

SOBRE COMPOSICIONES DE MORFISMOS IRREDUCIBLES Y EL RADICAL DE LA CATEGORÍA DE MÓDULOS

CLAUDIA CHAIO

Consideramos A un álgebra de artin y $\text{mod } A$ su categoría de módulos a izquierda finitamente generados.

Para estudiar $\text{mod } A$ es fundamental entender su radical, $\mathfrak{R}(\text{mod } A)$. Si X e Y son módulos indescomponibles, el radical $\mathfrak{R}(X, Y)$, consiste en los morfismos que no son isomorfismos. Inductivamente se definen las potencias de $\mathfrak{R}(X, Y)$ y $\mathfrak{R}^\infty(X, Y)$ se define como la intersección de todas las potencias naturales de $\mathfrak{R}(X, Y)$.

Es conocido el resultado de R. Bautista de que un morfismo entre módulos indescomponibles es irreducible si y solo si pertenece al radical y no a su cuadrado.

Con el fin de estudiar la relación de la composición de los morfismos irreducibles con respecto a las potencias del radical, S. Liu ([SL], 1992), introdujo la noción de grado de un morfismo irreducible. Este concepto ha mostrado ser una herramienta muy importante para resolver varios problemas de la teoría de Representaciones de álgebras de artin. Entre otros, permitió dar solución a cuándo la composición de dos morfismos irreducibles está en $\mathfrak{R}^3(\text{mod } A)$.

En [CLMT], para k -álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, generalizando técnicas de cubrimientos de Galois, se resolvió el problema de cuándo la composición de n morfismos irreducibles es no nula y pertenece a la potencia $n + 1$ de $\mathfrak{R}(\text{mod } A)$. En [C], si además se considera que el álgebra es de tipo finito, se determinó el índice de nilpotencia de $\mathfrak{R}(\text{mod } A)$. Posteriormente, el referido índice fue extendido para álgebras de artin en [CL].

En esta charla se presentará un resumen de los resultados mencionados y se mostrarán algunos avances sobre el tema.

Referencias

[CLMT] C. Chaio, P. Le Meur, S. Trepode *Degrees of the irreducible morphisms and finite-representation type*. Journal of The London Math Soc (2) 84, (2011), 35-57.

[SL] S. Liu. *Degrees of irreducible maps and the shapes of Auslander-Reiten quivers*. Journal of The London Math. Soc (2) 45, (1992) 32-54.

[C] C. Chaio. *On the Harada and Sai bound.* Bulletin of the London Math Soc. 44, (6), (2012), 1237-1245.

[CL] C. Chaio, S. Liu. *A note on the radical of a module category* Communications in Algebra 41, (12), (2013), 419-4424.