7. Comunicaciones: Lógica y Computabilidad

BL-álgebras monádicas

Expositor: Diego Castaño (Universidad Nacional del Sur, diegocas33@gmail.com)
Autor/es: Diego Castaño (Universidad Nacional del Sur, diegocas33@gmail.com)

En su libro [2] Hájek introdujo las BL-álgebras como una semántica algebraica de su lógica básica, la cual constituye un marco general para la lógica de Łukasiewicz, la de Gödel y la producto. Posteriormente en [4] se probó que la lógica básica de Hájek es la lógica de las t-normas continuas (ver también [3]). En su libro Hájek introdujo asimismo la lógica básica de predicados y probó su completitud fuerte con respecto a su semántica general lineal, es decir, la semántica basada en marcos de Kripke en los que la relación de accesibilidad es total y los valores de verdad se toman sobre una BL-cadena. También describió en forma semántica el fragmento monádico en una sola variable e introdujo una lógica difusa modal S5 equivalente al fragmento monádico en una sola variable. Propuso un conjunto de axiomas y reglas de inferencia para esta lógica y probó luego la completitud respecto de la semántica lineal en [5].

En un trabajo [1] en conjunto con C. Cimadamore, J. P. Díaz Varela y L. Rueda definimos las BL-álgebras monádicas y probamos que son la semántica algebraica equivalente al cálculo monádico (modal S5) de la lógica básica de Hájek. En esta charla, presentaremos los ejemplos más importantes de estas álgebras: las BL-álgebras monádicas funcionales. Veremos cómo construir ejemplos a partir de cualquier BL-álgebra y de alguna subálgebra especial y, en particular, cómo construir todas las álgebras totalmente ordenadas de esta variedad. También discutiremos propiedades de algunas subvariedades importantes, tales como las álgebras de Gödel monádicas y álgebras producto monádicas, y veremos que hay muchos problemas interesantes aún por resolver.

Referencias

[1] D. Castaño, C. Cimadamore, J. P. Díaz Varela, L. Rueda, Monadic BL-algebras: the equivalent algebraic semantics of Hájek's monadic fuzzy logic, enviado a publicar.

[2] P. Hájek, *Metamathematics of fuzzy logic*, Trends in Logic - Studia Logica Library, 4. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998, viii+297 pp.

[3] R. Cignoli, A. Torrens, Standard completeness of Hájek basic logic and decompositions of BL-chains, *Soft Computing* **9** (2005), no. 12, 862–868.

[4] R. Cignoli, F. Esteva, L. Godo, and A. Torrens, Basic fuzzy logic is the logic of continuous t-norms and their residua, *Soft Computing* **4** (2000), no. 2, 106–112.

[5] P. Hájek, On fuzzy modal logics $\mathcal{S}5(\mathcal{C})$, *Fuzzy Sets and Systems* **161** (2010), no. 18, 2389–2396.

Álgebras de Boole Topológicas y Bitopológicas

Expositor: Carlos Ernesto Scirica (Universidad Nacional de San Martín, cscirica@dm.uba.ar)
Autor/es: Carlos Ernesto Scirica (Universidad Nacional de San Martín, cscirica@dm.uba.ar)

Las Álgebras de Boole Topológicas fueron estudiadas, aún con otros nombres, por Tarski [1] y Naturman [2]. Los Espacios Bitopológicos, a su vez, fueron estudiados por [3]. En [4], se construye a partir de Espacios Bitopológicos una familia de Álgebras de Heyting completas y se analizan y comparan distintas completaciones de Álgebras de Heyting. Definiremos y analizaremos Álgebras de Boole Bitopológicas, que relacionan y generalizan naturalmente las estructuras anteriormente mencionadas .

Referencias

[1] Tarski, The algebra of topology. Ann. of Math.45 (1944), 141-191.

[2] Naturman, Colin and Rose, Henry. J. Interior Algebras: Some Universal Algebraic aspects. Korean Math. Soc. 30 (1993), N° 1, pp.1-23

[3] Bezhanishvili G., Bezhanishvili N., Gabelaia D. and Kurz A., Bitopological duality for distributive lattices and Heyting Algebras, Mathematical Structrures in Computer Science, 1-32, (2010)

[4] Scirica, Carlos and Petrovich, Alejandro. A Topological Characterization of the Dedekind-MacNeille Completion of Heyting Algebras. Actas del XIII Congreso Monteiro (2015). 2016, Páginas 101-109

NPc-álgebras y hoops de Gödel

Expositor: Miguel Andrés Marcos (INSTITUTO DE MATEMÁTICA APLICADA DEL LITORAL, UNL, CONICET, FIQ, mmarcos@santafe-conicet.gov.ar)
Autor/es: Miguel Andrés Marcos (INSTITUTO DE MATEMÁTICA APLICADA DEL LITORAL, UNL, CONICET, FIQ, mmarcos@santafe-conicet.gov.ar)

Trabajo en conjunto con S. Aguzzoli, M. Busaniche y B. Gerla.

Los NPc-retículos forman una variedad equivalente a los eN4-retículos, la semántica algebraica de la expansión de la lógica paraconsistente de Nelson por una constante satisfaciendo ciertos axiomas.

En este trabajo estudiamos una representación de los NPc-retículos a través de estructuras twist de sus conos negativos, obteniendo una equivalencia categórica entre la categoría $\mathcal{NPC}$ de NPc-retículos y sus morfismos, y la categoría $\mathcal{BF}$ que tiene por objetos pares de la forma $(\mathbf{L}, \nabla)$ con $\mathbf{L}$ un álgebra de Brouwer y $\nabla \subset L$ un filtro regular, y como flechas $f : (\mathbf{L}, \nabla) \to (\mathbf{L}', \nabla')$ tales que $f : \mathbf{L} \to \mathbf{L}'$ es un morfismo de Brouwer con $f(\nabla) \subset \nabla'$.

Teorema. *El funtor $F : \mathcal{BF} \to \mathcal{NPC}$ que actúa en objetos como*

$$F((\mathbf{L}, \nabla)) = \mathbf{Tw}(\mathbf{L}, \nabla) = \{(a, b) \in L \times L : a \vee b \in \nabla\}$$

y en flechas $f : (\mathbf{L}, \nabla) \to (\mathbf{L}', \nabla')$ como el morfismo $F(f) : \mathbf{Tw}(\mathbf{L}, \nabla) \to \mathbf{Tw}(\mathbf{L}', \nabla')$ dado por $F(f)(x, y) = (f(x), f(y))$, da una equivalencia de categorías.

Para el caso de NPc-retículos que satisfacen la ecuación $(((x \wedge e) \to y) \vee ((y \wedge e) \to x)) \wedge e = e$, a los que llamamos NPc-retículos de Gödel, pues su cono negativo resulta un hoop de Gödel, obtenemos también una dualidad categórica, en el caso finito, con una cierta categoría de pares de árboles.

Como una aplicación de la misma caracterizamos las álgebras libres con una cantidad finita de generadores para los NPc-retículos de Gödel.

Referencias

[1] S. Aguzzoli, S. Bova and B. Gerla, *Chapter IX: Free Algebras and Functional Representation for Fuzzy Logics* from *Handbook of Mathematical Fuzzy Logic. Volume II.* Studies in Logic. College Publications. 2011.

[2] Busaniche, M., Cignoli, R.: *Commutative residuated lattices represented by twist-products*, Algebra Universalis **71**, 5-22 (2014).

[3] M. Busaniche and R. Cignoli, *Residuated lattices as an algebraic semantics for paraconsistent Nelson logic*, J. Log. Comput. **19** (2009), 1019–1029.

[4] S. P. Odintsov, *Constructive Negations and Paraconsistency*, Trends in Logic–Studia Logica Library 26. Springer. Dordrecht (2008)

Semiretículos hemiimplicativos simétricos

Expositor: José Luis Castiglioni (UNLP-CONICET, jlc@mate.unlp.edu.ar)
Autor/es: José Luis Castiglioni (UNLP-CONICET, jlc@mate.unlp.edu.ar); Hernán Javier San Martín (UNLP-CONICET, hernan_sm5@hotmail.com)

Un semiretículo hemiimplicativo es un ínf-semiretículo acotado $(A, \wedge, 1)$ provisto de una operación binaria $\rightarrow$ que satisface que para todo $a, b, c \in A$, $a \leq b \rightarrow c$ implica que $a \cdot b \leq c$ y que para todo $a \in A$, $a \rightarrow a = 1$. Observar que la primera condición es uno de los condicionales que satisface el residuo del ínfimo. La clase de todos los semiretículos hemiimplicativos forma una variedad [SM]. Estas estructuras constituyen un contexto general para el estudio de diferentes clases de álgebras de interés para la lógica, como por ejemplo, la de semiretículos implicativos, la de $\{\wedge, \rightarrow, 1\}$-reductos de álgebras de semi-Heyting [Sank] y la de $\{\wedge, \rightarrow, 1\}$-reductos de álgebras RWH [CJ].

En todo semiretículo hemiimplicativo, $(A, \wedge, \rightarrow, 1)$, es posible definir una operación binaria derivada por: $a \sim b := (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$. Dotando al $\{\wedge, 1\}$-reducto de un semiretículo hemiimplicativo A, de la operación binaria $\sim$, se obtiene nuevamente un semiretículo hemiimplicativo $(A, \wedge, \sim, 1)$, el cual satisface además la ecuación $a \sim b = b \sim a$. Motivados por la observación anterior, llamemos semiretículos hemiimplicativos simétricos a los elementos de la subvariedad de semiretículos hemiimplicativos determinada por la ecuación $a \rightarrow b = b \rightarrow a$. La correspondencia que asocia $(A, \wedge, \rightarrow, 1)$ con $(A, \wedge, \sim, 1)$ define un funtor S de la categoría de semiretículos hemiimplicativos en la de semiretículos hemiimplicativos simétricos.

En esta charla, mostraremos varios ejemplos de estructuras de semiretículo hemiimplicativo con que se pueden dotar a cualquier semiretículo. Estudiaremos la imagen del funtor S, antes definido, y estudiaremos algunas de las propiedades de este funtor. Finalmente, daremos una descripción de los retículos de congruencias en algunas clases particulares de semiretículos hemiimplicativos.

Referencias

[CJ] Celani S.A. and Jansana R., *Bounded distributive lattices with strict implication.* Mathematical Logic Quarterly 51, No. 3, 219–246 (2005).

[Sank] Sankappanavar H.P., *Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras.* Proceedings of the 9th Congreso "Dr. Antonio A. R.", 33–66, Actas Congr. "Dr. Antonio A. R. Monteiro", Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, Argentina (2008).

[SM] San Martín, H.J., *Compatible operations on commutative weak residuated lattices.* Algebra Universalis 73, No. 2, 143–155 (2015).

Sobre álgebras derivadas y subvariedades de los zrupoides implicativos

Expositor: Juan Manuel Cornejo (Departamento de Matemática (UNS) - INMABB (CONICET), jmcornejo@uns.edu.ar)
Autor/es: Juan Manuel Cornejo (Departamento de Matemática (UNS) - INMABB (CONICET), jmcornejo@uns.edu.ar); Hanamantagouda P. Sankappanavar (Department of Mathematics, State University of New York, sankapph@hawkmail.newpaltz.edu)

Es conocido que las álgebras de Boole pueden ser definidas utilizando sólamente la implicación y una constante. En [4] se demuestra que las variedades de las álgebras de De Morgan, las álgebras de Kleene y las álgebras de Boole son equivalentes por términos a variedades definidas por axiomas que utilizan sólo un operador implicacional y una constante. Este hecho motivó a H. P. Sankappanavar a la introducción de una nueva clase ecuacional, $\mathcal{I}$, de álgebras denominadas $z$rupoides implicativos.

Un álgebra $\mathbf{A} = \langle A, \to, 0\rangle$, siendo $\to$ un operador binario y 0 una constante, se dice un *zrupoide implicativo* si $\mathbf{A}$ satisface: $(x \to y) \to z \approx [(z' \to x) \to (y \to z)']'$ y $0'' \approx 0$ con $x' := x \to 0$.

A todo zrupoide implicativo $\mathbf{A}$, se le puede asociar las siguientes álgebras, denominadas *álgebras derivadas*: $\mathbf{A^m} := \langle A, \wedge, 0\rangle$, $\mathbf{A^j} := \langle A, \vee, 0\rangle$ y $\mathbf{A^{mj}} := \langle A, \wedge, \vee, 0\rangle$ donde $x \wedge y := (x \to y')'$ y $x \vee y := (x' \wedge y')'$.

Las variedades $\mathcal{I}_{2,0}$, $\mathcal{RD}$, $\mathcal{SRD}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{CP}$, $\mathcal{A}$, $\mathcal{MC}$, y $\mathcal{CLD}$ se definen en $\mathcal{I}$, respectivamente, por: ($\mathrm{I}_{2,0}$) $x'' \approx x$, (RD) $(x \to y) \to z \approx (x \to z) \to (y \to z)$, (SRD) $(x \to y) \to z \approx (z \to x) \to (y \to z)$,t (C) $x \to y \approx y \to x$, (CP) $x \to y' \approx y \to x'$, (A) $(x \to y) \to z \approx x \to (y \to z)$, (MC) $x \wedge y \approx y \wedge x$, (CLD) $x \to (y \to z) \approx (x \to z) \to (y \to x)$.

Este trabajo pretende ser una continuación de [1], [2], [3] y [4] y su propósito se puede centralizar en dos enfoques. Primero para cada $\mathbf{A} \in \mathcal{I}$, se demuestra que $\mathbf{A}^m$ es un semigrupo. De este resultado el álgebra derivada $\mathbf{A^{mj}}$ es un bisemireticulado distributivo y, además, un sistema de Birkhoff. Segundo, se verifica que $\mathcal{CLD} \subset \mathcal{SRD} \subset \mathcal{RD}$ y $\mathcal{C} \subset \mathcal{CP} \cap \mathcal{A} \cap \mathcal{MC} \cap \mathcal{CLD}$, generalizando resultados anunciados en [4].

Referencias

[1] Cornejo JM, Sankappanavar HP. Sankappanavar. *Implication zroupoids I.* Aceptado para su publicación en Algebra Universalis.
[2] Cornejo JM, Sankappanavar HP (2016) *Order in implication zroupoids.* Studia Logica 104(3), 417-453.
[3] Cornejo JM, Sankappanavar HP (2016) *Semisimple varieties of implication zroupoids.* Soft Computing, pages 1–13.
[4] Sankappanavar HP (2012) *De Morgan algebras: new perspectives and applications.* Sci. Math. Jpn. 75(1):21–50

L_n^2-Álgebras libres

Expositor: Carlos Alberto Gallardo (Universidad Nacional del Sur, gallardosss@gmail.com)
Autor/es: Carlos Alberto Gallardo (Universidad Nacional del Sur, gallardosss@gmail.com); Alicia Ziliani (Universidad Nacional del Sur, aziliani@gmail.com)

En esta nota nos abocamos al estudio de las álgebras de Łukasiewicz $m-$generalizadas de orden n (o L_n^m-álgebras) ([4]), para el caso particular en que $m = 2$. En primer lugar, describimos las álgebras simples de esta variedad para lo cual fue de gran utilidad demostrar ciertas propiedades de los átomos. Finalmente, determinamos las L_n^2-álgebras libres con un conjunto finito de generadores libres e indicamos una forma de calcular su cardinal en función del número de generadores de las mismas.

Referencias

[1] T. Blyth, J. Varlet, Ockham Algebras. Oxford University Press, New York, 1994.

[2] R. Cignoli, *Moisil Algebras*, Notas de Lógica Matemática 27, Univ. Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, 1970.

[3] A. V. Figallo, C. Gallardo, A. Ziliani, Weak implication on generalized Łukasiewicz algebras of order n, Bull. Sect. Logic Univ. Lódź 39, 4 (2010), 187–198.

[4] J. Vaz De Carvalho and T. Almada, A generalization of the Lukasiewicz algebras, Studia Logica 69 (2001), 329-338.

[5] J. Vaz De Carvalho, On the variety of $m-$generalized Łukasiewicz algebras of order n, Studia Logica 94 (2010), 291–305.

La lógica de las DN-álgebras y una compleción para las DN-álgebras

Expositor: Luciano Javier Gonzalez (Universidad Nacional de La Pampa, lucianogonzalez@exactas.unlpam.edu.

Autor/es: Luciano Javier Gonzalez (Universidad Nacional de La Pampa, lucianogonzalez@exactas.unlpam.edu.a

Esta comunicación es basada sobre dos trabajos en progreso relacionados a la variedad de las DN-álgebras (llamadas distributive nearlattices en la literatura [3, 2, 1]).

En la primera parte propondremos un sistema Gentzen, y su correspondiente lógica proposicional, relacionado a la variedad de las DN-álgebras. Mostraremos que las clases de álgebras canónicamente asociadas (en el sentido de la teoría general de Lógica Algebraica Abstracta [4]) tanto a este sistema Gentzen como a la lógica proposicional que este sistema define ambas coinciden con la variedad de las DN-álgebras. Con lo cual, esta lógica proposicional merece el nombre de *la lógica de las DN-álgebras.*

En la segunda parte probaremos la existencia de una compleción para DN-álgebras usando una representación topológica [2, 1], lo cual nos permitirá ver que dicha compleción es de hecho un retículo algebraico completamente distributivo, una situación análoga al caso de la extensión canónica para retículos distributivos [5]. También veremos algunas de las propiedades básicas de dicha compleción. Finalmente, mostraremos como extender las funciones crecientes entre DN-álgebras y presentaremos algunas propiedades de dichas extensiones. Entre ellas, mostraremos que las extensiones de aplicaciones entre DN-álgebras que preservan supremos finitos preservan supremos arbitrarios y que las extensiones de aplicaciones que preservan ínfimos finitos existentes preservan ínfimos arbitrarios. El trabajo en esta segunda parte es llevado acabo en conjunto con el Dr. Ismael Calomino.

Referencias

[1] Calomino, I. *Supremo álgebra distributivas: una generalización de las álgebra de Tarski.* PhD thesis, Universidad Nacional del Sur, 2015.

[2] Celani, S., and Calomino, I. Stone style duality for distributive nearlattices. *Algebra Universalis 71*, 2 (2014), 127–153.

[3] Chajda, I., Halaš, R., and Kühr, J. *Semilattice structures*, vol. 30. Heldermann, Lemgo, 2007.

[4] Font, J. M., and Jansana, R. *A general algebraic semantics for sentential logics*, 2 ed., vol. 7 of *Lecture Notes in Logic.* The Association for Symbolic Logic, 2009.

[5] Gehrke, M., and Jónsson, B. Bounded distributive lattices with operators. *Mathematica Japonica 40*, 2 (1994), 207–215.

Sobre MV-álgebras n-valuadas temporales

Expositor: Marina Lattanzi (UNLPam, marina.lattanzi@gmail.com)
Autor/es: Luciano González (UNLPam, luciano.javier.gonzalez@gmail.com); Marina Lattanzi (UNLPam, marina.lattanzi@gmail.com)

Las MV-álgebras temporales fueron introducidas por Diaconescu y Georgescu en [1]. En dicho trabajo, los autores formularon el problema de obtener una representación para las MV-álgebras temporales, el cual fue resuelto para las MV-álgebras temporales semisimples por Botur y Paseka [2, 3].
En este trabajo se da un teorema de representación para las MV-álgebras n-valuadas temporales.

Referencias

[1] D. Diaconescu, G. Georgescu, *Tense operators on MV-algebras and Łukasiewicz-Moisil algebras.* Fundamenta Informaticae 81 (2007), 1-30.

[2] J. Paseka, *Operators on MV-algebras and their representations.* Fuzzy Sets and Systems 232 (2013), 62-73.

[3] M. Botur, J. Paseka, *On tense MV-algebras.* Fuzzy Sets and Systems 259 (2015), 111-125.

Subdirectly irreducible IKt-algbras

Expositor: Gustavo Pelaitay (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, gpelaitay@gmail.com)
Autor/es: Gustavo Pelaitay (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, gpelaitay@gmail.com); Aldo Victorio Figallo (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, aldofigallonavarro@gmail.com); Inés Pascual (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, inespascual756@hotmail.com)

Resumen

Ewald ([1]) considered tense operators G (it will always be the case), H (it has always been the case), F (it will be the case) and P (it was the case) on intuitionistic propositional calculus and constructed an intuitionistic tense logic system called IKt. In [2], Figallo and Pelaitay introduced the variety **IKt** of IKt$-$algebras and proved that the IKt system has IKt$-$algebras as algebraic counterpart. In this paper, we characterize by topological methods the subdirectly irreducible IKt$-$algebras and particularly the simple IKt$-$algebras. Finally, we consider the particular cases of finite IKt$-$algebras and complete IKt$-$algebras.

Referencias

[1] W. B. Ewald, Intuitionistic tense and modal logic, J. Symbolic Logic 51 (1), 166–179, (1986).

[2] A. V. Figallo, G. Pelaitay. An algebraic axiomatization of the Ewald's intuitionistic tense logic. Soft Computing. 18, 10, 1873-1883. 2014.

Sobre la Semántica Algebraica Relativa a la lógica I^1

Expositor: Víctor Fernandez (Instituto de Ciencias Básicas, Area Matemática - Universidad Nacional de San Juan - UNSJ - Argentina, vicleafer@gmail.com)
Autor/es: Víctor Fernandez (Instituto de Ciencias Básicas, Area Matemática - Universidad Nacional de San Juan - UNSJ - Argentina, vicleafer@gmail.com)

La lógica *débilmente intuicionista* I^1, estudiada inicialmente en [5], es definida mediante una matriz $M_{I^1} = (\{T_0, F_0, F_1\}, \{T_0\})$. En ella el principio de tercero excluido PTE: $(\alpha \vee \neg\alpha)$ no es en general una tautología de I^1. Sin embargo, si α no es una variable proposicional, PTE es válido en esta lógica. Por sus características, I^1 es en cierto sentido *dual* a la lógica paraconsistente P^1 (ver [4]). Para esta última lógica ya se han obtenido resultados referidos a su algebrizabilidad (ver [1] y [2]). Tomando como base los lineamientos de los trabajos mencionados (sobre todo el enfoque basado en *clases de lógicas abstractas* de [2]), mostraremos aquí algunos resultados similares, adaptados a la lógica I^1. Entre ellos:

- Se demostrará que la lógica I^1 es algebrizable (es decir, que determina una clase de álgebras K_{I^1}, la cual es una *semántica algebraica equivalente a* I^1).
- Se caracterizará también aquí axiomáticamente a la clase K_{I^1}.
- Se demostrará también, con técnicas algebraicas, que la lógica I^1 es *maximal* (en relación a la lógica clásica PC).

- Algunos de estos resultados se adaptarán a las lógicas I^nP^k (ver [3]).

Referencias

[1] R. Lewin, I. Mikenberg, M. G. Schwarze. Algebraization of paraconsistent logic P^1. *The Journal of Non-Classical Logics*, 7: 79–88, 1990.
[2] A. Pynko. Algebraic Study of Sette's Maximal Paraconsistent Logic. *Studia Logica*, 54: 89-128, 1995.
[3] F. Ramos; V. Fernández. Twist-structures Semantics for the Logics of the Hierarchy I^nP^k. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 19: 183-209, 2009.
[4] A. Sette. On the Propositional Calculus P^1. *Mathematica Japonicae*, 18: 173-180, 1973.
[5] A. Sette; W. Carnielli. Maximal weakly-intuitionistic logics. *Studia Logica*, 55: 181-203, 1995.

A CLASS OF ALGEBRAS MORE GENERAL THAN THE CLASS OF MONADIC $(n+1)-$VALUED $MV-$ALGEBRAS

Expositor: Aldo Victorio Figallo (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, aldofigallonavarro@gmail.com)
Autor/es: Aldo Victorio Figallo (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, aldofigallonavarro@gmail.com)

In this paper we introduce and develope the study of the class of algebras which we call $uI_{n+1}-$*algebras*. This class consists of algebras $\langle A, \to, \sigma_1, \cdots, \sigma_n, \forall, 1\rangle$ of type $(2, 1, \cdots, 1, 1, 0)$ satisfying the following identities:

(I1) $1 \to x = x$, (I2) $(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z)) = 1$, (I3) $x \vee y = y \vee x$, where $u \vee v$ denotes $(u \to v) \to v$,

(I4) $((x \to y) \vee x = 1$, (I5) $(x \Rightarrow_n y) \vee x = 1$, where the operations $\Rightarrow_i$, $i = 0, 1, \cdots$, are defined by the formulas $x \Rightarrow_0 y = y$ and $x \Rightarrow_{i+1} y = x \to (x \Rightarrow_i y)$.

(M1) $\sigma_1 x \to y = x \Rightarrow y$, (M2) $\sigma_j x \vee (\sigma_j x \to y) = 1$, $1 \leq j \leq n$. (M3) $\sigma_j(\sigma_k x \to \sigma_k y) = \sigma_k x \to \sigma_k y$, $1 \leq j, k \leq n$.

(M4) $(\sigma_1 x \to \sigma_1 y) \to ((\sigma_2 x \to \sigma_2 y) \to \cdots \to ((\sigma_n x \to \sigma_n y) \to (x \to y)) \cdots) = 1$,

(M5) $\sigma_j y \to (\sigma_k x \vee \sigma_h(x \to y)) = 1$, $1 \leq j \leq k + h$. (M6) $\sigma_h(x \to y) \to (\sigma_k x \to \sigma_j y) = 1$, $1 \leq h \leq j - (k-1)$.

(U1) $\forall x \to x = 1$. (U2) $\forall(x \vee \forall y) = \forall x \vee \forall y$. (U3) $\forall(x \to y) \to (\forall x \to \forall y) = 1$. (U4) $\forall(\forall x \to \forall y) = \forall x \to \forall y$.

(MU1) $\forall \sigma_j x = \sigma_j \forall x$, $1 \leq j \leq n$.

In this context the following result is remarkable:

The class of algebras that we call $mI_{n+1}-$*algebras* consists of all the pairs $(\mathcal{A}, 0)$ such that:

(i) $\mathcal{A}$ is an $uI_{n+1}-$algebra, and

(ii) $0 \in A$ such that (I0) $0 \to x = 1$, is polynominally equivalent to the class of monadic $(n+1)-$valued $MV-$algebras.

Relación entre los M_3-retículos Monádicos y los qM_3-retículos

Expositor: María Adoración Jiménez (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, mjimenez@ffha.unsj.edu.ar)
Autor/es: María Adoración Jiménez (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, mjimenez@ffha.unsj.edu.ar); Aldo Victorio Figallo (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, aldofigallonavarro@gmail.com); Inés Pascual (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, inespascual756@hotmail.com)

En este artículo se prueba que en un M_3-retículo monádico $\langle L, \wedge, \vee, \sim, \triangle, \exists, \forall, 0, 1\rangle$ puede definirse el cuantificador universal $\forall$ a partir del cuantificador existencial $\exists$, y esto permite afirmar que todo qM_3-retículo es un M_3-retículo monádico.

En [3] se introdujeron los M_3-retículos monádicos o mM_3-retículos, como una terna $(L, \exists, \forall)$ donde L es un M_3-retículo [1], dotado de dos operadores unarios $\exists$ y $\forall$ definidos sobre L, satisfaciendo las siguientes propiedades:

(E1) $\exists 0 = 0$, (P1) $\forall 1 = 1$,

(E2) $x \wedge \exists x = x$, (P2) $\forall x \wedge x = \forall x$,

(E3) $\exists(x \vee y) = \exists x \vee \exists y$, (P3) $\forall(x \wedge y) = \forall x \wedge \forall y$,

(E4) $\exists(x \wedge \exists y) = \exists x \wedge \exists y$,

(E5) $\exists\exists x = \exists x$, (P4) $\forall\forall x = \forall x$,

(E6) $\exists \triangle x = \triangle \exists x$, (P5) $\forall \triangle x = \triangle \forall x$,

(E7) $\exists \sim \exists x = \sim \exists x$, (P6) $\forall \sim \forall x = \sim \forall x$,

(Q1) $\forall \exists x = \exists x$, (Q2) $\exists \forall x = \forall x$.

En este contexto, un importante hecho para destacar es que la negación $\sim$ no es una negación de De Morgan, y no es posible con esta negación, definir de la manera habitual, uno de los cuantificadores en función del otro. Sin embargo, a partir de la dualidad obtenida indicada en [2], se puede asociar a los M_3-retículos una estructura de álgebra de Kleene tal que esta nueva negación si permite obtener uno de los cuantificadores en términos del otro.

Referencias

[1] A. V. Figallo, *Los M_3-reticulados*, Rev. Colombiana de Matemática. 21 (1987), 95-106.

[2] M. A. Jiménez, *Dualidad de Priestley para los M_3-retículos*, Actas del VII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro. Vol 1, 22, 2003.

[3] A. V. Figallo y M. A. Jiménez, *M_3-retículos Monádicos.* Abstracts of the Logic and Computability Session - IV CLAM, 2012, pag. 7. Córdoba 2012.

Operadores de posibilidad de Moisil sobre álgebras de Hilbert acotadas

Expositor: María Cristina Canals Frau (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, mcanalsfrau@gmail.com)
Autor/es: María Cristina Canals Frau (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, mcanalsfrau@gmail.com); Aldo Victorio Figallo (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, aldofigallonavarro@gmail.com); Gustavo Pelaitay (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan. Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Juan, gpelaitay@gmail.com)

Resumen

En este trabajo estudiamos la variedad $\mathcal{MI}_n^0$ de las las álgebras de Hilbert acotadas expandidas con los $n-1$ ($n \geq 2$) operadores de posibilidad de Moisil $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{n-1}$. En primer lugar damos una caracterización de las congruencias en término de ciertos sistemas deductivos especiales. Como una consecuencia de estos resultados describimos las congruencias principales de $\mathcal{MI}_n^0$. También, dicha caracterización nos permitió probar que la variedad $\mathcal{MI}_n^0$ es semisimple.

Referencias

[1] M. Canals Frau, A.V. Figallo, $(n+1)-$*valued Hilbert modal algebras*, Notas de la Sociedad Matematica de Chile, vol.X, Nro 1, Santiago de Chile 1991, 143-149. .

[2] A. Diego, *Sobre las Álgebras de Hilbert*, Notas de Lógica Matemática 12, Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, 1965.

Semi-Nelson algebras

Expositor: Ignacio Darío Viglizzo (Universidad Nacional del Sur, viglizzo@gmail.com)
Autor/es: Ignacio Darío Viglizzo (Universidad Nacional del Sur, viglizzo@gmail.com); Juan Manuel Cornejo (Universidad Nacional del Sur, jmcornejo@uns.edu.ar)

We apply the well known construction of Nelson algebras from Heyting algebras due to Vakarelov [*D. Vakarelov. Notes on $\mathcal{N}$-lattices and constructive logic with strong negation. Studia Logica, 36(1–2):109–125, 1977.*] to semi-Heyting algebras [*Hanamantagouda P. Sankappanavar. Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras. In Proceedings of the 9th "Dr. Antonio A. R. Monteiro" Congress, pages 33–66, Bahía Blanca, 2008. Univ. Nac. del Sur.*], and describe a new variety of what we naturally denominated semi-Nelson algebras.

Given a semi-Heyting algebra A, the construction consists of defining over the set $V(A) = \{(a,b) \in A^2 : \ a \wedge b = 0\}$ the following operations:

$$(a,b) \sqcap (c,d) = (a \wedge c, b \vee d)$$

$$(a,b) \sqcup (c,d) = (a \vee c, b \wedge d),$$

$$(a,b) \to (c,d) = (a \Rightarrow c, a \wedge d),$$

$$\sim (a,b) = (b,a),$$

$$\top = (1,0).$$

We characterize the lattice of congruences of a semi-Nelson algebra through some of its deductive systems, use this to find the subdirectly irreducible algebras, prove that the variety is arithmetical, has equationally definable principal congruences, has the congruence extension property and describe the semisimple subvarieties.

Subálgebras épicas

Expositor: Miguel Campercholi (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, mcampercholi@yahoo.com)
Autor/es: Miguel Campercholi (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, mcampercholi@yahoo.com)

Sean $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$ álgebras y $\mathcal{K}$ una clase. Diremos que $\mathbf{A}$ es una subálgebra *épica* de $\mathbf{B}$ en $\mathcal{K}$ si para cada par de homomorfismos $h, h' : \mathbf{B} \to \mathbf{C}$, con $\mathbf{C} \in \mathcal{K}$, y tales que h y h' coniciden en A, se tiene que $h = h'$. Por ejemplo, las dos subcadenas de 3 elementos del reticulado $\mathbf{2} \times \mathbf{2}$ son subálgebras épicas de $\mathbf{2} \times \mathbf{2}$ en la clase de los reticulados distributivos. El siguiente resultado caracteriza las subálgebras épicas en términos algebraicos. Recordamos que una fórmula es *primitiva positiva* (p.p.) si es de la forma $\exists \bigwedge p = q$.

Teorema 1. *Sean $\mathcal{K}$ cerrada por ultraproductos y $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$ álgebras. Son equivalentes:*

- $\mathbf{A}$ *es subálgebra épica de* $\mathbf{B}$ *en* $\mathcal{K}$.
- *Para cada $b \in B$ hay una fórmula p.p. $\phi(\bar{x}, y)$, y $\bar{a}$ elementos de A tales que:*
    - $\mathbf{B} \vDash \phi(\bar{a}, b)$
    - $\mathbf{B} \vDash \forall \bar{x}, y, y' \phi(\bar{x}, y) \wedge \phi(\bar{x}, y') \to y = y'$.

Es decir, $\mathbf{A}$ es subálgebra épica de $\mathbf{B}$ en $\mathcal{K}$ sii $\mathbf{B}$ es "generada" por A mediante funciones (parciales) p.p. definibles. Veremos algunas aplicaciones de este teorema.
