Comunicaciones de Geometría (31 de mayo)
Shorts talks in Geometry (May 31)

Geometría de los sistemas Hamiltonianos con puertos

M. Barbero-Liñán, H. Cendra,
D. Martín de Diego, **Eduardo García-Toraño Andrés**

En esta chala recordaremos brevemente la noción de sistema Hamiltoniano con puertos. A continuación, utilizando un formalismo basado en las estucturas de Dirac, intentaremos poner de manifiesto la geometría de estos sistemas y describir la noción de interconexión.

REFERENCIAS

[1] M. Barbero-Liñán, H. Cendra, E. García-Toraño Andrés and D. Martín de Diego. The interplay between Dirac systems, Morse families and Interconnection. *Arxiv preprint*, arXiv:1702.08596.

[2] T.J. Courant. Dirac manifolds. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 319(2):631–661, 1990.

[3] M. Dalsmo and A. van der Schaft. On representations and integrability of mathematical structures in energy-conserving physical systems. *SIAM J. Control Optim.*, 37(1):54–91, 1999.

Hamiltonización en teorías de campo y triples de Tulczyjew

Santiago Capriotti

El problema inverso (tanto en Mecánica como teoría de campos) intenta caracterizar aquellas ecuaciones diferenciales (ordinarias y parciales, respectivamente) que son las ecuaciones de Euler-Lagrange asociadas a algún problema variacional [11, 12]. El problema análogo para las ecuaciones de Hamilton se conoce con el nombre de *Hamiltonización* [9, 4, 10, 8, 1]: Aquí se intenta hallar condiciones que aseguren que un determinado sistema de ecuaciones diferenciales sea equivalente a las *ecuaciones de Hamilton-DeDonder-Weyl* [3, 5, 6, 7] correspondientes a una determinada densidad Hamiltoniana.

En la presente comunicación utilizaremos una formulación de teorías de campo de primer orden mediante triples de Tulczyjew [2] para intentar resolver el problema de Hamiltonización en tales teorías.

REFERENCIAS

[1] A.M. Bloch, O.E. Fernandez, and T. Mestdag. Hamiltonization of nonholonomic systems and the inverse problem of the calculus of variations. *Reports on Mathematical Physics*, 63(2):225 – 249, 2009.

[2] C. M. Campos, E. Guzmán, and J. C. Marrero. Classical field theories of first order and Lagrangian submanifolds of premultisymplectic manifolds. *J. Geom. Mech.*, 4(1):1–26, 2012.

[3] Cédric M. Campos. *Geometric Methods in Classical Field Theory and Continuous Media*. PhD thesis, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de Madrid, 2010.

[4] G F Torres del Castillo. The hamiltonian description of a second-order ode. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 42(26):265202, 2009.

[5] Arturo Echeverria-Enríquez, Manuel de León, Miguel C. Muñoz Lecanda, and Narciso Román-Roy. Extended Hamiltonian systems in multisymplectic field theories. *J.Math.Phys.*, 48:112901, 2007.

[6] Arturo Echeverria-Enríquez, Miguel C. Muñoz Lecanda, and Narciso Román-Roy. Geometry of multisymplectic Hamiltonian first-order field theories. *Journal of Mathematical Physics*, 41(11):7402–7444, 2000.

[7] M.J. Gotay, J. Isenberg, and J.E. Marsden. Momentum maps and classical relativistic fields. I: Covariant field theory. 1997.

[8] Partha Guha and A. Ghose Choudhury. Hamiltonization of higher-order nonlinear ordinary differential equations and the jacobi last multiplier. *Acta Appl. Math.*, 116(2):179–197, November 2011.

[9] Sergio Hojman and Luis F. Urrutia. On the inverse problem of the calculus of variations. *Journal of Mathematical Physics*, 22(9):1896–1903, 1981.

[10] Volker Perlick. The hamiltonization problem from a global viewpoint. *Journal of Mathematical Physics*, 33(2):599–606, 1992.

[11] W Sarlet. The helmholtz conditions revisited. a new approach to the inverse problem of lagrangian dynamics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 15(5):1503, 1982.

[12] D.J. Saunders. Thirty years of the inverse problem in the calculus of variations. *Reports on Mathematical Physics*, 66(1):43 – 53, 2010.

La Grassmanniana restringida y el teorema de foliación simpléctica

Claudia Alvarado

En esta exposición, presentaremos el principal resultado de [2]: la Grassmanniana restringida es una hoja simpléctica en un espacio de Banach-Lie Poisson de distribución característica integrable. Para dar este resultado, repasaremos la noción de variedades de Poisson modeladas en espacio de Banach introducidas por A. Odzijewicz y T. Ratiu [3]. En este contexto, la prueba del teorema clásico de foliación simpléctica para variedades finito dimensionales no se puede reproducir. Así, resulta interesante conocer ejemplos como el mencionado relativo a la Grassmanniana restringida. Esta Grassmanniana es un espacio homogéneo de dimensión infinita que desempeña un papel importante en diversas áreas de matemática y física. Está vinculada con los grupos de lazos [4], la integrabilidad de ecuaciones del tipo KdV [5]. Su estructura de variedad de Khäler fue estudiada en [6] y como variedad Riemanniana de dimensión infinita, el teorema de Hopf-Rinow fue demostrado en [1]. Cabe aclarar que los resutlados a exponer no son originales, y forman parte de un trabajo de iniciación a la investigación.

REFERENCIAS

[1] E. Andruchow, G. Larotonda, *Hopf-Rinow theorem in the Sato Grassmannian*, J. Funct. Anal. 255 (2008), no. 7, 1692–1712.

[2] D. Beltiţă, T. S. Ratiu, A. B. Tumpach, *The restricted Grassmannian, Banach Lie-Poisson spaces, and coadjoint orbits* , J. Funct. Anal. 247 (2007), no. 1, 138-168.

[3] A. Odzijewicz, T. Ratiu, *Banach Lie-Poisson spaces and reduction*, Comm. Math. Phys. 243 (2003), 1-54.

[4] A. Pressley, G. Segal. *Loop groups*. Oxford Mathematical Monographs. Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1986.

[5] G. Segal, G. Wilson. *Loop groups and equations of KdV type*. Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 61 (1985), 5–65.

[6] A.B. Tumpach, *Hyperkähler structures and infinite-dimensional Grassmannians*, J. Funct. Anal. 243 (2007), 158-206.

Los campos de Jacobi del grupo de Lie de las transformaciones de Moebius de la circunferencia

Natalí R. Vansteenkiste, Daniela Emmanuele
Facultad de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario

El comportamiento de las geodésicas de una variedad riemanniana puede ser estudiado mediante los campos de Jacobi. Los campos de Jacobi resultan ser una poderosa herramienta para estudiar la geometría intrínseca y extrínseca de una variedad riemanniana. Los *campos de Jacobi* son campos vectoriales definidos a lo largo de una curva geodésica de una variedad riemanniana que satisface una ecuación diferencial de segundo orden, involucra al operador de curvatura y está asociado a una variación de geodésicas.

En este charla, mostraremos cómo utilizando esta herramienta podemos describir el comportamiento de las geodésicas del grupo de Lie $\mathscr{M}$ de las transformaciones de Moebius de la circunferencia, que resulta una variedad con curvatura variable.

REFERENCIAS

[1] Do Carmo, Manfredo P; *Riemannian Geometry*. Series Mathematics: Theory and Applications. Birkhauser Boston. USA, 1992.
[2] Lee, John M. - *Riemannian Manifolds. An Introduction to Curvature*. Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer-Verlag. New York, 1997.