

NOMBRE DE LA MATERIA: Introducción a la Teoría de Wavelets y sus Aplicaciones.

CANTIDAD DE HORAS: 60.

OBJETIVO

El objetivo de este curso es proveer una formación básica en la teoría de wavelets. En la actualidad, la transformada wavelet es una herramienta muy poderosa en aplicaciones de detección, estimación y modelación. Esta técnica permite analizar funciones no estacionarias, es decir funciones de corta duración temporal, posibilitando la detección y caracterización de las mismas. Otras de sus numerosas aplicaciones son la compresión de información y la expresión de fractales. Por eso considero que es de suma importancia una formación básica en este tema para aquellos interesados en un campo tan extenso de la Matemática Aplicada. Por otra parte, es también un tema muy interesante para aquellos que deseen realizar investigación pura ya que hay muchos problemas de interés matemático que surgen de esta teoría.

PROGRAMA

1. Preliminares

- 1.1 Álgebra lineal y bases duales.
- 1.2 Producto interno, operadores lineales adjuntos y bases recíprocas.
- 1.3 Espacios de funciones y espacios de Hilbert.
- 1.4 Series de Fourier, transformada de Fourier y procesamiento de señales.
- 1.5 Ejercicios de aplicación.

2. Transformada de Fourier con ventana

- 2.1 Motivación y definición de la Transformada de Fourier con ventana.
- 2.2 Localización en tiempo-frecuencia.
- 2.3 La fórmula de reconstrucción.
- 2.4 Procesamiento de señales en el dominio tiempo-frecuencia.
- 2.5 Ejercicios de aplicación.

3. Transformada wavelet continua

- 3.1 Motivación y definición de la transformada wavelet.
- 3.2 Fórmula de reconstrucción.
- 3.3 Localización en frecuencia y señales analíticas.
- 3.4 Wavelets, distribución de probabilidades y "detalle".
- 3.5 Ejercicios de aplicación.

4. Frames generalizados

- 4.1 De la resolución de la identidad a los frames.
- 4.2 Fórmula de reconstrucción y condición de consistencia.
- 4.3 Frames versus bases.
- 4.4 Reconstrucción recursiva.

- 4.4 Frames discretos.
- 4.5 Un ejemplo de dimensión finita: Las raíces de la unidad.
- 4.5 Ejercicios de aplicación.
- 5. Análisis en tiempo-frecuencia de sistemas discretos. Muestreo**
 - 5.1 El teorema de muestreo de Shannon.
 - 5.2 Muestreo en el dominio tiempo-frecuencia.
 - 5.3 Muestreo en tiempo versus muestreo en tiempo-frecuencia.
 - 5.4 Otros subframes discretos.
 - 5.5 Frames y ortogonalidad.
 - 5.6 Ejercicios de aplicación.
- 6. Análisis en tiempo-escala de sistemas discretos**
 - 6.1 Muestreo en el dominio tiempo-escala.
 - 6.2 Frames discretos con wavelets de banda limitada.
 - 6.3 Otros frames de wavelets discretas.
 - 6.4 Ejercicios de aplicación.
- 7. Análisis por multirresolución**
 - 7.1 La idea de multirresolución.
 - 7.2 Cálculo operacional para esquemas de filtrado por subbandas.
 - 7.3 Visualización en el dominio frecuencia.
 - 7.4 Ejercicios de aplicación.
- 8. Bases de wavelets ortonormales: Wavelets de Daubechies**
 - 8.1 Construcción de filtros FIR.
 - 8.2 Construcción recursiva de la ϕ en el dominio frecuencia.
 - 8.3 Recursividad en el tiempo: Interpolación diádica.
 - 8.4 Ejercicios de aplicación.

BIBLIOGRAFÍA

- N.I. ACKIEZER, *Theory of Approximations*, Ungar, New York, 1956.
- N.I. ACKIEZER, *Theory of Linear Operators in Hilbert Space*, Ungar, New York, 1961.
- J.J. BENEDETTO AND M.W. FRAZIER, EDS. *Wavelets: Mathematics and Applications*, CRC Press, Boca Ratón, 1993.
- C. K. CHUI, ED. *Wavelets: A tutorial in Theory and Applications*. Academic Press, Inc. 1992.
- C. K. CHUI, ED. *An Introduction to Wavelets*. Academic Press, Inc. 1992.
- J. M. COMBES, A. GROSSMANN AND PH. TCHAMITCHIAN, EDS. *Wavelets-Time-Frequency Methods and Phase Space*, Proceedings of the Int. Conf., Marseille, Dec. 1987, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- I. DAUBECHIES. *Orthonormal bases of compactly supported wavelets*. Communications in Pure and Applied Mathematics, vol.41, pp.909-996, Nov. 1988.

- I. DAUBECHIES. *The Wavelet Transform, Time Frequency Localization and Signal Analysis*. IEEE Trans. on info Theory. Vol. 36. No. 5. pp. 961-1005, Sep. 1990.
- I. DAUBECHIES. *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1992.
- M. FRISCH AND H. MESSER. *The use of the Wavelet Transform in the Detection of an Unknown Transient Signal*. IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 38. No. 2. March 1992.
- I.M. GEL'FAND AND G.E. SHILOV. *Generalized Functions*, Vol. I, Academic Press, New York, 1964.
- C. HEIL AND D. WALNUT. *Continuous and Discrete Wavelet Transforms*. Society for Industrial and Applied Mathematics. SIAM Review. Vol. 31, No. 4. pp 628-666. December 1989.
- G. KAISER. *A Friendly Guide to Wavelets*, Birkhäuser, Boston, 1994.
- S. MALLAT. *A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation*. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intell. Vol. 11. No. 7 pp. 674-693. July 1989.
- S. MALLAT. *Multiresolution Approximations and Wavelet Orthonormal Bases of $L^2(\mathbb{R})$* . Trans. Amer. Math. Soc. Vol. 315. No. 1. pp 69-87. September 1989.
- Y. MEYER. *Ondelettes et Operateurs*, 2 volumes, Hermann, 1988.
- Y. MEYER. *Wavelets*, Cambridge University Press, 1992.
- O. RIOUL AND M. VETTERLI. *Wavelets and Signal Processing*. IEEE SP Magazine, pp. 14-38. Oct. 1991.
- O. RIOUL AND P. DUHAMEL. *Fast Algorithms for discrete and Continuous Wavelet Transform*. IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 38. No. 2. March 1992.
- W. RUDIN. *Real and Complex Analysis*. McGraw hill, New York, 1966.
- E. STEIN AND G. WEISS. *Fourier Analysis on Euclidean Spaces*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1971.
- M. VETTERLI AND C. HERLEY. *Wavelet and Filter Banks: Relationships and new Results*. Proc. 1990 IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Proc. Albuquerque, NM. pp. 1723-1726. Apr. 3-6 1990.