

ecuaciones diferenciales estocásticas
primercuatrimestre 2010
universidad nacional del sur
bahía blanca

docente: [pablo groisman](#)

horario: PROXIMAS FECHAS:

19/4 8.30 a 12. CLASE PRACTICA DE 14 a 16.

20/4 8 a 10 y 16 a 18.

18/4 10 a 12 y 14 a 16.

Fechas siguientes tentativas

10, 11 y 12 de mayo.

31/5, 1, 2 de junio.

22, 23 de junio

Para cualquier consulta o comentario sobre la materia, pueden [mandarme un mail](#).

descripción del curso:

Las ecuaciones diferenciales estocásticas se utilizan, entre otras cosas, para modelar y estudiar dinámicas gobernadas por fenómenos aleatorios. Su rol en la modelización de procesos de evolución con componentes aleatorias es similar al de las ecuaciones diferenciales ordinarias para los procesos determinísticos. En este seminario seguiremos las notas del curso “Introduction to Stochastic Differential Equations” escritas por L.C. Evans (para bajarlo, [click aquí](#)). Haremos un repaso de la teoría de probabilidades necesaria para introducir las ecuaciones diferenciales estocásticas, construiremos el movimiento Browniano, que servirá para definir el “ruido blanco”, comúnmente utilizado para modelar componentes aleatorias. Definiremos la integral estocástica y probaremos la fórmula de Ito. Con todo este material podremos definir la noción de solución de una ecuación diferencial estocástica para luego probar existencia y unicidad de dicha solución y propiedades de las soluciones (dependencia en los parámetros, etc.). Veremos algunas aplicaciones. Si hay tiempo e interés, haremos una breve introducción a la resolución numérica de este tipo de ecuaciones.

programa de la materia

- Introducción: Modelos gobernados por ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Breve introducción a la teoría de probabilidades: Variables aleatorias. Esperanza, varianza. Funciones de distribución. Independencia. Lema de Borel-Cantelli. Funciones características. Ley fuerte de los grandes números, Teorema Central del Límite. Esperanza condicional. Procesos estocásticos. Martingalas a parámetro discreto y continuo.
- Movimiento Browniano/Proceso de Wiener: Motivación y definiciones. Construcción del movimiento Browniano de Lévy-Ciesielski. Regularidad de las trayectorias del proceso de Wiener. Markovianidad.
- Integrales estocásticas: Integral de Paley-Wiener-Zygmund. Definición y propiedades de la integral de Ito. Integral de Ito indefinida. Integral de Stratonovich.
- Ecuaciones diferenciales estocásticas: Noción de solución, ejemplos. Teorema de existencia y unicidad. Dependencia en los parámetros. Ecuaciones diferenciales estocásticas lineales.
- Comportamiento de soluciones: estabilidad, tiempo de salida de un dominio, relación con

ecuaciones en derivadas parciales, fórmula de Feymann-Kac, generadores.

- Aplicaciones: modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Breve introducción a la resolución numérica de ecuaciones diferenciales estocásticas: Simulación del proceso de Wiener. Aproximación de integrales estocásticas. El método de Euler-Maruyama. Convergencia débil y convergencia fuerte.

bibliografía

seguiremos fundamentalmente el libro

- L.C. Evans, An introduction to stochastic differential equations, Version 1.2, <http://math.berkeley.edu/~evans/SDE.course.pdf>

bibliografía complementaria

- B. Oksendal. *Stochastic differential equations*, Cuarta edición, Springer, Berlin, 1995.
- L. Arnold. *Stochastic differential equations: theory and applications*, Versión original en alemán, Wiley-Intersci., New York, 1974
- K.L. Chung. *Elementary probability theory with stochastic processes*, Segunda edición, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag New York, New York-Heidelberg, 1975.
- D.J. Higham. [An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations](#). (English. English summary), SIAM Rev. 43 (2001), no. 3, 525--546 (electrónico).
- J. Fernández Bonder y P. Groisman. [Explosiones en ecuaciones diferenciales estocásticas](#), Cursos y Seminarios del Departamento de Matemática, FCEN, UBA.
- I. Karatzas y S.E. Shreve. Brownian motion and stochastic calculus, volume 113 of Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, second edition, 1991.
- E. Platen. An introduction to numerical methods for stochastic differential equations. In Acta numerica, 1999, volume 8 of Acta Numer., pages 197–246. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.
- P. E. Kloeden and E. Platen. Numerical solution of stochastic differential equations, volume 23 of Applications of Mathematics (New York). Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- M. Hirsch, S. Smale. Differential equations, dynamical systems, and linear algebra. Pure and Applied Mathematics, Vol. 60. Academic Press [A subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1974. xi+358 pp.
- Y. Péres, [An invitation to sample paths of Brownian motion](#). Lecture notes edited by B. Virág, E. Mossel, and Y. Xiao.