

Comunicaciones de Matemática Aplicada (01 de junio) *Shorts talks in Applied Mathematics (June 01)*

Generación de ciclos en redes neuronales competitivas

Andrea L. Bel¹, Walter A. Reartes², Horacio G. Rotstein³

¹Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur. CONICET, Argentina

² Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur

³ Department of Mathematical Sciences. New Jersey Institute of Technology. CONICET, Argentina

Consideramos redes neuronales recurrentes modeladas por medio de las llamadas redes lineales por sectores [1, 3]. Más específicamente, en este tipo de modelos cada neurona está representada por una ecuación diferencial ordinaria con una no linealidad con umbral (descrita por una función que varía linealmente para valores por encima de cero y se anula en caso contrario). Cada variable representa el nivel de actividad (*firing rate*) de la neurona correspondiente. El sistema de ecuaciones diferenciales resultante es continuo y no diferenciable.

La topología de la red y los impulsos externos que recibe cada neurona determinan la existencia de distintos atractores entre los que se observan, por ejemplo, equilibrios, ciclos límite y soluciones cuasi-periódicas [1, 3, 4]. El comportamiento oscilatorio y la multiestabilidad que emerge en este tipo de redes las convierte en modelos adecuados para el estudio de la codificación y recuperación de patrones de memoria [1].

En este trabajo comentaremos algunos resultados que obtuvimos en redes competitivas, es decir, redes en las que la interacción entre neuronas es siempre inhibitoria aunque no necesariamente simétrica. Consideramos los impulsos externos constantes como parámetros y utilizamos herramientas de la teoría de bifurcaciones de sistemas no diferenciables [2]. Determinamos condiciones bajo las cuales existen ciclos límite estables de la red generados a partir de bifurcaciones de equilibrios.

REFERENCIAS

- [1] C. Curto and A. Degeratu and V. Itskov. Flexible memory networks. *Bull Math Biol.*, 74:590–614, 2012.
- [2] M. di Bernardo, C. J. Budd, A. R. Champneys, and P. Kowalczyk. *Piecewise-smooth Dynamical Systems. Theory and Applications*. Springer-Verlag, New York, 2008.
- [3] R. H. R. Hahnloser, H. S. Seung, and J. J. Slotine. Permitted and forbidden sets in symmetric threshold-linear networks. *Neural Computation*, 15(3):621–638, 2003.
- [4] K. Morrison, A. Degeratu, V. Itskov, and C. Curto. Diversity of emergent dynamics in competitive threshold-linear networks: a preliminary report. *arXiv*, page 12 pp, 2016.

Una metodología para el estudio de la frecuencia de ciclos límite en ecuaciones diferenciales con retardo

Romina Cobiaga, Walter Reartes

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

En este trabajo se consideran sistemas de ecuaciones diferenciales con retardo [3], del tipo

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= f_1(x_1(t), x_2(t), x_1(t - \tau), x_2(t - \tau), \mu) \\x_2'(t) &= f_2(x_1(t), x_2(t), x_1(t - \tau), x_2(t - \tau), \mu).\end{aligned}$$

Suponiendo que este sistema tiene un ciclo límite, se quiere estudiar la dependencia de la frecuencia de dicho ciclo con el parámetro μ . En particular interesa saber si ésta es constante. La metodología desarrollada consiste en considerar a la familia de ciclos límite como función del tiempo y del parámetro, hacer un cambio de coordenadas en el tiempo y derivar las ecuaciones correspondientes respecto de μ . Se genera entonces un sistema de ecuaciones diferenciales lineales no autónomas con retardo para las variaciones de las coordenadas respecto de μ (sistema auxiliar).

Se puede ver que la familia de ciclos límite es isocrónica, es decir, su frecuencia no depende del parámetro, si y solo si el sistema lineal construido anteriormente tiene soluciones periódicas de período 2π .

En este trabajo las soluciones del sistema auxiliar se han obtenido numéricamente, sin embargo podrían aplicarse métodos analíticos para dicho fin. Se muestran varios ejemplos de familias isocrónicas y no isocrónicas, ver también [1, 2].

Se ha observado que en ciertos casos, como los mostrados en [2] existen infinitos ciclos de período 2π del sistema auxiliar. Este fenómeno presenta interés en sí mismo y se ha analizado con detalle.

REFERENCIAS

- [1] A. Bel y W. Reartes. The homotopy analysis method in bifurcation analysis of delay differential equations. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(8), 2012.
- [2] A. Bel y W. Reartes. Isochronous bifurcations in second-order delay differential equations. *Electronic Journal of Differential Equations*, 2014(162):1–12, 2014.
- [3] J. K. Hale y S. M. Verduyn Lunel. *Introduction to Functional Differential Equations*, volumen 99 de *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, 1993.

What kind of bonus point system makes the rugby teams more offensive?

Federico Fioravanti

Using simple tools of game theory in a rigorous way, we compare the level of “offensiveness” that rugby teams have under different kind of punctuation systems usually used in some important tournaments around the world. Under the light of a static model, we will provide predictions about the behaviour of the teams, analyzing if they become more offensive when a bonus point is awarded for scoring more than 4 tries, or the winning team scores three tries more than the other team, or no bonus is awarded. Finally, using a dynamic model and some results from Dynamic Games (Masso - Neme), we will show what bonus system offers better payoffs for the involved teams.

Obstáculos esenciales para grafos arco-circulares Helly

Martín D. Safe¹

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Un grafo arco-circular Helly es el grafo de intersección de un conjunto de arcos en un círculo que satisface la propiedad de Helly. Introducimos la noción de obstáculos esenciales, que es un refinamiento de la noción de obstáculos [1], y probamos que los obstáculos esenciales son precisamente los subgrafos arco-circulares inducidos prohibidos minimales para la clase de los grafos arco-circulares Helly. Mostramos que es posible encontrar en tiempo lineal, en cualquier obstáculo dado, algún subgrafo inducido prohibido minimal para la clase de los grafos arco-circulares Helly contenido como subgrafo inducido. Más aún, apoyándonos en un algoritmo de tiempo lineal existente para encontrar obstáculos inducidos en grafos arco-circulares [1], concluimos que es posible encontrar en tiempo lineal un obstáculo esencial inducido en cualquier grafo arco-circular que no es un grafo arco-circular Helly. El problema de encontrar una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos, no restringida solo a grafos arco-circulares, para los grafos arco-circulares Helly permanece irresuelto. Como una respuesta parcial a este problema, hallamos la caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales para la clase de los grafos arco-circulares Helly restringida a grafos que no contienen claw ni 5-wheel como subgrafo inducido. Más aún, mostramos que existe un algoritmo de tiempo lineal para encontrar, en cualquier grafo dado que no sea arco-circular Helly, un subgrafo inducido isomorfo a claw, a 5-wheel o a un subgrafo inducido prohibido minimal para la clase de los grafos arco-circulares Helly.

REFERENCIAS

- [1] B. L. Joeris, M. C. Lin, R. M. McConnell, J. P. Spinrad y J. L. Szwarcfiter. Linear-time recognition of Helly circular-arc models and graphs. *Algorithmica*, 59(2):215–239, 2011.

¹ Este trabajo fue financiado parcialmente por los proyectos ANPCyT PICT 2012-1324, CONICET PIO 14420140100027CO y UNS PGI 24/ZL16

