmonotone penalty parameters optimization. *Mathematical Programming*, 84:161–200, 1999.
- [15] M. HESTENES. *Optimization theory*. R. E. Krieger Co, Huntington, New York, 1981.
- [16] J.J JUDICE. Algorithms for linear complementarity problems. In K. Spedicato, editor, *Algorithms for continuous optimization*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994.
- [17] D. LUENBERGER. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison Wesley, New York, 1989. Second edition.
- [18] M.C. MACIEL. *A global convergence theory for a general class of trust region algorithms for equality constrained optimization*. PhD thesis, Department of Mathematical Science, Rice University, Houston, Texas, 1992.
- [19] J.M. MARTINEZ and S.A. SANTOS. *Métodos Computacionais de Optimização*. IMPA, Rio de Janeiro,RJ., Brasil, 1995.
- [20] R.A. TAPIA. Quasi-Newton methods for equality constrained optimization: equivalence of existing methods and a new implementation. In O.L.Mangasarian, R.R. Meyer, and S.M. Robinson, editors, *Nonlinear Programming 3*, pages 125–164. Academic Press, New York, 1978.
- [21] R.A. TAPIA. Lecture notes: Nonlinear programming. Houston, Texas 77251, 1988. Rice University.

12/2010