DINÁMICA CUÁNTICA EN CIERTAS VARIEDADES COMPLEJAS

Guillermo Capobianco y Walter Reartes
Departamamento de Matemática, UNS
capobian@criba.edu.ar, reartes@uns.edu.ar

En este trabajo desarrollamos un procedimiento para cuantizar una variedad riemanniana utilizando el formalismo de funciones holomorfas.

Sea Q una variedad riemanniana (conexa, geodésicamente completa) y P su fibrado cotangente. En P tomamos una estructura compleja J positiva y compatible con la forma simpléctica canónica, ω. Elegimos J de tal manera que la métrica $g = \omega(\cdot, J\cdot)$ coincida con el levantamiento de la métrica de Q. Si J es integrable P es una variedad de Kähler.

Tomamos un punto m de P y definimos en el espacio de funciones holomorfas $\mathcal{H}(P)$ el siguiente producto escalar:

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int_{T_m P} \overline{\phi(\exp_m z)} \psi(\exp_m z) e^{-|z|^2} \, d\mu(z),$$

donde $d\mu(z)$ es una medida adecuadamente elegida en $\mathbb{C}^n$.

El conjunto de funciones holomorfas de cuadrado integrable con este producto es un espacio de Hilbert, similar a los de funciones holomorfas estudiados en [1]. Lo llamamos $\mathcal{H}L^2(P)$. En este espacio hay un núcleo reproductor $K\colon P \times P \to \mathbb{C}$.

Sea H el operador hamiltoniano en $\mathcal{H}L^2(P)$, representado por el núcleo integral K_H. Definimos el propagador infinitesimal de evolución de la siguiente manera:

$$u_\Delta \phi(m) = \int_{T_m P} K(m, \exp_m z) \phi(\exp_m z) e^{-|z|^2} e^{-i\Delta K_H / K} \, d\mu(z).$$

A partir de éste podemos encontrar el operador de evolución tomando el siguiente límite:

$$U_t \phi(m) = \lim_{n \to \infty} {u_{t/n}}^n \phi(m).$$

Referencias

[1] B. Hall. Holomorphic methods in mathematical physics. arXiv:quant-ph/9912054v2, 2000.