Álgebras libres en las variedades de álgebras de Heyting con sucesor generadas por cadenas finitas

J.L. Castiglioni[1,2] y H.J. San Martín[2]

La función sucesor en álgebras de Heyting fue introducida en [K] y estudiada en [CC]. La clase de las álgebras de Heyting con sucesor forma una variedad, SHeyt, de tipo (2,2,1,0,0).

Para cada número natural $n \geq 1$ escribamos SHeyt_n para indicar la variedad de álgebras de Heyting con sucesor S, que satisfacen la ecuación

$$S^n(0) = 1$$

Observemos que la cadena de $n+1$ elementos, L_n, pertenece a SHeyt_n. Para $n \geq 0$ escribamos SLHeyt_n para indicar la subvariedad de SHeyt_n generada por L_n. En [CC], Teorema 6.1, se prueba que todos los conectivos implícitos de L_n son términos en la signatura de SHeyt. La prueba de este teorema muestra además que el conjunto de los conectivos implícitos de L_n coincide con el conjunto de polinomios de Heyting, que por la afín completud local de la variedad de las álgebras de Heyting, coincide a su vez con el conjunto de funciones compatibles en L_n. En consecuencia, los conectivos implícitos unarios de L_n, los cuales son los elementos del álgebra libre en un generador de SLHeyt_n, admiten una descripción explícita. En la Figura 2 de [CC] se muestra el diagrama para el álgebra libre en un generador en la variedad SLHeyt_2.

Inspirados en el resultado anterior, daremos una descripción completa (como suma y producto de álgebras conocidas) de las álgebras libres en un generador para las variedades SLHeyt_n, con $n \geq 1$. Finalmente usaremos el conocimiento de las álgebras libres en estas variedades para describir el álgebra libre en un generador en la subvariedad de SHeyt generada por todas las cadenas finitas. Esto lo haremos indicando cómo es el espacio de Heyting asociado a dicha álgebra.

Referencias

[CC] CAICEDO X. AND CIGNOLI R. *An algebraic approach to intuitionistic connectives.* Journal of Symbolic Logic, 66, N°4, 1620-1636 (2001).

[K] KUSNETSOV, A. V. On the Propositional Calculus of Intuitionistic Provability, *Soviet Math. Dokl.*. vol. 32 (1985). pp. 18-21.

[1]expositor

[2]Depto de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP.