

Representación y Dualidad para álgebras de Hilbert con supremo

Sergio A. Celani- Daniela Montangie

En el artículo [1] estudiamos una dualidad para las álgebras de Hilbert por medio de espacios ordenados topológicos satisfaciendo condiciones adicionales. En este trabajo probamos que es posible dar una definición más compacta de espacio dual sin utilizar el orden. Con esta nueva definición damos una representación y una dualidad topológica para las álgebras de Hilbert con supremo, es decir, para las álgebras $\langle A, \vee, \rightarrow, 1 \rangle$ donde $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ es un álgebra de Hilbert, $\langle A, \vee, 1 \rangle$ es un semirretículo superior, y tal que $a \rightarrow b = 1$ si y sólo si $a \vee b = b$, para todo par $a, b \in A$. Definimos dos categorías algebraicas con los mismos objetos. La primera categoría tiene como morfismos a los semi-homomorfismos entre álgebras de Hilbert con supremo. La segunda categoría tiene como morfismos a los homomorfismos entre álgebras de Hilbert con supremo. Para cada una de estas categorías se prueba que es dual a una apropiada categoría cuyos objetos son espacios de Hilbert cuya base de abiertos compactos es cerrada bajo intersecciones.

Un ideal en un álgebra de Hilbert con supremo es un subconjunto decreciente cerrado bajo supremos finitos. Probamos que el conjunto $Id(A)$ de todos los ideales de un álgebra de Hilbert con supremo A es un retículo provisto de una implicación \rightarrow tal que $\langle Id(A), \rightarrow, A \rangle$ es un álgebra de Hilbert. Por último, aplicamos la dualidad para mostrar que existe una correspondencia biyectiva entre ideales de un álgebra de Hilbert A y ciertos subconjuntos que son subconjuntos abiertos en la co-topología del espacio dual del álgebra de Hilbert.

References

- [1] S. A. CELANI, L.M. CABRER AND D.MONTANGIE, Representation and Duality for Hilbert algebras (enviado a publicar).