2. Comunicaciones: Análisis

Problemas de factorización simultánea en módulos de Banach I

Expositor: Ana Lucía Barrenechea (NUCOMPA. Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNCentro, analucia.barrenechea@gmail.com)
Autor/es: Ana Lucía Barrenechea (NUCOMPA. Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNCentro, analucia.barrenechea@gmail.com)

En esta comunicación trabajamos sobre problemas planteados en 2014 por K. Haghnejad Azar. Esta problemática concierne a factorización simultánea en módulos de Banach. Establecemos condiciones bajo las cuales un determinado módulo de Banach factoriza a un lado respecto de un álgebra de Banach sí y solo si el correspondiente dual factoriza al mismo lado. En esta investigación, adquieren especial relevancia los conmutadores de los módulos biduales respecto de las acciones del álgebra bidual con los productos de Arens usuales.

Como es de esperar, la existencia o no de unidades laterales, de unidades mixtas, de aproximaciones acotadas de la identidad, etc. tienen significancia.

Bibliografía:

K. Haghnejad Azar: Arens regularity of bilinear forms and unital Banach module spaces. Bull. Iranian Math. Soc., 40, no. 2, (2014), 505-520.

Factorización en Módulos de Banach II

Expositor: María José Aleandro (UNCPBA (Univ. Nac. del Centro de la Pcia. de Bs. As.), majo.aleandro@gmail.com)
Autor/es: María José Aleandro (UNCPBA (Univ. Nac. del Centro de la Pcia. de Bs. As.), majo.aleandro@gmail.com)

El propósito de esta comunicación es dar ejemplos de factorización simultánea de módulos sobre álgebras de Banach. Estos ejemplos se harán sobre álgebras de sucesiones actuando en módulos de Banach, en álgebras de operadores actuando en módulos de Banach y en álgebras sobre grupos localmente compactos actuando en álgebras de medidas o de funciones uniformemente continuas.

Palabras claves: Aproximaciones de la identidad en álgebras de Banach. Unidades Mixtas. Productos de Arens y adjuntos de Arens de mapeos bilineales acotados. Centros topológicos.

Referencias

[1] K. Haghnejad Azar: *Arens regularity of bilinear forms and unital Banach module spaces.* Bull. Iranian Math. Soc., **40**, no. 2, (2014), 505-520.

[2] P. Cohen: *Factorization in group algebras.* Duke Math. J., **26**, (1959), 199-205.

[3] M. Leinert: *A commutative Banach algebra which factorizes but has no approximate units.* Proc. Amer. Math. Soc., **55**, no. 2, (1976), 245-246.

[4] W. L. Paschke: *A factorable Banach algebra without bounded approximate unit.* Pacific J. of Mathematics, **46**, no. 1, (1973), 249-251.

Conjuntos pequeños conteniendo todo patrón

Expositor: Alexia Yavicoli (IMAS-UBA-CONICET, alexia.yavicoli@gmail.com)
Autor/es: Alexia Yavicoli (IMAS-UBA-CONICET, alexia.yavicoli@gmail.com); Ursula Molter (IMAS-UBA-CONICET, umolter@dm.uba.ar)

Dado un conjunto $E \subseteq \mathbb{R}^N$ y funciones $f_i : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N$ con $1 \leq i \leq k$ decimos que el conjunto E tiene el patrón $f_1, \cdots f_k$ si existen $a, t \in \mathbb{R}^N$ tales que $a + f_i(t) \in E$ para todo $1 \leq i \leq k$. En esta charla, hablaré sobre un trabajo reciente obtenido con Ursula Molter sobre conjuntos pequeños conteniendo todos los patrones de una familia dada. En particular probamos la existencia de un conjunto cerrado en $\mathbb{R}$, de dimensión de Hausdorff cero conteniendo todo patrón polinomial.

Sucesiones efectivas en espacios L^2 de medidas singulares

Expositor: María Guadalupe García (UNLP, IAM-CONICET, mggarcia82@gmail.com)
Autor/es: María Guadalupe García (UNLP, IAM-CONICET, mggarcia82@gmail.com); Jorge Antezana (UNLP, IAM-CONICET, antezana@mate.unlp.edu.ar)

Una sucesión $\{e_n\}_{n\geq 0}$ de vectores unitarios de un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ se dice efectiva si, dado cualquier $x \in \mathcal{H}$, la sucesión $\{x_n\}_{n\geq 0}$ de vectores en $\mathcal{H}$ construida a partir del algoritmo de Kaczmarz [3]

$$x_0 = \langle x, e_0 \rangle e_0$$
$$x_n = x_{n-1} + \langle x - x_{n-1}, e_n \rangle e_n$$

converge (en norma) al vector original x. Los vectores x_n se puede expresar como

$$x_n = \sum_{k=0}^{n} \langle x, g_k \rangle e_k,$$

para cierta familia de vectores $\{g_n\}_{n\geq 0}$ la cual resulta ser un frame de Parseval. Dada una medida μ de probabilidad definida en los borelianos de $\mathbb{T}$, la cual es singular respecto a la medida de Haar de $\mathbb{T}$, entonces la sucesión de monomios $\{z^n\}_{n\geq 0}$ resulta efectiva en $L^2(\mathbb{T}, \mu)$ ([4], [2]). Por otra parte, la medida singular μ tiene asociada una función interna φ mediante la transformada de Herglotz. Si P_φ denota la proyección ortogonal del espacio $H^2(\mathbb{D})$ sobre el espacio modelo $\varphi^* H^2 = H^2(\mathbb{D}) \ominus \varphi H^2(\mathbb{D})$, entonces la familia $\{P_\varphi z^n\}_{n\geq 0}$ resulta un frame de Parseval en $\varphi^* H^2$. En esta charla comentaremos la relación existente entre este frame de Parseval y el asociado a $\{z^n\}_{n\geq 0}$ pensada como sucesión efectiva. A partir de dicha relación obtendremos algunos resultados sobre la transformada de Cauchy y sobre núcleos reproductores en el espacio de Hardy. Estos últimos mejoran los obtenidos por Herr et. al. en [1].

Referencias

[1] J. E. Herr, P. T. Jorgensen, E. S. Weber, Positive matrices inthe harsy space with prescribed boundary representations via the Kaczmarz algothim, (2016)

[2] J. E. Herr, E. S. Weber, Fourier series for singular measures. (2015)

[3] S. Kaczmarz, Angenäherte aufösung von systemen linearer gleichungen, Bulletin International de l'Académie Plonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Série A. Sciences Mathématiques 35 (1937), 355-357.

[4] S. Kwapien, J Mycielski, On the Kaczmarz algorithm of approximation in infinite-dimensional spaces, Studia Math. 148 (2001), no. 1, 75-86.

Medida de Hausdorff Exacta de Conjuntos de Cantor.

Expositor: Leandro Zuberman (Centro de Investigaciones Matemáticas Marplatense - Universidad Nacional de Mar del Plata y CONICET. , leandro.zuberman@gmail.com)
Autor/es: Leandro Zuberman (Centro de Investigaciones Matemáticas Marplatense - Universidad Nacional de Mar del Plata y CONICET. , leandro.zuberman@gmail.com)

Los conjuntos de Cantor -subconjuntos de la recta perfectos y totalmente disconexos- a menudo tienen medida de Lebesgue nula, por lo cual esta medida no resulta una herramienta adecuada para distinguirlos por su tamaño. Una de las herramientas más usadas para estimar el tamaño de estos conjuntos es la dimensión de Hausdorff. La colección de conjuntos en general y conjuntos de Cantor en particular, para los cuales la dimensión de Hausdorff ha sido estudiada es enorme. Sin embargo, la medida exacta de Hausdorff es conocida para pocos conjuntos y la dificultad de su cálculo es muchísimo mayor. En este trabajo calculamos la medida exacta de una familia de conjuntos de Cantor no autosimilares.

Análisis Matricial en $L^\infty(\mathbb{T}^k, M_n(\mathbb{C}))$ y potenciales convexos en espacios invariantes por traslaciones

Expositor: María José Benac (Dpto. de Matemática UNLP - IAM, mjbenac@gmail.com)
Autor/es: María José Benac (Dpto. de Matemática UNLP - IAM, mjbenac@gmail.com); Pedro Massey (Dpto. de Matemática UNLP - IAM, pedro.massey@gmail.com); Demetrio Stojanoff (Dpto. de Matemática UNLP - IAM, demsto@gmail.com)

Dado $\mathcal{W} \subset L^2(\mathbb{R}^k)$ un subespacio invariante por traslaciones finitamente generado (FSI), obtenemos una caraterización de la existencia de sucesiones de Bessel $E(\mathcal{F})$ generadas por traslaciones (SG) inducidas por sucesiones finitas de vectores de $\mathcal{F} \in \mathcal{W}^n$ con estructura fina predeterminada (i.e., tales que las normas de los vectores en $\mathcal{F}$ y el espectro de $S_{E(\mathcal{F})}$ están predeterminados en cada fibra de spec$(\mathcal{W}) \subset \mathbb{T}^k$), en términos de relaciones de mayorización. Este resultado está basado en una versión del Teorema de Schur-Horn para campos medibles de matrices semi-definidas positivas. Finalmente introducimos una extesión de los potenciales convexos de marcos finitos en el contexto de sucesiones de Bessel de traslaciones enteras de familias finitas en $L^2(\mathbb{R}^k)$. Mostramos que bajo cierta hipótesis de normalización (natural), estos potenciales convexos detectan los marcos ajustados como sus mínimos.

Referencias

[1] M.J. Benac, P. Massey, D. Stojanoff. *Convex potentials and optimal shift generated oblique duals in shift invariant spaces* J. of Fourier Anal. and App.(2016)

[2] M.J. Benac, P. Massey, D. Stojanoff. *Frames of translates with prescribed fine structure in shift invariant spaces.* (Submitted)

[3] M. Bownik. *The structure of shift-invariant subspaces of $L_2(\mathbb{R}^n)$.* J. Funct. Anal. (2000)

[4] A. Ron, Z. Shen. *Frames and stable bases for shift-invariant subspaces of $L_2(\mathbb{R}^d)$.* Canad. J. Math. (1995)

Marcos de fusión duales oblicuos

Expositor: Sigrid Heineken (IMAS, UBA-CONICET, sheinek@dm.uba.ar)
Autor/es: Sigrid Heineken (IMAS, UBA-CONICET, sheinek@dm.uba.ar); Patricia Morillas (IMASL, UNSL-CONICET, morillas@unsl.edu.ar)

Los marcos duales oblicuos [3,1] son una generalización de los marcos duales. A diferencia de los marcos duales no están restringidos a pertenecer al mismo espacio que los marcos originales. Permiten representaciones redundantes en donde los elementos que se usan para el análisis y los que se usan para la síntesis pertenecen a espacios distintos. Son herramientas útiles que pueden simplificar y flexibilizar el proceso de muestreo y reconstrucción. Consideramos este problema en el contexto de marcos de fusión [2], introduciendo el concepto de marco de fusión dual oblicuo y estudiando sus propiedades.

Referencias

[1] O. Christensen and Y.C. Eldar. Oblique dual frames and shift-invariant spaces, Appl. Comput. Harmon. Anal., 17 :48-68, 2004.
[2] P. G. Casazza, G. Kutyniok and S. Li. Fusion Frames and Distributed Processing, Appl. Comput. Harmon. Anal., 25:114-132, 2008.
[3] Y.C. Eldar. Sampling with arbitrary sampling and reconstruction spaces and oblique dual frame vectors, J. Fourier Anal. Appl., 9(1) :77-96, 2003.

Variación de pesos en perturbación de marcos de fusión

Expositor: Pablo Calderón (FCE - UNLP / IAM - CONICET, pablocalderon1705@gmail.com)
Autor/es: Pablo Calderón (FCE - UNLP / IAM - CONICET, pablocalderon1705@gmail.com); Mariano Ruiz (FCE - UNLP / IAM - CONICET, maruiz@gmail.com)

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert. Una familia (numerable) de subespacios cerrados $\{W_i\}_{i\in I}$, junto con un conjunto de pesos positivos $\{w_i\}_{i\in I}$ constituyen un *marco de fusión para* $\mathcal{H}$ si existen constantes positivas $0 < A \leq B$ tales que

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{i\in I} w_i^2 \|P_{W_i} f\|^2 \leq B\|f\|^2 \qquad \forall f \in \mathcal{H},$$

donde P_{W_i} denota la proyección ortogonal sobre W_i.

En [Li], los autores estudian condiciones que impliquen que una perturbación $\{\overline{T(W_i)}\}_{i\in I}$ de un marco de fusión por un operador de rango cerrado T sea un marco en el subespacio generado, con los mismos pesos $\{w_i\}_{i\in I}$. En uno de sus resultados principales se dan condiciones suficientes basadas en el gap entre cada W_i y ciertos subespacios de $R(T^*)$.

En esta charla veremos que, aplicando técnicas y resultados de [RS], estas condiciones pueden generalizarse permitiendo variar los pesos en la perturbación.

- [Li] X. Li, S. Yang y Y. Zhu, *Some results about operator perturbation of fusion frames in Hilbert spaces*, J. Math. Anal. Appl. 421 (2), (2015), 1417-1427

- [RS] M. Ruiz y D. Stojanoff, *Some properties of frames of subspaces obtained by operator methods.*, J. Math. Anal. Appl. 343 (1), (2008), 366-378.

Completaciones de marcos con normas predeterminadas: mínimos locales del potencial de marco

Expositor: Noelia Belén Rios (UNLP - IAM CONICET, noebelen83@gmail.com)
Autor/es: Noelia Belén Rios (UNLP - IAM CONICET, noebelen83@gmail.com); Pedro Massey (UNLP - IAM CONICET, pedro.massey@gmail.com); Demetrio Stojanoff (UNLP - IAM CONICET, demsto@gmail.com)

Sea $\mathcal{F}_0 = \{f_i\}_{i=1}^k$ una familia de vectores en $\mathbb{C}^d$ y sea $\alpha = (\alpha_i)_{i=1}^n \in \mathbb{R}_{>0}^n$. Una α-completación de $\mathcal{F}_0$ es una familia $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_0, \mathcal{G})$ donde $\mathcal{G} = \{g_i\}_{i=1}^n$ es una familia de vectores en $\mathbb{C}^d$ tales que $\|g_i\|^2 = \alpha_i$ para $1 \le i \le n$.

En una serie de trabajos recientes [1,2] se ha determinado la existencia de α-completaciones $\mathcal{F}^{\rm op} = (\mathcal{F}_0, \mathcal{G}^{\rm op})$ que minimizan simultáneamente todo potencial convexo en el conjunto de las α-completaciones. En particular, $\mathcal{F}^{\rm op}$ minimiza el potencial de marco definido por Benedetto y Fickus.

En esta charla mencionaremos avances parciales relacionados con la estructura de los mínimos locales del potencial de marco en el conjunto de las α-completaciones, dotado de la métrica producto (dada por $d(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2) = \text{máx}\{\|g_i^{(1)} - g_i^{(2)}\| : \ 1 \le i \le n\}$ donde $\mathcal{F}_j = (\mathcal{F}_0, \mathcal{G}_j)$, de forma que $\mathcal{G}_j = \{g_i^{(j)}\}_{i=1}^n$, $j = 1, 2$). Mostraremos que estos mínimos locales comparten varias propiedades estructurales con los mínimos globales.

Referencias

[1] P.G. Massey, M.A. Ruiz, D. Stojanoff; *Optimal dual frames and frame completions for majorization.* Appl. Comput. Harmon. Anal. 34 (2013), 201-223.

[2] P.G. Massey, M.A. Ruiz, D. Stojanoff; *Optimal frame completions with prescribed norms for majorization.* J. Fourier Anal. Appl. (2014).

Sobre la simplicidad y la K-teoría de las L^p álgebras de operadores $\mathcal{O}^p(Q)$

Expositor: María Eugenia Rodríguez (Universidad de Buenos Aires, merodrig@dm.uba.ar)
Autor/es: María Eugenia Rodríguez (Universidad de Buenos Aires, merodrig@dm.uba.ar); Guillermo Cortiñas (IMAS-UBA, gcorti@dm.uba.ar)

Para $p \in [1, \infty)$ y Q un grafo finito por filas, definimos una clase de representaciones ρ del álgebra de Leavitt $L(Q)$ sobre espacios de la forma $L^p(X, \mu)$, las cuales llamaremos representaciones espaciales. Veremos que para un p fijo y un grafo Q tal que $L(Q)$ es simple y puramente infinita, la L^p álgebra de operadores $\mathcal{O}^p(Q) = \overline{\rho(L(Q))}$ es la misma para toda representación espacial ρ. Cuando el grafo Q es la rosa de d pétalos, el álgebra se nota $\mathcal{O}_d^p$ y el resulatdo anterior extiende el dado por C. Phillips en [3]. En particular para $p = 2$, $\mathcal{O}_d^p$ es el álgebra de Cuntz clásica $\mathcal{O}_d$ ([2]).

En [5], se prueba que $\mathcal{O}_d^p$ es simple. Nosotros daremos condiciones para que $\mathcal{O}^p(Q)$ sea simple como L^p álgebra de operadores. En cuanto a la K-teoría sabemos que, en [4], Phillips la calculó para las álgebras $\mathcal{O}_d^p$, y en [1], Ara, Brustenga y Cortiñas para las álgebras de Leavitt $L(Q)$. Nosotros extenderemos estos resultados a las álgebras $\mathcal{O}^p(Q)$ calculando explicitamente su K-teoría.

Referencias

[1] P. Ara, M. Brustenga, G. Cortiñas, *K-theory of Leavitt path algebras*, Münster J. of Math. 2 (2009), 5-34.

[2] J. Cuntz. *Simple C^*-algebras generated by isometries*, Comm. Math. Phys., **2**, Vol.57 (1977), 173–185.

[3] N. C. Phillips, *Analogs of Cuntz algebras on L^p spaces*, preprint (arXiv:1201.4196 [math.FA]).

[4] N. C. Phillips, *Crossed Products of L^p Operator Algebras and the K-Theory of Cuntz Algebras on L^p Spaces*, preprint (arXiv:1309.6406v1 [math.FA]).

[5] N. C. Phillips, *Simplicity of UHF and Cuntz algebras on L^p-spaces*, preprint (arXiv:1309.0115 [math.FA]).

Una desigualdad entre normas BMO en espacios métricos

Expositor: Maria Emilia Castillo (FACE (UNT), mariaemiliacastillo@gmail.com)
Autor/es: Marilina Carena (CONICET- UNL, marilcarena@gmail.com); Maria Emilia Castillo (FACE (UNT), mariaemiliacastillo@gmail.com); Estefania Dalmasso (IMAL-FIQ, edalmasso@santafe-conicet.gov.ar)

La noción de reordenamiento de una función ha sido una herramienta importante en el Análisis clásico ya que, en ciertos casos, preserva las propiedades de la función y, al mismo tiempo, posee una forma más simple (ver [3]). Una de estas propiedades es, por ejemplo, la de tener oscilación media acotada (BMO). La clase de funciones BMO apareció por primera vez en el trabajo de John y Nirenberg [2] y ha sido muy estudiada por sus múltiples aplicaciones tanto al Análisis Real y Armónico como a las ecuaciones diferenciales.

En este trabajo probamos que $\|f^*\|_{\mathrm{BMO}} \leq C \, \|f\|_{\mathrm{BMO}}$, donde f^* es el reordenamiento decreciente de la función $f \in \mathrm{BMO}((X, d, \mu))$ y (X, d, μ) es un espacio de tipo homogéneo, el cual satisface cierta propiedad diádica. También damos una versión local de esta desigualdad, válida en subconjuntos acotados de X. Ambos casos son generalizaciones de resultados presentados en [1] para el caso euclídeo.

Referencias

[1] Bennett, Colin and DeVore, Ronald A. and Sharpley, Robert, *Weak-L^∞ and BMO*, Ann. of Math., 113(3), pp. 601–611, 1981.

[2] John, F. and Nirenberg, L., *On functions of bounded mean oscillation*, Comm. Pure Appl. Math., 14, pp. 415–426, 1961.

[3] Korenovskii, Anatolii A. and Stokolos, Alexander M., *Some applications of equimeasurable rearrangements.* In *Recent advances in harmonic analysis and applications*, Springer Proc. Math. Stat., 25, pp. 181–196, Springer, New York, 2013.

La norma del supremo vs. la norma de coeficientes: constantes de equivalencia para polinomios homogeneos

Expositor: Martín Ignacio Mansilla (UBA - FCEyN - DM, martinmansilla4@gmail.com)
Autor/es: Martín Ignacio Mansilla (UBA - FCEyN - DM, martinmansilla4@gmail.com); Santiago Muro (UBA - FCEyN - DM, smuro@dm.uba.ar); Daniel Galicer (UBA - FCEyN - DM, dgalicer@dm.uba.ar)

Sea $A^m_{p,r}(n)$ la mejor constante que cumple la siguiente desigualdad: para todo polinomio m-homogéneo $P(z) = \sum_{|\alpha|=m} a_\alpha z^\alpha$ en n variables complejas,

$$\Big(\sum_{|\alpha|=m} |a_\alpha|^r\Big)^{1/r} \leq A^m_{p,r}(n) \sup_{z \in B_{\ell_p^n}} \big|P(z)\big|.$$

Para cada grado m, y un gran rango de valores de $1 \leq p, r \leq \infty$ (incluyendo cualquier r si $1 \leq p \leq 2$ y cualquier par de p y r si $m = 2$), damos el comportamiento asintótico correcto de dichas constantes cuando n (el número de variables) tiende a infinito. Asumiendo que una forma simplificada del Problema de Interpolación Tensorial tiene una respuesta positiva estamos en condiciones de presentar cotas optimas para todos los valores de p, r.
Presentamos también algunas aplicaciones de estas estimaciones al estudio de constante de incondicionalidad (mixta) en espacios de polinomios y la ddesigualdad multivariable de von Neumann.

Órbitas de polinomios homogéneos en espacios de Banach

Expositor: Rodrigo Cardeccia (UBA - FCEyN - DM, rochacardeccia@hotmail.com)
Autor/es: Rodrigo Cardeccia (UBA - FCEyN - DM, rochacardeccia@hotmail.com); Santiago Muro (UBA - FCEyN - DM, smuro@dm.uba.ar)

Una función $S : X \to X$ se dice hipercíclica si existe $x \in X$ de modo que $Orb_S(x) := \{S^n(x) : n \in \mathbb{N}\}$ es denso en X. Un teorema clásico de la dinámica lineal establece que en todo espacio de Fréchet existen operadores lineales hipercíclicos. Sorprendentemente, si el espacio es de Banach, ningún polinomio homogéneo puede ser hipercíclico. Esto se debe a que todo polinomio homogéneo P tiene asignado una bola P-invariante. Más aún, el comportamiento de las órbitas dentro de la bola es claro: toda órbita tiende a cero. Sin embargo el comportamiento de las órbitas que nunca entran en esta bola límite puede ser extraño. Veremos que en todo espacio de Banach separable de dimensión infinita existen órbitas que intersecan toda bola de algún radio r fijo, siendo además densas con respecto a la topología débil y satisfaciendo $\overline{\mathbb{C}Orb_P} = X$.

Acotación, entre espacios de Lebesgue variables, de ciertos operadores integrales

Expositor: Lucas Alejandro Vallejos (FaMAF-UNC, Ciem-Conicet, lutersman@gmail.com)
Autor/es: Marta S. Urciuolo (FaMAF-UNC, Ciem-Conicet, urciuolo@mate.uncor.edu); Lucas Alejandro Vallejos (FaMAF-UNC, Ciem-Conicet, lutersman@gmail.com)

Dada una función medible $p(.) : \mathbb{R}^n \to [1, \infty)$, denotamos con $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^n)$ el espacio de Banach de funciones medibles f sobre $\mathbb{R}^n$ tales que para algún $\lambda > 0$, $\int \left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} dx < \infty$, con norma $\|f\|_{p(.)} = \text{ínf}\left\{\lambda > 0 : \int \left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} dx \le 1\right\}$. Definimos $p_- = \text{ínf}\{p(x) : x \in \mathbb{R}^n\}$ y $p_+ = \sup\{p(x) : x \in \mathbb{R}^n\}$. Sea A una matriz $n \times n$ invertible tal que $A^m = I$ y tal que $A_i - A_j$ es invertible para $i \neq j$, Sean $0 < \alpha < n$ y $\alpha_1, ..., \alpha_m > 0$ tales que $\alpha_1 + ... + \alpha_m = n - \alpha$. Llamamos T_A al operador integral con núcleo $k(x,y) = \frac{1}{|x-Ay|^{\alpha_1} \ldots |x-A^m y|^{\alpha_m}}$. Sea $p(.)$ tal que $1 < p_- \le p_+ < \frac{n}{\alpha}$ y $q(.)$ definida por $\frac{1}{p(x)} - \frac{1}{q(x)} = \frac{\alpha}{n}$. Con técnicas de extrapolación probamos que si el operador maximal M es acotado sobre $L^{\left(\frac{n-\alpha p_-}{np_-} q(.)\right)'}$ entonces T_A es acotado de $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^n)$ en $L^{q(\cdot)}(\mathbb{R}^n)$. También obtuvimos un resultado de tipo débil, en el caso en que $p_- = 1$.

Desigualdad tipo débil con dos pesos para el conmutador de la Integral Fraccionaria Schrödinger.

Expositor: María Amelia. Vignatti. (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral., avignatti@santafe-conicet.gov.ar)
Autor/es: María Amelia. Vignatti. (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral., avignatti@santafe-conicet.gov.ar); Oscar. Salinas. (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral. Facultad de Ingeniería Química., salinas@santafe-conicet.gov.ar); Silvia. Hartzstein (Facultad de Ingeniería Química., shartzstein@gmail.com)

Sea $\mathcal{L} = -\Delta + V$ el operador de Schrödinger en $\mathbb{R}^d$, $d \ge 3$, donde el potencial V es no negativo, no idénticamente cero y para algún $q_0 > d/2$ satisface Reverse Hölder.
Relacionada al potencial V está definida una función llamada radio crítico ρ:

$$\rho(x) = \sup\left\{r > 0 : \frac{1}{r^{d-2}} \int_{B(x,r)} V \le 1\right\}, \quad x \in \mathbb{R}^d.$$

Sea $\mathcal{I}_\alpha = \mathcal{L}^{-\alpha/2}$ la Integral Fraccionaria de orden α, con $0 < \alpha < d$, asociada a $\mathcal{L}$, $\mathcal{I}_{\alpha,b}$ su conmutador; esto es: $\mathcal{I}_{\alpha,b} = b\mathcal{I}_\alpha - \mathcal{I}_\alpha b$, donde b es una función en un espacio asociado a la función de radio crítico ρ y más amplio que el espacio BMO.

En este trabajo encontramos condiciones suficientes, relacionadas con ρ sobre pares de pesos (μ,ν), que aseguran que el conmutador $\mathcal{I}_{\alpha,b}$ verifica una desigualdad con pesos punto límite del tipo $L\log L$ en $\mathbb{R}^d$; más precisamente para todo $1\leq q<\infty$:

$$\mu\left(\{x\in\mathbb{R}^n : |\mathcal{I}_{\alpha,b}f(x)|>\lambda\}\right)^{\frac{1}{q}}$$
$$\leq CB(B(\|b)\|_{BMO_\infty(\rho)}).B\left(\int_{\mathbb{R}^n} B\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)h_{B^{-1}}(\nu(x))dx\right).$$

donde $B(t)=t\log(e+t)$; y $h_{B^{-1}(t)}=\sup\limits_{s>0}\frac{B^{-1}(t\,s)}{B^{-1}(s)}$.

Referencias
G.Pradolini y O.Salinas. *Conmutators of Singular Integrals on Spaces of homogeneous type*. Czechoslovak Math.J. 57(132)(2007). 75-93.
L.Tang. *Weighted norm inequalities for Schrödinger type Operators.* Forum Mathematicum. 27 (2015). 2491-2532.

Density of certain families of functions in $L^2(mu)$.

Expositor: Juan Miguel Medina (Universidad de Buenos Aires, IAM-CONICET, jmedina@fi.uba.ar)

Autor/es: Juan Miguel Medina (Universidad de Buenos Aires, IAM-CONICET, jmedina@fi.uba.ar); Bruno Cernuschi Frias (Universidad de Buenos Aires, IAM-CONICET, bcf@ieee.org)

Let μ be a regular finite non-negative Borel measure on $[-\pi,\pi]$ or $\mathbb{R}$. For appropriate $f_1,\ldots,f_m\in L^2(\mu)$ we give necessary and sufficient conditions for the set of funtions $\mathcal{S}=\{f_re^{imn\,\cdot}\}_{n\in\mathbb{Z}}^{r=1m\ldots,m}$ to be complete in the space $L^2(\mu)$. Conditions are also given on $\mathcal{S}$ to constitute a frame sequence or an unconditional basis. These results are closely related to the problem of finding conditions for a multi-channel sampling scheme for wide sense stationary random processes.

Geometría del dominio y Democracia de bases de Haar en espacios de Banach de funciones

Expositor: Luis Nowak (CONICET-UNComa, luisenlitoral@yahoo.com.ar)
Autor/es: Luis Nowak (CONICET-UNComa, luisenlitoral@yahoo.com.ar); Hugo Aimar (IMAL-CONICET-UNL, haimar@santafe-conicet.gov.ar); Ana Bernardis (IMAL-CONICET, ana.bernardis@gmail.com

Sea $(\mathbb{B},\|.\|_{\mathbb{B}})$ un espacio de Banach. Un conjunto numerable $\mathcal{B}$ de la esfera unitaria de $\mathbb{B}$ se dice democrática en $\mathbb{B}$ si para alguna constante positiva D la desigualdad

$$\left\|\sum_{h\in F_1}h\right\|_{\mathbb{B}}\;\leq\;D\;\left\|\sum_{h\in F_2}h\right\|_{\mathbb{B}},\tag{3}$$

vale para toda elección de subconjuntos finitos F_1 y F_2 de $\mathbb{B}$ con $|F_1|=|F_2|$, donde escribimos $|F|$ para denotar el número de elementos del conjunto F.

En [4] se probó, en el contexto de la recta real, que el sistema de Haar es democrático en los espacios de Lebesgue, L^p con $1 < p < \infty$.

Para el caso de espacios de Lorentz en el contexto euclídeo se tiene el siguiente resultado (ver [3] y [5]): El sistema de Haar es democrático en $L^{p,q}$ con $1 < p, q < \infty$ si y sólo si $p = q$.

En [1] se definieron los sistemas de tipo Haar, $\mathcal{H}$, en el contexto de espacio de tipo homogéneo (X, d, μ). En este trabajo exploramos la relación entre la estructura geométrica del espacio de tipo homogéneo subyacente (X, d, μ) y el carácter democrático del sistema de Haar en los espacios de Lorentz en dicho contexto. Mostramos que los resultados de democracia dados en [3] y [5] para espacios de Lorentz puede ser generalizado al contexto de espacios de tipo homogéneo bajo cierta propiedad $\mathcal{G}$ que define una noción de crecimiento del número de cubos diádicos como función de la escala. En tal sentido, tenemos el siguiente resultado.

TEOREMA: Sean (X, d, μ) un espacio de tipo homogéneo y $\mathcal{D}$ una familia diádica que satisface la propiedad $\mathcal{G}$. Si $\mathcal{H}$ es un sistema de Haar asociado a $\mathcal{D}$ que es democrático en $L^{p,q}(X, \mu)$ con $1 < p, q < \infty$, entonces $p = q$.

Referencias

[1] H. Aimar, A. Bernardis and B. Iaffei, *Multiresolution approximation and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type*, J. Approx. Theory, **148** (2007) 12–34.

[2] G. Garrigón, E. Hernández and J. Martell, *Wavelets Orlicz spaces and greedy bases.* Appl. Comput. Harmon. Anal. **24** (2008), 70–93

[3] E. Hernández, J. Martell and M. De Natividade, *Quantifying democracy for wavelet bases in Lorentz spaces.* Constructive Approximation. Volume 33, Issue 1, (2011), 1–14

[4] V. Temlyakov, *The best m-term approximation and greedy algorithms.* Adv. Comput. Math. **8** (1998), 249–265.

[5] P. Wojtaszczyk, *Greediness of the Haar system in rearrangement invariant spaces.* Approximation and probability,Banach Center Publ.,**72** (2006), 385-395.

Preservación de las clases A_1 de Muckenhoupt bajo sucesiones de espacios de tipo homogéneo

Expositor: Bibiana Iaffei (UNL(FHUC) - CONICET, bibiana.iaffei@gmail.com)
Autor/es: Bibiana Iaffei (UNL(FHUC) - CONICET, bibiana.iaffei@gmail.com); Maria Emilia Castillo (UNT(FACE), mariaemiliacastillo@gmail.com); Liliana Nitti (UNL(FHUC) , liliana.nitti@gmail.com)

Es conocido que la distancia de Hausdorff entre conjuntos compactos y la distancia de Kantorovich entre medidas de Borel probabilísticas, proveen un contexto apropiado para estudiar la convergencia de pesos de Muckenhoupt [ACI10]. Dentro de este marco, analizamos el límite de espacios de medida donde las medidas tienen un peso de la clase A_1 como funciones de densidad.

Más precisamente, dada una sucesión de espacios de tipo homogéneo (Y_n, d, μ_n), la cual converge en el sentido de la métrica de Hausdorff - Kantorovich a (Y, d, μ); probamos que el límite de una sucesión convergente de pesos (w_n) en $A_1(Y_n, d, \mu_n)$ pertenece a la clase A_1 de Muckenhoupt del espacio límite.

En este trabajo, mediante una prueba directa, con una técnica diferente y que requiere de hipótesis más débiles, extendemos al caso $p = 1$ el resultado principal en Completeness of Muckenhoupt classes [ACI10] para $p > 1$.

Referencias

[ACI10] H. Aimar, M. Carena, B. Iaffei, *Completeness of Muckenhoupt classes*, J. Math. Anal. Appl., 361, pp. 401–410, 2010.

Perturbaciones de rango uno en espacios de de Branges

Expositor: Julio H. Toloza (CONICET y UTN - FRC, jtoloza@frc.utn.edu.ar)
Autor/es: Julio H. Toloza (CONICET y UTN - FRC, jtoloza@frc.utn.edu.ar); Luis O. Silva (IIMAS - UNAM (México), silva@iimas.unam.mx)

En esta comunicación expondré una representación alternativa de la familia de extensiones autoadjuntas del operador de multiplicación por la variable independiente en un espacio de de Branges. Esta representación es en términos de perturbaciones de rango uno de una de tales extensiones. Además presentaré una condición necesaria y suficiente para la existencia de una función entera libre de ceros en el correspondiente espacio de funciones asociadas.

Aproximación por isometrías parciales y aproximación simétrica de marcos finitos

Expositor: Eduardo Chiumiento (IAM - UNLP, eduardo@mate.unlp.edu.ar)
Autor/es: Jorge Antezana (IAM - UNLP, antezana@mate.unlp.edu.ar); Eduardo Chiumiento (IAM - UNLP, eduardo@mate.unlp.edu.ar)

Sea $\mathcal{M}_{m,n}$ el espacio de las matrices complejas de $m \times n$, y sea $\mathcal{I}^k_{m,n}$ el conjunto de las isometrías parciales de $m \times n$ con rango k. Dada una matriz $F \in M_{m,n}$, hallaremos isometrías parciales $U \in \mathcal{I}^k_{m,n}$ tales que

$$\|F - U\| = \min_{X \in \mathcal{I}^k_{m,n}} \|F - X\|,$$

siendo $\| \cdot \|$ cualquier norma unitariamente invariante. Cuando la norma sea estrictamente convexa, daremos una caracterización de todos los mínimos. Esto generaliza los resultados de aproximación por isometrías parciales descriptos en [2]. Como principal aplicación, extenderemos la noción de aproximación simétrica de marcos finitos introducida por Frank, Paulsen y Tiballi [1].

Referencias

[1] M. Frank, V. Paulsen, T. Tiballi, Symmetric Approximation of frames and bases in Hilbert Spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 354 (2002), 777-793.

[2] N.J. Higham, Functions of matrices. Theory and computation, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2008.

Un problema de aproximación con espacios invariantes

Expositor: Carolina Alejandra Mosquera (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, caroalemosquera@gmail.com)
Autor/es: Carolina Alejandra Mosquera (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, caroalemosquera@gmail.com); Carlos Cabrelli (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, cabrelli@dm.uba.ar); Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, vpater@dm.uba.ar)

Consideraremos el siguiente problema: Dados un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, un conjunto finito de datos $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{H}$ y una clase de subespacios cerrados $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{H}$, encontrar $S^* \in \mathcal{C}$ "más cercano" a $\mathcal{F}$.

En esta charla estudiaremos este problema de aproximación usando espacios multiplicativamente invariantes (MI). Más precisamente, si H es un espacio de Hilbert y (Ω, μ) es un espacio de medida σ-finito, diremos que un subespacio cerrado de $L^2(\Omega, H)$ es MI si es invariante bajo la multiplicaión puntual por funciones que pertenecen a un conjunto fijo $\mathcal{D} \subseteq L^\infty(\Omega)$.

Luego, mostraremos que los espacios MI están relacionados con los espacios invariantes por traslaciones (SIS) mediante un isomorfismo isométrico, lo cual nos permitirá resolver el problema de aproximación con SIS en el contexto de grupos localmente compactos y abelianos.

Finalmente introduciremos la noción de espacios MI descomponibles (es decir, espacios MI que pueden ser descompuestos en una suma ortogonal de subespacios MI), y estudiaremos el problema de aproximación con estos espacios. Mostraremos que existe una relación uno a uno entre los espacios MI descomponibles y los SIS con extra-invariancia, lo cual nos permitirá resolver el problema de aproximación en estos últimos espacios.

Los resultados de esta charla están basados en un trabajo junto con Carlos Cabrelli y Victoria Paternostro.

Mejor aproximación simultánea local en espacios L^p

Expositor: Fabián Eduardo Levis (UNRC, CONICET, FCEFQyN, flevis@exa.unrc.edu.ar)
Autor/es: Fabián Eduardo Levis (UNRC, CONICET, FCEFQyN, flevis@exa.unrc.edu.ar); David Eduardo Ferreyra (UNRC, CONICET, FCEFQyN, deferreyra@exa.unrc.edu.ar)

Para $k \in \mathbb{N}$, $1 \leq j \leq k$ y $r > 0$, sean $x_j \in \mathbb{R}$ e $I = \cup_{j=1}^k [x_j - r, x_j + r]$. Si $\| \cdot \|_p$ es la norma en $L^p(I)$, $2 < p < \infty$, para cada $0 < \epsilon \leq 1$, escribimos $\|h\|_{p,\epsilon} = \|h^\epsilon\|_p$, donde $h^\epsilon(t) = h(\epsilon(t - x_j) + x_j)$, $t \in [x_j - r, x_j + r]$. Entonces, $\|h\|_{p,\epsilon}^p = \epsilon^{-1} \int_{I_\epsilon} |h|^p$, siendo $I_\epsilon = \cup_{j=1}^k [x_j - r\epsilon, x_j + r\epsilon]$.

Sean $f_1, f_2 \in L^p(I)$ y K un subconjunto convexo y cerrado de $L^p(I)$. Una función $h_{p,\epsilon} \in K$ es llamada la mejor aproximación simultánea (m.a.s.) a f_1 y f_2 desde K en $L^p(I_\epsilon)$, si

$$\|f_1 - h_{p,\epsilon}\|_{p,\epsilon}^p + \|f_2 - h_{p,\epsilon}\|_{p,\epsilon}^p \leq \|f_1 - h\|_{p,\epsilon}^p + \|f_2 - h\|_{p,\epsilon}^p, \quad \text{para todo} \quad h \in K.$$

Si la red $\{h_{p,\epsilon}\}$ tiene un límite en K para $\epsilon \to 0$, este límite es llamado la mejor aproximación local simultánea (m.a.s.l.) en L^p de f_1 y f_2 desde K sobre $\{x_1, \ldots, x_k\}$.

En este trabajo mostramos el comportamiento asintótico de la red $\{h_{p,\epsilon}\}$ cuando $\epsilon \to 0$. En el caso particular, donde K es la clase de polinomios algebraicos de grado a lo sumo n con $n+1 = kc+d$, $0 \leq d < k$, damos algunos resultados de existencia y caracterización de la m.a.s.l. asumiendo que f_1 y f_2 son diferenciables en el sentido L^p hasta el orden c en cada x_j.

Límite de funciones racionales de mejor aproximación pesada en Espacios L^p

Expositor: Claudia Rodríguez (UNRC, FCEFQyN, crodriguez@exa.unrc.edu.ar)
Autor/es: Claudia Rodríguez (UNRC, FCEFQyN, crodriguez@exa.unrc.edu.ar); Fabián Eduardo Levis (UNRC, CONICET, FCEFQyN, flevis@exa.unrc.edu.ar)

Dados $z_1, \ldots, z_k \in \mathbb{C}$, sea $I = \cup_{j=1}^{k} B_j$, donde $B_j = B(z_j, \beta_j)$ son discos abiertos centrados en z_j de radio $\beta_j > 0$ y disjuntos dos a dos. Notamos

$$\mathcal{A}(I) := \{f : f \text{ es una función analítica en } I \text{ y continua en } \overline{I}\}.$$

Para $1 \leq j, s \leq k$, $0 < \delta \leq 1$, y $\alpha, \beta \geq 0$ consideramos una red $\epsilon_j(\delta) \downarrow 0$ que verifica:

$$\epsilon_j^{\alpha}(\delta) = O\left(\epsilon_s^{\beta}(\delta)\right) \quad \text{o} \quad \epsilon_s^{\beta}(\delta) = o\left(\epsilon_j^{\alpha}(\delta)\right), \quad \text{cuando} \quad \delta \to 0.$$

Sea $f \in \mathcal{A}(I)$. Denotamos por $f^{\delta}(z) = f(\epsilon_j(\delta)(z - z_j) + z_j)$, $z \in B_j$ y $\|f\|_{\delta}$ la norma en $\mathcal{A}(I)$ definida por $\|f\|_{\delta} = \left\|f^{\delta}\right\|$, con

$$\|h\|^p = \sum_{j=1}^{k} \int_{\gamma_j} |h(z)|^p \frac{|dz|}{\eta}, \quad 1 < p < \infty, \quad \eta = 2\pi \sum_{j=1}^{k} \beta_j$$

y γ_j la función que parametriza el borde de B_j. Diremos que g_{δ} es un mejor aproximante de f por elementos de

$$\mathcal{R}_m^n(I) := \left\{R = \frac{P}{Q} : P \in \Pi^n,\ Q \in \Pi^m,\ Q(z) \neq 0, z \in I\right\},$$

con respecto a la norma $\|.\|_{\delta}$, si $\|f - g_{\delta}\|_{\delta} \leq \|f - g\|_{\delta}$, para todo $g \in \mathcal{R}_m^n(I)$.

Cuando algunos puntos z_j son más importantes que otros, se puede reflejar esta importancia en el comportamiento de la k-upla $< \epsilon_1(\delta), \ldots, \epsilon_k(\delta) >$. En este trabajo, probamos, bajo ciertas hipótesis de f, la existencia y caracterización del límite de la red g_{δ}, cuando $\delta \to 0$.

Constantes de polarizacion lineal en espacios finito dimensionales

Expositor: Jorge Tomás Rodriguez (NUCOMPA - CONICET, jorge_tomas_rodriguez@yahoo.com.ar)

Autor/es: Jorge Tomás Rodriguez (NUCOMPA - CONICET, jorge_tomas_rodriguez@yahoo.com.ar); Daniel Carando (IMAS - CONICET, dgcarando@gmail.com); Damián Pinasco (Universidad Torcuato Di Tella y CONICET, dpinasco@gmail.com)

En un espacio de Banach X, se define la n-ésima constante de polarización lineal $\mathbf{c}_n(X)$ como menor constante tal que, para cualquier conjunto de n elementos $\psi_1, \ldots, \psi_n$ del espacio dual X^*, se tiene la siguiente desigualdad

$$\|\psi_1\| \cdots \|\psi_n\| \leq \mathbf{c}_n(X)\, \|\psi_1 \cdots \psi_n\|.$$

Donde $\psi_1 \cdots \psi_n$ es el polinomio n-homogéneo dado por el producto puntual de las funciones lineales y la norma considerada es la norma uniforme sobre la bola del espacio. Relacionado con este concepto, se define la constante de polarización lineal de X como

$$\mathbf{c}(X) = \lim_{n\to\infty} (\mathbf{c}_n(X))^{\frac{1}{n}}.$$

En este trabajo presentamos un método para estimar la constante de polarización lineal de un espacio finito dimensional. Aplicamos este método a los espacios $\ell_p^d(\mathbb{K})$, con $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ó $\mathbb{R}$, y $1 \leq p \leq \infty$, obteniendo resultados asintóticamente óptimos en d.

Estabilidad de álgebras normadas biduales

Expositor: Carlos Cesar Peña (NUCOMPA. Departamento de Matemática. Fac. de Ciencias Exactas. UNCentro, ccpenia@gmail.com)
Autor/es: Carlos Cesar Peña (NUCOMPA. Departamento de Matemática. Fac. de Ciencias Exactas. UNCentro, ccpenia@gmail.com)

El estudio de algebras normadas estables resulta de interés por sus aplicaciones a la teoría de casi-multiplicadores. Se trata de álgebras normadas cuyas representaciones regulares son isométricas. Álgebras normadas con aproximaciones acotadas a izquierda (o derecha) de la unidad son estables a izquierda (o derecha). Son estables las álgebras normadas con aproximaciones acotadas bilaterales o con unidad. Toda álgebra estable es fiel. Sin embargo, es sencillo hallar álgebras fieles no estables o álgebras estables sin aproximaciones acotadas de la identidad. La propiedad de estabilidad no es hereditaria, hay subálgebras no estables de álgebras estables. El objeto de nuestra presentación es comunicar algunos avances respecto a estabilidad de álgebras biduales (munidas de los productos de Arens) y en qué medida dicha estabilidad incide en la del álgebra subyacente.

Bibliografía:

- E. Ansari Piri and S. Nouri: Almost multipliers and some of their properties. J. of Advances in Maths., Vol. 11, 7, (2015), 5397-5402.
- E. Ansari and S. Nouri: Stable normed algebras. arXiv:1509.08142

El producto de convolución $K_\lambda(x) * K_\mu(x)$

Expositor: Marta Graciela Garcia (UNICEN, garcia.marta10@gmail.com)
Autor/es: Marta Graciela Garcia (UNICEN, garcia.marta10@gmail.com)

Sea

$$K_\lambda = K_\lambda(x)$$

la familia de funciones distribucionales definida por:

$$K_\lambda(x) = \frac{|x|^\lambda}{\Gamma\left(\frac{\lambda+1}{2}\right)}$$

siendo λ un número complejo, $x \in \mathbb{R}$, por otro lado, de ([1],pag.50)

$$|x|^\lambda = x_+^\lambda + x_-^\lambda$$

y donde x_+^λ,x_-^λ son definidos de la siguiente forma:

$$x_+^\lambda = \begin{cases} x^\lambda & si \quad x > 0 \\ 0 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

$$x_-^\lambda = \begin{cases} |x|^\lambda & si \quad x < 0 \\ 0 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

([1],pag.48 y 49).

En este artículo se le da un sentido al producto de convolución

$$K_\lambda (x) * K_\mu (x)$$

λ, μ complejos, usando esencialmente la Transformada de Fourier de $K_\lambda (x)$.

Por otro lado, por medio de interacciones, se encuentran algunas soluciones elementales para ciertos operadores diferenciales y ciertos valores de λ.

Referencias

[1] Gelfand and Shilov-Generalized Functions:Properties and Operations. Academic Press. New York and London. 1964.

Una nueva caracterización de las medias cuasilineales

Expositor: Gerardo E. Sbérgamo (CONICET-FCEIA-UNR, gerardo@fceia.unr.edu.ar)
Autor/es: Lucio R. Berrone (CONICET, berrone@fceia.unr.edu.ar); Gerardo E. Sbérgamo (CONICET-FCEIA-UNR, gerardo@fceia.unr.edu.ar)

Sea I un intervalo real. Una función $M : I^n \to I$ es una media de n variables si satisface la desigualdad

$$\min \{x_1, x_2, ..., x_n\} \leq M (x_1, x_2, ..., x_n) \leq \max \{x_1, x_2, ..., x_n\},$$

para todo $(x_1, x_2, ..., x_n) \in I^n$. La *ecuación funcional de conjugación*

$$f (M (x_1, x_2, ..., x_n)) = N (f (x_1), f (x_2), ..., f (x_n)), \quad x_1, x_2, ..., x_n \in I, \tag{4}$$

donde M y N son medias continuas definidas sobre los intervalos I y J respectivamente, fue estudiada por diversos autores desde las primeras décadas del siglo pasado (ver, e.g., [1] pp. 62, 79, 145; [4] y [5], p. 239). Es conocido que la solución general de (1) es una familia biparamétrica de funciones continuas si M y N son medias cuasialineales, i.e., medias que admiten la representación

$$L_f (x_1, x_2, ..., x_n, w) = f^{-1} \left(\sum_{j=1}^n w_j f (x_j) \right), \quad x_1, x_2, ..., x_n \in I, \tag{5}$$

donde la función $f : I \to \mathbb{R}$ es continua y estrictamente monótona y los pesos $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$ satisfacen $w_j > 0$ y $\sum_{j=1}^n w_j = 1$. Más precisamente, si $M = L_g (x_1, x_2, ..., x_n, w)$ y $N = L_h (x_1, x_2, ..., x_n, w)$, con $g : I \to \mathbb{R}$ y $h : J \to \mathbb{R}$ entonces, dados $a, b \in I$ con $a \neq b$ y $\alpha, \beta \in J$ existe una única función continua $f : I \to J$, solución de (1), que satisface las condiciones de contorno

$$f (a) = \alpha \quad \text{y} \quad f (b) = \beta.$$

Se mostrará que las medias cuasilineales son las únicas medias continuas que tienen esta propiedad.

Referencias

[1] J. Aczél, *Lectures on Functional Equations and their Applications*, Academic Press, New York and London, (1966).

[2] L. R. Berrone, *A dynamical characterization of quasilinear mean*", Aequationes Math. **84**, Issue **1** (2012), 51-70.

[3] L. R. Berrone, G. E. Sbérgamo, *La familia de bases de una media continua y la representación de las medias cuasiaritméticas*, Rev. de la Soc. Venezolana de Matemática, Vol. XIX, No. 1, (2012), 3-18.

[4] L. R. Berrone, A. L. Lombardi, *A note on equivalence of means*, Publ. Math. Debrecen **58**, Fasc. **1-2**, (2001), 49-56.

[5] J.M. Borwein, P.B. Borwein, *Pi and the AGM, John Wiley and Sons, New York, 1987.*

DESIGUALDADES CON PESOS DIFERENTES PARA TRANSFORMADAS DE RIESZ-SCHRÖDINGER VÍA COMPARACIÓN.

Expositor: Pablo Quijano (IMAL, pabloquijano@hotmail.com.ar)
Autor/es: Pablo Quijano (IMAL, pabloquijano@hotmail.com.ar); Bruno Bongioanni (IMAL, bbongio@santafe-conicet.gov.ar); Eleonor Harboure (IMAL, harbour@santafe-conicet.gov.ar)

Sea $\mathcal{L} = -\Delta + V$ el operador de Shrödinger en $\mathbb{R}^d$, $d \geq 3$, donde el potencial V es no negativo y satisface una desigualdad de Hölder al revés de orden $q > d/2$, esto es, existe una constante C tal que

$$\left(\frac{1}{|B|}\int_B V(y)^q\,dy\right)^{1/q} \leq \frac{C}{|B|}\int_B V(y)\,dy,$$

para toda bola $B \subset \mathbb{R}^d$. Consideramos las transformadas de Riesz asociadas a $\mathcal{L}$ de orden uno $R = \nabla\mathcal{L}^{-1/2}$ y de orden dos $R_2 = \nabla^2\mathcal{L}^{-1}$, como así también sus correspondientes operadores adjuntos $R^\star = \mathcal{L}^{-1/2}\nabla$ y $R_2^\star = \mathcal{L}^{-1}\nabla^2$.

En [2] se obtienen resultados de acotación en L^p para R mediante desigualdades de comparación entre su núcleo y el núcleo del correspondiente operador clásico asociado $R_0 = \nabla(-\Delta)^{-1/2}$. Más adelante, en [1] se obtienen similares resultados de comparación para $R_2^\star$ buscando probar su acotación en espacios de tipo BMO, aunque con hipótesis más fuertes.

En nuestro trabajo obtenemos resultados de comparación para R_2 y $R_2^\star$ que mejoran el de [1] y aplicamos estos resultados junto con los de [2] para probar desigualdades del tipo

$$\int |Tf|^p w \leq C \int |f|^p \mathcal{M}w,$$

donde w es un peso, $\mathcal{M}$ es un operador maximal adecuado y T será las transformadas de Riesz-Schrödinger y sus operadores adjuntos de orden uno y dos.

Referencias

[1] J. Dong, Y. Liu. The higher order Riesz transform and BMO type space associated to Schrödinger operators. Math. Nachr. 285 (2012)

[2] Z. Shen. L^p estimates for Schrödinger operators with certain potentials. Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 45 (1995)

La transformada de Fourier de la familia de funciones distribucionales $G(x,m)_+^\lambda$

Expositor: Manuel Aguirre Tellez (Universidad Nacional del Centro, manuel.aguirre48@gmail.com)

Autor/es: Manuel Aguirre Tellez (Universidad Nacional del Centro, manuel.aguirre48@gmail.com); Emilio Aguirre Rébora (Universidad Nacional del Centro, emilioaguirrerebora@gmail.com)

La familia de funciones distribucionales
$G(x,m)_+^\lambda = \left(\left(\sum_{i=1}^{p} x_i^2\right)^m - \left(\sum_{i=p+1}^{p+q} x_i^2\right)^m\right)$ donde λ es un parámetro complejo, m es un entero no negativo y $p+q=n$ es la dimensión del espacio, fue introducida por A. Kananthai en() y tiene dos grupos de singularidades a saber:$\lambda=-k, k=1,2,3,...$ y $\lambda = -\frac{n}{2m} - s, s=0,1,2,...$

El residuo de $G(x,m)_+^\lambda$ en los puntos $\lambda=-k, k=1,2,3,...$ es evaluado en([1])y en los puntos $\lambda = -\frac{n}{2m} - s, s=0,1,2,...$ es evaluado en([2]). En este artículo se le da un sentido a la transformada de de Fourier de $G(x,m)_+^\lambda$. En particular si $m=1$, se obtiene la transformada de Fourier de la familia de funciones distribucionales $P(x)_+^\lambda = \left(\sum_{i=1}^{p} x_i^2 - \sum_{i=p+1}^{p+q} x_i^2\right)_+^\lambda$.

Referencias

[1] Kananthai A. and Nonloapen K., the residue of generalized function, P^λ,Thai Journal of Mathematics, Volume1,2003,pp.49-57

[2] Aguirre Manuel A.,A generalized of residue of generalized function, P^λ, Thai Journal of Mathematics,Volume3,Nro.1,2005,pp.35-51.
