

Curso de posgrado

Título: Grupos Algebraicos

Período: 2do cuatrimestre de 2006

Programa:

1- Geometría algebraica Variedades afines y proyectivas. Dimensión. Morfismos. Espacio tangente de Zariski. Variedades completas.

2- Grupos algebraicos afines Definición y ejemplos de grupos algebraicos. Grupos clásicos. Subgrupos y homomorfismos. Acciones de grupos algebraicos en variedades. Orbitas cerradas. Acción en las funciones.

3- Algebras de Lie. Teoría en característica 0. Algebra de Lie de un grupo algebraico. Ejemplos. Correspondencia entre subgrupos y subalgebras de Lie, subgrupos normales e ideales. Diferencial de la traslación a derecha. La representación adjunta. Automorfismos y derivaciones. Grupos y algebras de Lie semisimples. Reducibilidad completa. Generación finita del anillo de funciones invariantes.

4- Espacios homogéneos. Acción en potencias exteriores y teorema de Chevalley. Pasaje a espacio proyectivo. Cocientes.

5- Elementos semisimples y unipotentes Descomposición de Jordan en grupos algebraicos. Estructura de grupos algebraicos conmutativos. Toros. Pesos y raíces.

6- Grupos solubles Grupos solubles, nilpotentes y unipotentes. Teorema de Lie-Kolchin. Acción de un grupo diagonalizable. Grupos solubles conexos. Radical soluble y unipotent. Grupos de dimensión 1.

7- Subgrupos de Borel Teorema de punto fijo de Borel. Conjugación de subgrupos de Borel y toros maximales. Teoremas de densidad y conexidad. Subgrupos de Cartan. La variedad G/B .

8- Grupo de Weyl Toros regulares y singulares. Acción de un toro maximal en G/B . Camaras de Weyl.

9- Estructura de grupos reductivos Sistemas de raíces. Raíces simples. Grupo de automorfismos de un grupo semisimple. Descomposición de Bruhat.

10- Representaciones. Pesos. Vectores de peso máximo. Construcción de representaciones irreducibles. Formas bilineales invariantes.

Bibliografía:

W. Fulton, J. Harris, 'Representation Theory. A First Course', Springer-Verlag New York, 1991.

J. E. Humphreys, 'Introduction to Lie Algebras and Representation Theory', Springer-Verlag New York, 1972.

J. E. Humphreys, 'Linear Algebraic Groups', Springer-Verlag, 1975.