

NOMBRE DE LA MATERIA: Introducción al Análisis Funcional y a la Teoría de Operadores

CANTIDAD DE HORAS: 65.

OBJETIVO

El objetivo de este curso es proveer una formación básica en los temas de Análisis Funcional en general y de la teoría de medida e integración en particular. Es necesario señalar que, en la actualidad, es esencial conocer las bases del Análisis Funcional para la comprensión de muchos de los temas vinculados a la Teoría de Control y Análisis de Sistemas Dinámicos.

Además de los problemas clásicos, se presentarán aplicaciones a la Teoría de Control Automático.

PROGRAMA

1. Nociones básicas de espacios métricos y topológicos

- 1.1 Preliminares de Teoría de Conjuntos
- 1.2 Espacios métricos.
- 1.3 Espacios topológicos: definición y propiedades básicas.
- 1.4 Convergencia y convergencia uniforme de sucesiones. Completitud.

2. Medida e integración

- 2.1 Funciones de conjunto.
- 2.2 Construcción de la medida de Lebesgue. Espacios de medida.
- 2.3 Funciones medibles. Funciones simples.
- 2.4 Integral de Lebesgue de funciones medibles.
- 2.5 Teoremas integrales de Fatou, Beppo-Levi y Lebesgue.
- 2.6 Medida de espacios producto. Teorema de Fubini.
- 2.7 Integración de funciones de variable compleja.
- 2.8 Funciones de clase L^p .

3. Espacios normados. Espacios de Banach

- 3.1 Grupos. Espacios vectoriales. Álgebras.
- 3.2 Espacios normados y espacios de Banach: definición y propiedades.
- 3.3 Espacios normados de dimensión finita. Subespacios. Espacios compactos.
- 3.4 Operadores lineales. Operadores lineales acotados y continuos.
- 3.5 Funcionales lineales.
- 3.6 Operadores lineales y funcionales en espacios de dimensión finita.
- 3.7 Espacios normados de operadores. Espacio dual.

4. Espacios de Hilbert

- 4.1 Espacios de Hilbert: definición y propiedades.
- 4.2 Teoremas básicos de los espacios de Hilbert.
- 4.3 Representación de funcionales en un espacio de Hilbert (Teorema de Riesz).
- 4.3 Operador adjunto. Operadores autoadjunto, unitario, normal.

5. Teoremas fundamentales para espacios normados y de Banach

- 5.1 Teorema de Hahn-Banach.
- 5.2 Principio de acotación uniforme.
- 5.3 Teorema de la aplicación abierta.
- 5.4 Teorema del gráfico cerrado.

6. Teorema del punto fijo.

- 6.1 Teorema de Banach del punto fijo.
- 6.2 Aplicación del Teorema del punto fijo a ecuaciones lineales.
- 6.3 Aplicación del Teorema del punto fijo a ecuaciones diferenciales.
- 6.4 Aplicación del Teorema del punto fijo a ecuaciones integrales.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] BACHMAN, G. and NARICI, L. *Functional Analysis*. Academic Press, New York, 1966.
- [2] BEAR, A *Tutorial on Lebesgue Integral*. Academic Press, 1996.
- [3] COTLAR, M. and CIGNOLI, M. *An Introduction to Functional Analysis*. North Holland and Elsevier Publ.
- [4] COTLAR, M. and CIGNOLI, M. *Nociones de Espacios Normados, tomos I y II*. Editorial Universitaria de Buenos Aires (EUDEBA).
- [5] DIEUDONNÉ, J. *Foundations of Modern Analysis*. Academic Press, New York, 1960.
- [6] EDWARDS, R. V. *Functional Analysis: Theory and Applications*. Holt, Rinehart and Winston, 1965.
- [7] KOLMOGOROV, A.W., FOMÍN, S.V. *Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional*. MIR .
- [8] KREYSZIG, Erwin. *Introductory Functional Analysis with Applications*. John Wiley & Sons, 1978.
- [9] RUDIN, Walter. *Principios de Análisis Matemático*. Mc.Graw Hill, España, 1966.
- [10] RUDIN, Walter. *Functional Analysis*.