

4. Comunicaciones: Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática

DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS EN UN PROBLEMA DE TRANSFERENCIA DE CALOR CON EVAPORACIÓN

Expositor: Natalia Salva (CNEA - CONICET - UNComa, natalia.salva@yahoo.com.ar)

Autor/es: Natalia Salva (CNEA - CONICET - UNComa, natalia.salva@yahoo.com.ar); Claudio Padra (CNEA - CONICET - UNComa, claudiopadra@gmail.com)

En este trabajo modelamos la temperatura en un tejido biológico, que surge del estudio de la Terapia de Captura Neutrónica en Boro (BNCT) para el tratamiento de cáncer bucal en hamsters. En su modelo utilizamos la ecuación de biocalor de Pennes agregando un término de evaporación. Para modelar el término de evaporación realizamos dos planteos diferentes. En el primero introducimos un flujo de calor que representa dicho término, el cual depende de valores nodales asociados a una malla de elementos finitos definidos en todo el dominio. En el segundo planteo propusimos modificar la condición de borde introduciendo un término de evaporación que depende de valores nodales definidos sólo en el borde exterior. En ambos casos se determinaron los valores nodales, suponiendo conocidos todos los demás coeficientes térmicos, como por ejemplo la conductividad del tejido. Para ello minimizamos la distancia entre la temperatura medida experimentalmente, obtenida mediante una termografía por infrarrojos, y la temperatura calculada en la superficie, determinando así el término de evaporación óptimo. Utilizamos el método adjunto para minimizar la función objetivo y comparamos los resultados obtenidos en ambos casos.

ESTIMACIÓN Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA EL COEFICIENTE DE DIFUSIVIDAD EN UN PROBLEMA DE CONDUCCIÓN DE CALOR

Expositor: Guillermo Umbricht (CONICET - Centro de Matemática Aplicada - ECyT - UNSAM, guilleungs@yahoo.com.ar)

Autor/es: Guillermo Umbricht (CONICET - Centro de Matemática Aplicada - ECyT - UNSAM, guilleungs@yahoo.com.ar); Diana Rubio (Centro de Matemática Aplicada - ECyT - UNSAM, diana.rubio@unsam.edu.ar); Claudio El Hasi (Instituto de Ciencias - UNGS, claudio@ungs.edu.ar)

Resumen

El problema de identificación de parámetros ha sido muy estudiado y ha recibido considerable atención de muchas investigaciones actuales debido esencialmente a las disímiles y múltiples aplicaciones en los distintos campos de la ciencia tales como la conducción de calor [6], la tomografía y la tomografía de impedancia eléctrica [1], la teoría electromagnética [2], la detección de contaminantes [4] y determinación de tumores en un tejido biológico [5].

La ecuación de calor, o de difusión, se utiliza para describir numerosos procesos de transferencia de masa y energía, es muy estudiada y analizada por áreas como la termodinámica y la termoquímica [3]. El constante desarrollo de algoritmos numéricos para la identificación de distintos parámetros que aparecen en la literatura, indica la necesidad de mejorar las técnicas de estimación existentes.

En este trabajo se estudia la estimación del coeficiente de difusividad de una barra metálica homogénea conociendo valores temporales de temperaturas en un punto intermedio. Para ello, se analiza el estado transitorio de un problema de conducción de calor en un

hilo conductor totalmente aislado de longitud L . El problema es modelado mediante una ecuación en derivadas parciales de tipo parabólica y consideramos datos ruidosos, simulados numéricamente, correspondientes a valores de temperatura medida en un punto de la barra en distintos instantes de tiempo. El ruido es considerado con distribución normal y media 0. A partir de estos valores observados, estimamos el coeficiente de difusividad utilizando técnicas usuales de problemas inversos. Estudiamos analítica y numéricamente la sensibilidad de la temperatura con respecto al coeficiente de difusividad y en base a este análisis determinamos una nueva posición donde tomar los datos de temperatura y calcular intervalos en distintos niveles de confianza para la estimación del paraámetro. Mostramos y discutimos los resultados de los experimentos numéricos, en los que se puede observar una buena precisión en la estimación del coeficiente de difusividad. Finalmente comentaremos posibles aplicaciones y trabajos futuros en esta dirección.

Referencias

- [1] Barber D.C; Brown B.H. Applied Potential Tomography, Journal of Physics E: Scientific Instruments, 17 (1984), pp. 723-733.
- [2] tEl Badia A; Ha-Duong T. An inverse source problem in potential analysis, Inverse Problems, Vol. 16, No 3 (2000), pp. 651.
- [3] Incropera, F.P.; Dewitt, D. P. Fundamentos de transferencia de calor. Pearson Educación, 1999.
- [4] tLaird C.D. Contamination source determination for water networks. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 131, No 2 (2005), pp. 125-134.
- [5] Miyakawa M; Bolomey J.C. Non-Invasive Thermometry of the Human Body, 1996.
- [6] tOzisik M. Inverse heat transfer: fundamentals and applications. CRC Press, 2000.

ASPECTOS TEORICOS Y MODELADO COMPUTACIONAL DE LAS TRANSFORMACIONES MORFOLOGICAS DE MICRO/NANO-ESTRUCTURAS SOMETIDAS A TRATAMIENTOS TERMICOS

Expositor: Cecilia Sottile (INIFTA-UNLP, ceciliaasottile@gmail.com)

Autor/es: Cecilia Sottile (INIFTA-UNLP, ceciliaasottile@gmail.com); Matías Rafti (INIFTA-UNLP, matias.rafti@gmail.com); Victoria Vampa (Dpto. Cs. Básicas-Fac. de Ingeniería-UNLP, victoriavampa@gmail.com); Federico Castez (Y-Tec, fcastez@gmail.com)

La evolución de interfaces por Difusión Superficial, que es un proceso en el cual los átomos situados sobre la superficie de materiales sólidos migran procurando posicionarse en sitios energéticamente favorables, ha tenido numerosas aplicaciones en los últimos años. Por ejemplo, la reducción de la rugosidad superficial y la obtención de estructuras topológicamente particulares a través de tratamientos térmicos que inducen tal flujo difusivo, han encontrado múltiples aplicaciones en el campo de la microelectrónica [1].

La teoría continua de Difusión Superficial para medios isotrópicos se basa en la ecuación de Mullins [2], que es una ecuación de cuarto orden y no lineal, que relaciona la velocidad normal de la interfaz con los gradientes de curvatura. En este trabajo hemos integrado numéricamente dicha

ecuación para una amplia variedad de interfaces bidimensionales. En particular, se generaron condiciones iniciales cerradas (triangulares, formas de estrella y de engranaje, entre otras) y se analizó la evolución en el tiempo de dichas interfaces. Asimismo, estudiamos el mismo tipo de sistema físico mediante un modelo discreto, como es el método de Monte Carlo Cinético. Partiendo de condiciones iniciales equivalentes, se realizó un estudio comparativo de la evolución de las interfaces en los sistemas continuo y discreto, tanto en los aspectos cinéticos como en los morfológicos.

De esta manera, hemos podido realizar una comparación, tanto en aspectos cualitativos como cuantitativos, entre los resultados del modelo continuo y los de las simulaciones de Monte Carlo, determinando similitudes y diferencias entre las mismas. En particular, pudimos encontrar resultados de la teoría continua que son aplicables al caso discreto, mientras que, para los casos en los que se encontraron discrepancias, analizamos el origen de las mismas.

Referencias

[1] Ming-Chang M. Lee and Wei-Chao Chiu and Tse-Ming Yang and Chin-Hung Chen, *Monolithically integrated low-loss silicon photonic wires and three-dimensional tapered couplers fabricated by self-profile transformation*, Applied Physics Letters, vol. 91, num. 19, pp. 191114, 2007.

[2] W. W. Mullins, *Theory of Thermal Grooving*, J. Appl. Phys., vol. 28, pp. 333, 1957.

C'ALCULO DE ESTADOS FUNDAMENTALES PARA UNA ECUACI'ON DE EVOLUCI'ON PROVENIENTE DE MODELOS MATEM'ATICOS PARA SEMICONDUCTORES.

Expositor: Néstor Hugo Biedma (Universidad Nacional Del Comahue, nestbi7@gmail.com)
 Autor/es: Néstor Hugo Biedma (Universidad Nacional Del Comahue, nestbi7@gmail.com);
 Mariano De Leo (Universidad Nacional de General Sarmiento, mdeleo@ungs.edu.ar)

El modelado matemático del movimiento de cargas en dispositivos semiconductores con un alto grado de integración requiere del uso de la ecuación de Schroedinger: $iu_t = -\Delta u + Vu$, donde u es la función de onda, Δ es el operador Laplaciano y V es una función real, llamada *potencial*. Típicamente, esta ecuación admite dos relevantes leyes de conservación: por un lado la conservación de la norma en $L^2(\mathbb{R}^d)$, esto es la carga total, y por otro, la conservación de un funcional particular \mathcal{H} , llamado *Hamiltoniano*, que verifica $\nabla\mathcal{H}(\phi) = -\Delta\phi + V\phi$. Se plantea, entonces el problema de optimización con restricciones que consiste en hallar la función de onda φ_* que minimiza el Hamiltoniano entre todas las que tienen norma fija, que supondremos unitaria. Una tal función minimizante, en caso de existir, se llama *estado fundamental*. En esta oportunidad tomaremos en cuenta un problema de evolución con un potencial no lineal de tipo Hartree en la recta, dado por $V(u) = \frac{|x|}{2} * (\mathcal{D} - |u|^2)$, donde \mathcal{D} es una función regular positiva de soporte compacto llamada *perfil de dopaje*, y obtendremos el estado fundamental como el estado límite del problema parabólico $u_t = N(u)$ donde $N(u)$ es la proyección de $-\nabla\mathcal{H}(u)$ sobre la esfera unitaria. Partiremos de la escritura auxiliar $N = N_1 + N_2$, donde los operadores N_1 y N_2 dan lugar a problemas cuyas soluciones son accesibles, y aprovecharemos estos flujos parciales para obtener la evolución hacia el estado límite a partir del uso de métodos afines de descomposición temporal.

LA ASIGNACIÓN DE ÁRBITROS PARA LA LIGA NACIONAL DE BÁSQUET DE LA ARGENTINA
MEDIANTE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Expositor: Guillermo Alfredo Duran (Instituto de Cálculo FCEN UBA, gduran@dm.uba.ar)
Autor/es: Guillermo Alfredo Duran (Instituto de Cálculo FCEN UBA, gduran@dm.uba.ar);
Mario Guajardo (NHH Norway, mguajard@gmail.com); Facundo Gutiérrez (Dep. de Matemática FCEN UBA, facumgutierrez@gmail.com)

El básquet es uno de los deportes más populares de la Argentina. La creación de la Liga Nacional en 1985 significó un gran impulso para este deporte en todo el país. Hoy la Liga Nacional de Básquet, la primera división del básquet de la Argentina, es altamente profesional y está muy expandida a lo largo y a lo ancho de todo el país. Desde la temporada 2014-2015 la Liga es programada mediante el uso de técnicas modernas de Investigación Operativa, La implementación de estos modelos ha significado un ahorro superior al 30% en el promedio de kilómetros viajados por partido jugado de visitante, con el consiguiente beneficio económico y el menor desgaste para los jugadores.

Sin embargo, la asignación de árbitros a los partidos aún es realizada de manera manual. El problema que vamos a encarar en este trabajo es entonces el de asignar una pareja arbitral a cada partido de la Liga. Con este objetivo desarrollamos un modelo de Programación Entera que busca minimizar los costos de viajes y estadías, sujeto a cumplir con ciertas restricciones que impone la Asociación que organiza el torneo. De esta forma, el problema estudiado es una variación de dos problemas conocidos y estudiados en la literatura: el *Traveling Umpire Problem* y el *Referee Assignment Problem*.

Algunas de las condiciones que se imponen son que cada árbitro no dirija más de una cierta cantidad de partidos en días consecutivos, que pase una cierta cantidad de partidos antes de que un árbitro vuelva a dirigir a un mismo equipo, que cada árbitro dirija una cierta cantidad mínima de partidos en todo el torneo, entre otras condiciones. Los árbitros provienen de distintas zonas del país y después de una cierta secuencia de partidos vuelven a sus casas para un breve período de descanso.

A lo largo de la serie regular de la Liga los 20 equipos juegan en total 560 partidos en 7 meses. Se dispone de 20 árbitros para arbitrar todos estos partidos. El fixture aprobado por la Asociación es un dato de entrada para nuestro problema. Crear la asignación para todo el torneo es un problema demasiado grande, pero que además, no tiene sentido tratar, dado que a medida que avanza el campeonato suelen ocurrir eventualidades que hacen que se tenga que cambiar la solución propuesta. Por eso optamos por encontrar la asignación óptima para una ventana de tiempo que va de una a dos semanas, ajustando el modelo a las eventualidades que pueden haber ocurrido (por ejemplo, si se lesiona un árbitro, claramente no puede dirigir por los siguientes días), y así continuar con las asignaciones en la siguiente ventana de tiempo. Notar que aunque el período de tiempo sea corto, las asignaciones manuales que se hacen actualmente son claramente subóptimas, por la gran cantidad de alternativas válidas que existen.

Hemos realizado algunas pruebas para la temporada 2015-2016 y estos resultados preliminares muestran que las asignaciones que hace nuestro modelo mejoran en cuanto a costos en más de un 20% con respecto a las asignaciones reales realizadas manualmente. Los tiempos de corrida de nuestro modelo para estas ventanas de tiempos que van de 7 a 14 días no superan en ningún caso los 30 minutos, alcanzando optimalidad en la mayoría de las veces.

RESTABILIZING PROCESSES IN MANY-TO-ONE MATCHING MODELS.

Expositor: Beatriz Millán (Universidad Nacional de San Juan , millanbetty2@hotmail.com)
Autor/es: Beatriz Millán (Universidad Nacional de San Juan , millanbetty2@hotmail.com)

Two-sided matching models have been widely used in labor markets and in school selection programs. One example where matching models are used is the National Resident Matching Program (NRMP) of the United States. In this program around 20,000 medical residents are assigned to hospitals. Also, centralized mechanisms have been implemented, for student assignment to secondary schools of New York and Boston, Roth (2006) shows other markets where matching models are applied. The agents of a matching model are divided into two disjoint subsets, for example firms and workers. Each worker has an order of preference (salary, working conditions, tasks to be developed) over the firms, while these order their acceptable workers according to any suitability criterion to carry out the task. A result is one assignment of workers to the firm. One of the most important properties that any matching model solution must fulfill is stability. A matching is stable if what it is proposed for all agents by the matching is acceptable and there exists no firm-worker pair that prefers to be matched rather than staying with their corresponding partners. Great progress has been achieved in centralized markets using two-sided matching models, where a central entity produces stable matchings using variations of the Deferred Acceptance algorithm. However, Roth and Vande Vate (1992) observed that there exist labor markets and other situations of well-functioning two-sided matching models where centralized matching mechanisms are not used. They surmised that at least one of these markets can reach stable solutions through decentralized decisions. In this work we extend the theory in a frame where it can be used in decentralized labor markets. We show how a market can have its stability back after a stable matching is decentralized by the leaving of some workers or the entrance of new firms. We consider two algorithms which produce stable matchings after such changes in population, and we extend the analysis showing a way of calculating the result of the execution of such algorithms.

ASKING INFINITE VOTERS "WHO IS A J?", AND OTHER GROUP IDENTIFICATION PROBLEM TOPICS

Expositor: Federico Fioravanti (INMABB , federico.fioravanti9@gmail.com)
Autor/es: Federico Fioravanti (INMABB , federico.fioravanti9@gmail.com)

Group Identification Problem arises when the membership of an individual in a group depends on the judgement of other members. Kasher (Jewish Collective Identity - 1993) presents the problem in terms of an aggregator function, such that the decision on whether an individual belongs to the J group depends on the view of all the members of the society. The collective identity of J is thus determined by the individual views on "who is a J". Kasher and Rubinstein (On the Question "Who is a J? 1997) presents an axiomatic approach to this problem. They consider the aggregator function $J : (J_1, \dots, J_N) \subseteq N^N \rightarrow J((J_1, \dots, J_N) \subseteq N$ where N is the group of voters and $i \in J_k$ indicates that individual k thinks that i is a J . They characterize, using different axioms, the Liberal aggregator, the Dictatorship aggregator and the Oligarchic aggregator.

We deal with this problem in two different ways:

- the consideration of a slightly different family of axioms. This opens the question of the existence and uniqueness of aggregators satisfying them.
- the analysis of the case with an infinite number of voters. The idea is to determine, at the very least, if the results of the finite setting are still valid.

In both cases some existence results are going to be shown.

MODELACIÓN NUMÉRICA DEL ACUÍFERO DEL TRAMO INFERIOR DEL RÍO NEUQUÉN

Expositor: Guillermo Maimone (Dto. de Matemática, Fac. de Economía, Univ. Nac. del Comahue, gdmcipo@gmail.com)

Autor/es: Guillermo Maimone (Dto. de Matemática, Fac. de Economía, Univ. Nac. del Comahue, gdmcipo@gmail.com); Javier Pavese (Dto. de Matemática, Fac. de Economía, Univ. Nac. del Comahue, japnqn@gmail.com)

El acuífero ubicado en el valle inferior del Río Neuquén, límite entre las Provincias de Neuquén y Río Negro, comprende una zona de aproximadamente 90 Km². En esta región, se desarrolla una intensa actividad agrícola, principalmente fruticultura, mediante un sistema de riego artificial que se extiende a lo largo de más de 100 Km. Este sistema comienza en el dique Ing. Ballester, tomando agua del río Neuquén y continúa hasta la localidad de Chichinales, Provincia de Río Negro. En este mismo dique, sobre la margen derecha, se deriva un sistema de riego menor.

La región bajo estudio abarca dos zonas, una en Río Negro desde el Dique Ballester hasta cercanías de Cipolletti, comprendiendo las ciudades de Barda del Medio, Contralmirante Cordero y Cinco Saltos y que es abastecida por el sistema principal de riego; y otra en Neuquén, con igual inicio y que finaliza en cercanías de la ciudad de Neuquén y contiene a las localidades de Vista Alegre Norte, Vista Alegre Sur y Centenario y se irriga mediante el sistema menor.

El río tiene dirección noroeste-sudeste y en ambas márgenes se desarrolla el valle fluvial que en sus laterales noreste y sudoeste está limitado por las bardas, nombre con que se denomina a las elevaciones de las mesetas en esta región. Las bardas presentan condición de borde de flujo nulo.

El acuífero esta constituido por dos horizontes: uno inferior de material grueso formado por gravas y arenas sin cementar apoyado sobre material impermeable a una profundidad de 10 m. aproximadamente, y uno superior de material más fino que forma el suelo, con un espesor promedio de dos metros que puede estar saturado en los períodos de ascenso del nivel freático.

Para implementar el modelo se contó con información freaticométrica de los Distritos Cinco Saltos y Centenario, proporcionada por la AIC, Autoridad Interjurisdiccional de Cuenca de los Ríos Limay, Neuquén y Negro, que incluye: nombre del freaticómetro, coordenadas, cota terreno, y profundidad de la freática. También se dispuso de registros climatológicos, estudios de evapotranspiración, de valores de conductividad hidráulica para distintas capas del terreno, características del Río Neuquén, cartas georeferenciadas y actividades antrópicas en la región.

Se presenta un modelo numérico para analizar el comportamiento hidrogeológico de este acuífero en ambas márgenes del río Se utilizó el software MODFLOW, modelo 3-D del flujo de aguas subterráneas.

En el sector noreste, en la margen izquierda del río ubicada en Río Negro, debido a los pocos datos topográficos, la interpolación realizada por el modelo se aleja significativamente de la real, lo que produce un pobre ajuste entre los valores calculados y los observados en los pozos de observación de esa zona. Sin embargo, en el resto del acuífero, se captó correctamente

la dinámica hidrogeológica de la cuenca. Igual comportamiento se observó cuando se validó el modelo con otros juegos de datos

Se concluye que en modelo estuvo bien formulado, se logró estabilidad numérica y concordancia adecuada entre valores medidos y valores calculados.

FILTRADO E IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS MEDIANTE MÉTODOS BAYESIANOS

Expositor: Guillermo La Mura (EcyT - UNSAM, glamura@gmail.com)

Autor/es: Eduardo Pedro Serrano (ECyT- UNSAM, eduardo.eduser@gmail.com); Guillermo La Mura (EcyT - UNSAM, glamura@gmail.com); Ricardo Sirne (FI-UBA, rsirne@fi.uba.ar)

Sea un sistema dinámico modelizable mediante ecuaciones diferenciales ordinarias con sus correspondientes valores iniciales, cuya salida -perturbada por ruido de observación- es registrada en una red discreta. El sistema depende de varios parámetros, total o parcialmente inciertos. En estas circunstancias se plantea el problema general de filtrar los datos de salida y, simultáneamente, estimar los parámetros. Eventualmente este problema de estimación puede asociarse a un problema de diseño o ajuste de controles. La metodología adecuada de trabajo depende fuertemente de la estructura del modelo. En general los métodos óptimos, basados en el filtro de Kalman, sólo son apropiados cuando el modelo es lineal en aquello que se desea estimar (el estado y/o los parámetros). Si éste no es el caso, deberán implementarse métodos sub-óptimos como los filtros de Kalman extendidos, los filtros de grilla o de partículas. Sin embargo el diseño de una estrategia eficiente requiere de un cuidadoso balance del método de filtrado y el de estimación. En esta presentación se analiza el caso de dos modelos no lineales, de primero y segundo orden, con salida unidimensional. Se implementan técnicas bayesianas de filtrado y estimación destacándose su performance, ventajas y desventajas.

Referencias

- [1] J.V. Candy. *Bayesian Signal Processing-Classical, Modern, and Particle Filtering Methods*. John Wiley & Sons, Inc., 2009.
 - [2] V. Namdeo, C.S. Manohar. *Nonlinear structural dynamical system identification using adaptive particle filters*. Journal of Sound and Vibration, 306, pp. 524-563, 2007.
 - [3] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp. *A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking*. IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 50, N° 2, February 2002.
-

ON THE CHARACTERIZATION OF AGGREGATE DYNAMIC PREFERENCES

Expositor: Luis Alcalá (Universidad Nacional de San Luis, lalcala@unsl.edu.ar)

Autor/es: Luis Alcalá (Universidad Nacional de San Luis, lalcala@unsl.edu.ar)

This paper develops a model of dynamic decisions made by a finite number of agents who have constant but heterogeneous discount factors. It is shown that the construction of Pareto optimal allocations for the group of agents has an equivalent formulation as a dynamic programming problem for a single decision maker with variational preferences. Such preferences can be represented by a recursive, multiple-priors utility and a Bayesian updating process for such set of priors. Therefore, aggregate preferences are dynamically consistent.

Expositor: Andrea L. Bel (Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur, andrea.bel@uns.edu.ar)

Autor/es: Andrea L. Bel (Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur, andrea.bel@uns.edu.ar); Walter A. Reartes (Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur, reartes@uns.edu.ar); Horacio G. Rotstein (Department of Mathematical Sciences. New Jersey Institute of Technology, horacio@njit.edu)

En este trabajo consideramos una red neuronal conectada vía *gap junctions* con delay y estudiamos las respuestas subumbral de la red a corrientes oscilatorias externas. Caracterizar las resonancias subumbral de amplitud y de fase es de gran importancia para determinar la generación de potenciales de acción en neuronas aisladas y su sincronización en la red de la que forman parte. Este tipo de redes han sido consideradas, por ejemplo, en el análisis de sincronización de *spikes* y *bursting* en redes de dos o más neuronas [2] y en el estudio de oscilaciones muy rápidas [3].

Cada neurona en la red es modelada con una ecuación de tipo Hodgkin-Huxley de dos dimensiones, describiendo las propiedades biofísicas del circuito eléctrico subyacente [1]. La conexión entre neuronas es de tipo eléctrico, se modela utilizando *gap junctions* y agregando un delay constante. Este delay está asociado con la propagación de la señal a lo largo de axones y dendritas.

En primer lugar analizamos el modelo con delay linealizado para caracterizar y determinar las múltiples resonancias de amplitud y de fase, siguiendo la metodología propuesta en [4]. Estudiamos cómo el delay genera distintas frecuencias naturales en la red que a su vez están asociadas a la multiplicidad de resonancias. Mostramos que la caracterización anterior, en un amplio rango de parámetros, permite estudiar la respuesta subumbral en modelos no lineales considerando distintas corrientes iónicas. Discutimos sobre las implicancias de nuestros resultados para redes más extensas.

Referencias

- [1] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conductance and excitation in nerve. *Journal of Physiology*, 117:500–544, 1952.
- [2] V. K. Jirsa. Dispersion and time delay effects in synchronized spike–burst networks. *Cognitive Neurodynamics*, 2:29–38, 2008.
- [3] E. Munro and C. Börgers. Mechanisms of very fast oscillations in networks of axons coupled by gap junctions. *Journal of Computational Neuroscience*, 28:539–555 2010.
- [4] H. G. Rotstein and F. Nadim. Frequency preference in two-dimensional neural models: a linear analysis of the interaction between resonant and amplifying currents. *Journal of Computational Neuroscience*, 37:9–28, 2013.

Expositor: Mercedes Soledad Pérez Millán (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Ciudad Universitaria, Buenos Aires 1428, Argentina, mpmillan@dm.uba.ar)

Autor/es: Mercedes Soledad Pérez Millán (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Ciudad Universitaria, Buenos Aires 1428, Argentina, mpmillan@dm.uba.ar); Alicia Dickenstein (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires - IMAS, CONICET, Ciudad Universitaria, Buenos Aires 1428, Argentina, alidick@dm.uba.ar)

Muchos procesos celulares involucran algún tipo de modificación post-traducciona de proteínas. Hemos definido una subclase muy especial de estos mecanismos, por su abundancia en la naturaleza y las características particulares en las topologías de sus redes, que es la de aquellos que presentan Modificaciones de tipo Enzima-Sustrato o Intercambio con Intermedios (*Modifications of type Enzyme-Substrate or Swap with Intermediates*), llamados sistemas MESSI.

Un subconjunto de estas redes son los sistemas MESSI s-tóricos, donde la topología de la red permite construir binomios explícitos que describen las relaciones entre las concentraciones de las distintas especies en los estados estacionarios positivos del sistema. Ejemplos de sistemas MESSI se encuentran en [2,3,6,7] y sus referencias, donde la mayoría son s-tóricos. Para los sistemas MESSI s-tóricos, caracterizamos teóricamente la ocurrencia de monoestacionariedad. Bajo algunas hipótesis adicionales, que aseguren que el sistema tiene la capacidad de ser multiestacionario, mostramos cómo construir dos estados estacionarios distintos y constantes de reacción que certifiquen esta condición, basados en [4,6] y la teoría de matroides orientados [1]. Hemos desarrollado un primer algoritmo que implementa estos resultados en el sistema de software libre Octave [5].

Referencias

- [1] A. Björner, M. Las Vergnas, B. Sturmfels, N. White y G.M. Ziegler, 1999. *Oriented matroids*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 46, Cambridge University Press, Cambridge.
- [2] C. Conradi y A. Shiu, 2015. *A global convergence result for processive multisite phosphorylation systems*. Bull. Math. Biol. 77(1), 126–155.
- [3] E. Feliu y C. Wiuf, 2012. *Enzyme sharing as a cause of multistationarity in signaling systems*. J. Royal Soc. Interface 9(71), 1224–32.
- [4] S. Müller, E. Feliu, G. Regensburger, C. Conradi, A. Shiu y A. Dickenstein, 2016. *Sign conditions for injectivity of generalized polynomial maps with applications to chemical reaction networks and real algebraic geometry*. Found. Comp. Math. 16(1), 69–97.
- [5] J. W. Eaton, D. Bateman y S. Hauberg, 2009. GNU Octave version 3.0.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations. CreateSpace Independent Publishing Platform. ISBN 1441413006, <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/>
- [6] M. Pérez Millán, A. Dickenstein, A. Shiu, C. Conradi, 2012. *Chemical reaction systems with toric steady states*. Bull. Math. Biol. 74(5), 1027–1065.
- [7] G. Shinar y M. Feinberg, 2010. *Structural sources of robustness in biochemical reaction networks*. Science 327, 1389–1391.

Expositor: Alberto José Ferrari (Fac. Cs. Exactas, Ing. y Agrim. – Univ. Nac. Rosario, aferrari@fceia.unr.edu.ar)

Autor/es: Alberto José Ferrari (Fac. Cs. Exactas, Ing. y Agrim. – Univ. Nac. Rosario, aferrari@fceia.unr.edu.ar); Eduardo Santillan Marcus (Fac. Cs. Exactas, Ing. y Agrim. – Univ. Nac. Rosario, edus@fceia.unr.edu.ar)

Ante el problema de la infección por parte del virus de inmunodeficiencia humana (VIH) de células T CD4⁺, considerando además el efecto causado por la terapia de tratamiento al individuo portador, se presenta un modelo analítico con ecuaciones de difusión fraccionarias respecto al tiempo para la densidad de células sanas y la densidad de células infectadas, con el fin de comprobar cómo evoluciona la infección y si es posible encontrar un estado de equilibrio entre células sanas e infectadas. El modelo fraccionario con derivadas fraccionarias de Caputo es el siguiente:

$$\begin{cases} D^\alpha(T) &= s - kLT - \mu T + (\eta\epsilon + b)I \\ D^\alpha(I) &= kLT - (\mu_1 + \epsilon + b)I \\ D^\alpha(V) &= (I - \eta)\epsilon I - \delta V \\ D^\alpha(L) &= N\delta V - cL \end{cases}$$

donde T representa la densidad de las células T CD4⁺ susceptibles; I representa la densidad de células T CD4⁺ infectadas antes de la transcripción inversa; V representa la densidad de células T CD4⁺ infectadas en las que la transcripción inversa es completada y son capaces de producir virus; L representa la densidad del virus; $0 < \alpha \leq 1$ es el orden de derivación fraccionario; y $s; k; \mu; \eta; \epsilon; b; \mu_1; \delta; N; c$ son parámetros. Se demuestra existencia y unicidad de la solución al modelo, y se resuelve numéricamente utilizando el Método del Trapecio Generalizado, estudiando además la convergencia y estabilidad del modelo.

Referencias

- [1] Arafa A.A.M., Rida S.Z., Khalil M., A fractional-order model of HIV infection with drug therapy effect, *Journal of the Egyptian Mathematical Society* (2014) **22**, 538-543.
- [2] Diethelm K., *The analysis of fractional differential equations. An application-oriented exposition using differential operators of Caputo type.* Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [3] Lin W., Global existence theory and chaos control of fractional differential equations, *J. Math. Anal. Appl.* 332 (2007) 709-726.
- [4] Odibat Z., Momani S., An algorithm for the numerical solution of differential equations of fractional order, *J. Appl. Math. & Informatics* Vol. **26** (2008), No. 1-2, pp. 15-27.

GRAFOS DUALES COMO HERRAMIENTA PARA ORIENTAR POLÍTICAS PÚBLICAS EN LA
IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE RASTREO DE CÁNCER DE MAMA EN LA PROVINCIA
DE NEUQUÉN

Expositor: Patricia Janet Caro (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE, teresa.braicovich@faea.uncomahue.edu.ar)

Autor/es: Teresa Claudia Braicovich (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE, teresa-braicovich@gmail.com); Patricia Janet Caro (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE, teresa.braicovich@faea.uncoma.edu.ar)

El cáncer de mama (CM) es el principal cáncer y primera causa de muerte por cáncer en la mujer, a nivel mundial. En Argentina, se producen 5600 muertes por año por CM y se estima que se producirán más de 19.000 nuevos casos por año, con una tasa de mortalidad ajustada por edad de 18,3 por 100.000 habitantes. En la Provincia de Neuquén la principal causa de muerte son los tumores, y el cáncer de mama es la forma más común de cáncer en mujeres, y la principal causa de muerte. La tasa de mortalidad en Neuquén es de 20,2 por 100.000 mil habitantes, y ha mantenido una tendencia en ascenso desde el año 1986.

El presente trabajo tiene como objetivo colaborar con el Programa de Prevención Temprana de Patología Mamaria brindando herramientas para delinear políticas públicas tendientes a disminuir la mortalidad por cáncer de mama en la provincia. Con este objetivo se analizó si existen diferencias geográficas en la mortalidad por cáncer de mama entre las distintas áreas programáticas de la provincia a partir del suavizado de las Razones Estandarizadas de Mortalidad (REM) con un modelo lineal generalizado mixto (GLMM) donde proponemos contralar la extra-variación de las REM producida por la dependencia espacial, proponiendo unidades espaciales vecinas con el grafo de Voronoi y utilizando su grafo dual, la triangulación de Delaunay.

A partir de los datos de defunciones por cáncer de mama según Área Programática para los años 2001-2005 y 2006-2010, provistos por la Dirección de Estadística de la Subsecretaría de Salud, se calcularon las tasas de mortalidad por CM brutas y ajustadas por edad para las áreas programáticas. Asimismo, se calculó la REM por CM, utilizando un ajuste indirecto a partir de la población y casos esperados de Argentina según el Atlas de Mortalidad por Cáncer en Argentina en períodos 1997-2001 y 2007- 2011. Se confeccionó una capa con la información georreferenciada de los mamógrafos en funcionamiento en la provincia de Neuquén, tanto en el subsector público como en el privado, ya que conocer el riesgo de mortalidad por CM en las distintas áreas programáticas es una herramienta adicional para definir la localización de un nuevo mamógrafo, considerando además la complejidad de los distintos hospitales y la densidad poblacional en cada área programática.

Bibliografía:

Abellanas, M.; Hernández, G.; Moreno Durán, J.; Ordoñez Pérez, S.; Sacristán, V. (2009) Diagramas de Voronoi de alcance limitado. Capturado enero de 2016:

González, M. V. (2015) Modelos extendidos para el análisis espacial en epidemiología del cáncer. Tesis en Magister en Estadística Aplicada. Universidad Nacional de Córdoba.

Silva Ayzaguer, L.; Benavides Rodríguez, A.; Vidal Rodeiro, C. (2003) Análisis espacial de la mortalidad en áreas geográficas pequeñas. El enfoque bayesiano. Revista Cubana de Salud Pública, vol. 29-4. pp. 314-322

Métodos para la suavización de indicadores de mortalidad: aplicación al análisis de desigualdades en mortalidad en ciudades del Estado español (Proyecto MEDEA) (2008). Grup de Recerca en Estadística, Economia Aplicada i Salut (GRECS) y CIBERESP. Universitat de Girona.

ESTABILIDAD DE CIERTOS SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES IMPULSIVAS RELACIONADAS CON LA DINÁMICA DE SISTEMAS BIOLÓGICOS.

Expositor: Alvaro Corvalan (Universidad Nacional de General Sarmiento, acorvala@dm.uba.ar)
Autor/es: Alvaro Corvalan (Universidad Nacional de General Sarmiento, acorvala@dm.uba.ar);
Romina Cardo (Universidad Nacional de General Sarmiento, rcardo@ungs.edu.ar)

Las ecuaciones diferenciales impulsivas se han comenzado a usar recientemente para modelar el comportamiento de la biomasa de poblaciones ictícolas donde se aplican variaciones pulsantes, ya sea por captura masiva o por siembra periódica de alevines, junto con períodos de veda. Los criterios suficientes usuales que garantizan la estabilidad de tales sistemas diferenciales impulsivos requieren condiciones muy particulares sobre las matrices que definen el sistema, que raramente se satisfacen al usar estos modelos para problemas aplicados reales. Aquí presentamos un criterio sencillo que no requiere que las matrices tengan una forma especial, o que tengan alguna relación particular entre ellas. Los sistemas de ecuaciones diferenciales impulsivas, como los descritos abajo, están regidos en ciertos intervalos de tiempo, por una ecuación diferencial, pero en una sucesión de instantes de tiempo, se perturba el valor de la solución en ese instante, con un impulso puntual:

$$\begin{cases} X'(t) = f(t, X(t)) & \text{si } t \neq \tau_k \\ X(\tau_k) = g(\tau_k, X(\tau_k^-)) & \text{si } t = \tau_k \end{cases} \quad (14)$$

donde $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots$ son los tiempos de impulso.

Si bien nos interesan problemas con $f(t, X(t))$ generales, podemos considerar en una primera aproximación funciones lineales, autónomas respecto de t , es decir, con $AX(t)$ en lugar de $f(t, X(t))$, interpretando dichas ecuaciones como la situación estacionaria para f a partir de ciertos valores de t , en adelante, - asumiendo que $f(t, \cdot)$ se comporte en forma casi lineal «a largo plazo»-. También supondremos $g \approx BX$. Es decir, trabajamos con sistemas de la forma

$$\begin{cases} X'(t) = AX(t) & \text{si } t \neq \tau_k \\ X(\tau_k) = BX(\tau_k^-) & \text{si } t = \tau_k \end{cases} \quad (15)$$

En el caso general (1), solo puede encararse la cuestión de la estabilidad de manera empírica, ya que no se conocen criterios generales.

Una versión más detallada de este trabajo puede hallarse en: Romina Cardo y Alvaro Corvalán, "Estabilidad de ciertos Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Impulsivas", Revista de Matemática de la Universidad del Atlántico MATUA Vol. 3, Núm. 1 (2016)

MODELO DE DINÁMICA Y CONTROL DE EPIDEMIA DE DENGUE CON INFORMACIÓN A GRAN ESCALA.

Expositor: Gabriel Moyano (FCEFyN - CONICET, gmoyano@famaf.unc.edu.ar)

Autor/es: Gabriel Moyano (FCEFyN - CONICET, gmoyano@famaf.unc.edu.ar)

El objetivo principal de este trabajo es resolver un problema de control con el fin de minimizar un brote epidémico de fiebre dengue mediante una estrategia de fumigación óptima. Aquí se propone realizar un enfoque del problema donde se describe el sistema de ecuaciones diferenciales que representan la dinámica espacio-temporal de un brote de fiebre dengue con parámetros obtenidos mediante información de los sensores de gran escala. El modelo de dinámica utilizado para los vectores es derivada de una ecuación de reacción-difusión no homogénea. Luego esta ecuación es propuesta como representación de las poblaciones de insectos en un modelo epidemiológico para una enfermedad transmitida por vectores descrito en compartimientos, donde además se agregan las ecuaciones que representan la población de los huéspedes también separados en compartimientos respecto a su estado frente a la enfermedad, obteniendo así un modelo que en la bibliografía clásica se conoce como $S - E - I$ para los vectores y $S - E - I - R$ para los huéspedes. Esto será modelizado mediante una simulación numérica de las ecuaciones diferenciales en diferencia finitas. A continuación se planteará un problema de optimización

donde se introduce una variable de control que representa una posible estrategia de fumigación, de tal forma que el objetivo del problema es encontrar una estrategia óptima en el sentido que se minimiza la cantidad de huéspedes expuestos al virus de la enfermedad y la cantidad de insecticida en las fumigaciones, esto además sujeto a un conjunto de restricciones que se derivan del modelo físico.

REGIONES DE MULTIESTACIONARIEDAD EN REDES DE REACCIONES BIOQUÍMICAS

Expositor: Magalí Giaroli (Universidad de Buenos Aires - CONICET, mgiaroli@dm.uba.ar)
Autor/es: Magalí Giaroli (Universidad de Buenos Aires - CONICET, mgiaroli@dm.uba.ar);
Frédéric Bihan (Université de Savoie, Francia, frederic.bihan@univ-smb.fr); Alicia Dickenstein
(Universidad de Buenos Aires - CONICET, alidick@dm.uba.ar)

Presentamos un marco general para encontrar parámetros “explícitos” para los que existan múltiples estados de equilibrio positivos y no degenerados en redes de reacciones bioquímicas, basado en el reciente artículo de Bihan y Spaenlehauer [1].

Como primer paso aplicamos este resultado para estudiar la multiestacionariedad en la familia de sistemas de fosforilaciones secuenciales con n sitios. Estos procesos de fosforilación / desfosforilación consisten en la modificación de proteínas mediante enzimas, que añaden o quitan un grupo fosfato en un lugar específico, induciendo un cambio estructural que permite/impide, que la proteína pueda llevar a cabo su función. Dichos sistemas fueron estudiados en [3], donde dan cotas y condiciones de mono/multiestacionariedad en los parámetros, con un interesante tratamiento ad hoc. Asimismo, en [2] dan condiciones sobre las constantes de reacción para la ocurrencia de multiestacionariedad para el caso $n = 2$, mediante argumentos de teoría de grado.

En nuestro trabajo, a partir del sistema dinámico asociado a las redes de fosforilaciones con n sitios, obtenemos un sistema de ecuaciones polinomiales que están en el marco de [1]. Damos condiciones en las constantes de reacción y en las concentraciones totales para que haya al menos dos simplices “decorados” [1] en la triangulación de la cápsula convexa de nuestro soporte y mediante un reescalamiento del resto de los parámetros, garantizamos la existencia de dos o más estados de equilibrio positivos no degenerados.

Esperamos usar esta nueva herramienta de geometría algebraica real en otros ejemplos de importancia biológica como las cascadas enzimáticas.

Referencias

- [1] F. Bihan, P-J. Spaenlehauer. *Sparse polynomial systems with many positive solutions from bipartite simplicial complexes*. Preprint. (2016).
- [2] C. Conradi, M. Mincheva. *Catalytic constants enable the emergence of bistability in dual phosphorylation*. *Journal of the Royal Society Interface*, 11(95):20140158 (2014).
- [3] L. Wang, E. Sontag. *On the number of steady states in a multiple futile cycle*, *J. Math. Biol.* 57(1), 29–52 (2008).

Expositor: Damián Knopoff (FaMAF (UNC) - CIEM (CONICET), Córdoba, damianknopoff@gmail.com)

Autor/es: Damián Knopoff (FaMAF (UNC) - CIEM (CONICET), Córdoba, damianknopoff@gmail.com); Juan M. Sánchez Sansó (Hospital Misericordia Nuevo Siglo, Córdoba, matiassanchezmd@hotmail.com)

En este trabajo se presenta un modelo matemático para el crecimiento bacteriano, mutaciones, transferencia horizontal y el desarrollo de resistencia a los antibióticos. El modelo se basa en la llamada teoría cinética de partículas activas que es capaz de capturar las principales características de complejidad del sistema, el cual está constituido por células bacterianas e inmunes que son vistas como partículas activas cuyo estado microscópico se describe mediante una variable escalar. Las partículas interactúan de una manera no lineal y la evolución temporal del sistema se describe mediante una función de distribución sobre el estado microscópico. Mostraremos la derivación del modelo y su capacidad para describir uno de los problemas fundamentales de la medicina moderna, a saber, la resistencia bacteriana a los antibióticos.

INVERSIÓN DE LA TRANSFORMADA-V CON EJE PIVOTANTE USANDO ELEMENTOS FINITOS

Expositor: Diana Rubio (Centro de Matemática Aplicada, ECyT-UNSAM, diana.rubio@unsam.edu.ar)

Autor/es: Marcela Morvidone (Centro de Matemática Aplicada, ECyT-UNSAM, morvidone@gmail.com); Diana Rubio (Centro de Matemática Aplicada, ECyT-UNSAM, diana.rubio@unsam.edu.ar)

Resumen

Algunas tecnologías en problemas de imágenes como la tomografía computada y la tomografía computada de emisión monofotónica o SPECT (*Single Photon Emission Computed Tomography*), se basan en una teoría matemática para la reconstrucción de la imagen. En general, el sistema de adquisición de datos es modelado por transformaciones integrales de línea o de superficie cuya invertibilidad garantiza la reconstrucción del objeto de interés. Además de los algoritmos de inversión basados en fórmulas analíticas, los equipos utilizan diversos métodos numéricos para la reconstrucción de la imagen a partir de los datos adquiridos. En este trabajo, nos ocupamos de la reconstrucción de una imagen bidimensional, representada por una función que denotamos f , a partir de imágenes obtenidas por medio de la transformada PTV (transformada-V con eje pivotante [1]), basándonos en el método de elementos finitos (ver por ejemplo [2], [3]). Específicamente, tomamos una partición finita de rectángulos T_h de la región $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ donde se encuentra la imagen y funciones bilineales (conocidas como Q_1) definidas en los elementos de T_h . Luego consideramos la proyección f^h de la función de interés f en este espacio de funciones que llamamos V^h . Por tratarse de un espacio de dimensión finita, podemos escribir de manera única f^h como combinación lineal de una base de V^h . El problema entonces se reduce a encontrar los coeficientes de la combinación lineal para obtener f^h y así poder estimar f .

Los resultados numéricos obtenidos muestran la eficacia del método para la reconstrucción de las imágenes. Aquí mostramos y discutimos los resultados obtenidos para distintos ejemplos.

Referencias

- [1] C-Y Jung, S. Moon, Inversion formulas for cone transforms arising in application of Compton cameras, *Inverse Problems* 31 (2015) 015006 (20pp), doi:10.1088/0266-5611/31/1/015006

- [2] T. J. R. Hughes, *The Finite Element Method*, Prentice Hall, (1987).
- [3] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, *The Finite Element Method (volumes 1 & 2)*, Prentice Hall, (1989).
-

TRANSFORMADA WAVELET EN EL ANÁLISIS DE SEÑALES

Expositor: Paula Vizzarri (Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, pvizzarri@hotmail.com)

Autor/es: Paula Vizzarri (Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, pvizzarri@hotmail.com); Victoria Vampa (Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, victoriavampa@gmail.com); María Teresa Martín (Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, teremartin.map@gmail.com)

Las wavelets y el análisis de multirresolución [1, 2] constituyen una potente herramienta para afrontar problemas fundamentales en el tratamiento de señales. Entre ellos se encuentran la compresión, reducción de ruido, detección de determinados patrones o irregularidades locales en ciertos tipos de señales (electrocardiogramas, vibraciones de motores, etc.).

La teoría wavelet ha experimentado un gran desarrollo en las dos últimas décadas mostrándose muy eficiente en procesos donde otras técnicas, como por ejemplo la transformada rápida de Fourier, no resultan satisfactorias.

No existe una transformada wavelet que resuelva todos los problemas; a partir de la modelación del proceso y de un análisis previo del tipo de señal a tratar y del objetivo que se pretenda, se busca la familia de wavelets que mejor coincida con las características de la señal a estudiar. Así están, entre otras, las familias de wavelets de Haar, o las de Daubechies. Una de las principales ventajas de las wavelets frente a los métodos clásicos, es que en muchas ocasiones éstas presentan buena localización en tiempo y en frecuencia, disponiendo incluso de bases de wavelets con soporte compacto.

La transformada wavelet está asociada con un análisis multirresolución de la señal. A distintos niveles de resolución tenemos una base de wavelets. Concretamente, cuando mayor detalle pretendamos obtener en una señal (mayor resolución), mayor número de funciones por unidad de longitud tendremos en nuestra base de wavelets.

En este trabajo se describen los aspectos básicos del análisis multirresolución, su aplicación en la descomposición de una señal, y la utilización de herramientas de Teoría de la Información[3] para estimar y caracterizar las energías locales en las distintas escalas, a partir de los coeficientes wavelets. Se muestran resultados con señales electrocardiográficas (ECG).

Referencias

- [1] Charles K. Chui, *An introduction to wavelets*. Academic Press, Boston 1992.
- [2] David F. Walnut, *An introduction to wavelet analysis*. Birkhäuser, Boston 2002.
- [3] Claude E. Shannon, *A mathematical theory of communications*. *Bell System Technology Journal*, Vol 27 (1948)
-

Expositor: Maria Florencia Acosta (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, CONICET-UNL, mfacosta@santafe-conicet.gov.ar)

Autor/es: Maria Florencia Acosta (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, CONICET-UNL, mfacosta@santafe-conicet.gov.ar); Ruben Spies (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, CONICET-UNL; Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería Química, FIQ-UNL, rspies@santafe-conicet.gov.ar); Gisela Mazzieri (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, CONICET-UNL; Departamento de Matemática, Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas, FBCB-UNL, glmazzieri@santafe-conicet.gov.ar)

En este artículo consideraremos problemas inversos lineales de la forma

$$Kx = y \tag{16}$$

donde K es un operador lineal acotado de rango no cerrado entre dos espacios de Hilbert \mathcal{X} y \mathcal{Y} y y es el dato que se supone conocido, quizás con un cierto grado de error. Es bien sabido que bajo esas condiciones, el problema de encontrar x en (1) es mal condicionado, lo que se refleja en la no acotación de la pseudoinversa K^\dagger del operador K .

Antes de intentar resolver el problema (1) éste debe ser regularizado. Distintos métodos de regularización aparecen en la literatura.

En 2006, Klann, Maass y Ramlau ([2]) utilizaron un método de dos pasos para regularizar el problema (1). En ese trabajo, los autores primero construyen un operador de umbralado wavelet S_λ (donde λ es el parámetro de umbralado) y luego aplican un método de regularización espectral clásico R_α (aquí α es el parámetro de regularización). Para el caso de datos con ruido y^δ , con $\|y - y^\delta\| \leq \delta$, este enfoque resulta en aproximaciones de las soluciones del problema (1) de la forma

$$x_{\alpha,\lambda}^\delta \doteq T_{\alpha,\lambda} y^\delta = R_\alpha S_\lambda y^\delta, \tag{17}$$

En este trabajo presentaremos una generalización del método de dos pasos de Klann, Maass y Ramlau, utilizando métodos espectrales clásicos generales tales como como Landweber, expansión en valores singulares truncados (TSVD), entre otros ([1]). Mostraremos que bajo ciertas condiciones sobre las funciones espectrales del asociadas al operador de regularización, las aproximaciones definidas por (2) con el método de dos pasos resultante, es de orden óptimo.

Referencias:

[1] Engl, H. W.; Hanke, M. and Neubauer, A., Regularization of inverse problems, *volume 375 of Mathematics and its Applications*. Kluwer Academic, , Publishers Group, Dordrecht, 1996.

[2] Klann,E.; Maass, P. and Ramlau, R., Two-step regularization methods for linear inverse problems. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems* 14(6):583-607. 2006

HACIA LA DETECCIÓN DE CHIRPS EN SEÑALES DE ELECTROENCEFALOGRAMAS (EEG) TII

Expositor: Eduardo Serrano (Centro de matemática aplicada - UNSAM, eserrano@unsam.edu.ar)

Autor/es: Marcela Fabio (Centro de matemática aplicada - UNSAM, celafabio@gmail.com); Eduardo Serrano (Centro de matemática aplicada - UNSAM, eserrano@unsam.edu.ar); Ricardo Sirne (FI- UBA, rsirne@fi.uba.ar); Mariel Rosenblatt (IDH - UNGS, mrosem@dm.uba.ar)

En la presentación anterior [1], se han expuesto algunos avances basados en la teoría 2-microlocal para la detección y caracterización de fenómenos de rápida variación en frecuencia (chirps) de señales de electroencefalogramas (EEG), [2]. Estas técnicas permitirían la caracterización de eventos asociados a singularidades puntuales de la señal, como es el caso de los chirps hiperbólicos o las ondas de gravedad.

Sin embargo existen otro tipos de chirps, suaves y de corta duración, normalmente inmersos en una señal compleja. En este caso las técnicas basadas en el Análisis 2-microlocal [3,4], no permitirían su caracterización o detección ya que su presencia se limita a una banda limitada de frecuencias.

En esta presentación expondremos técnicas alternativas de detección y caracterización basadas en paquetes de wavelets en el contexto de un AMR [5], combinadas con la aplicación de la transformada de Hilbert.

Referencias

- [1] E. Serrano, R Sirne, M. Fabio y M. Rosenblatt. *Hacia la detección de chirps en señales de electroencefalogramas (EEG)*. UMA'15, 2015
- [2] S. J. Schiff et al. *Brain chirps: spectrographic signatures of epileptic seizures*. Clinical Neurophysiology 111, Elsevier, 2000.
- [3] S. Jaffard, *Wavelet techniques in multifractal analysis*, Proc. Sympos. Pure Math., AMS 72, 2004.
- [4] Y. Meyer. *Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations*. University Lecture series, Vol. 22, 2001.
- [5] E. Serrano y M. Fabio. *Métodos tiempo-frecuencia basados en la transformada wavelet*. Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones. 2012 19(2): 157-168, cimpa - ucr issn: 1409-2433.

REDUCCIÓN GEOMÉTRICA Y CAMPOS DE SEGUNDO ORDEN.

Expositor: Eduardo García-toraño Andrés (Universidad Nacional del Sur, eduardo.garciatorano@uns.edu.ar)

Autor/es: Eduardo García-toraño Andrés (Universidad Nacional del Sur, eduardo.garciatorano@uns.edu.ar)

La teoría de la reducción es una de las técnicas que ha tenido mayor influencia en el desarrollo de la mecánica geométrica. Esencialmente, la reducción permite disminuir la dimensión del espacio de fases de un determinado sistema mediante el empleo de simetrías. En esta charla discutiremos brevemente el problema inverso en una situación particular: dada una ecuación diferencial de segundo orden en un espacio de fases reducido, caracterizamos las ecuaciones de segundo orden del espacio original que se proyectan en ella. El caso de un sistema Lagrangiano se describirá en detalle.

FLUJOS COTANGENTES DISCRETOS: EXISTENCIA Y CONVERGENCIA

Expositor: Nicolás Borda (Depto. de Matemática – Facultad de Ciencias Exactas – UNLP; CONICET, nborda@mate.unlp.edu.ar)

Autor/es: Nicolás Borda (Depto. de Matemática – Facultad de Ciencias Exactas – UNLP; CONICET, nborda@mate.unlp.edu.ar); Javier Fernández (Instituto Balseiro – UNCuyo-CNEA,

jfernand@cab.cnea.gov.ar); Marcela Zuccalli (Depto. de Matemática – Facultad de Ciencias Exactas – UNLP, marce@mate.unlp.edu.ar)

La noción de *sistema mecánico* (a tiempo) *discreto* está fuertemente motivada por el problema de integración numérica geométrica en Mecánica Clásica. En analogía con los sistemas Lagrangianos que esta última comprende, un sistema tal toma posiciones en una variedad diferencial de dimensión finita Q , el espacio de configuración, y evoluciona de acuerdo a un principio variacional que involucra una función Lagrangiana discreta L_d con dominio en $Q \times Q$, el espacio de fases discreto, generando así un *flujo discreto*

$$F_{L_d} : Q \times Q \rightarrow Q \times Q.$$

Por un lado, como muestran Marsden y West en [MW01], asociado a un sistema mecánico discreto existe naturalmente un *flujo cotangente discreto* según

$$\tilde{F}_{L_d} := \mathbb{F}^+ L_d \circ F_{L_d} \circ (\mathbb{F}^+ L_d)^{-1} : T^*Q \rightarrow T^*Q,$$

donde $\mathbb{F}^+ L_d : Q \times Q \rightarrow T^*Q$ es una versión discreta de la conocida transformada de Legendre.

Por otro lado, en la práctica, la discretización de un sistema Lagrangiano (Q, L) permite construir para cada paso de tiempo h un sistema mecánico discreto $(Q, L_{d,h})$. Idealmente, cuando h es suficientemente pequeño, el flujo $F_{L_{d,h}}$ aproxima la evolución del sistema continuo a tiempo h .

En esta comunicación nuestro objetivo es probar –usando técnicas de Cuell y Patrick desarrolladas en [PC09]– que la familia de flujos cotangentes discretos $\tilde{F}_{L_{d,h}} : T^*Q \rightarrow T^*Q$ asociados a ciertas discretizaciones de un sistema Lagrangiano (Q, L) depende de h con suavidad controlada y que, a diferencia del comportamiento singular de la familia de flujos discretos $F_{L_{d,h}}$ ante una condición inicial fija, ésta converge a la identidad cuando h tiende a cero.

Referencias

- [MW01] J. E. Marsden y M. West. Discrete mechanics and variational integrators. *Acta Numer.*, 10:357–514, 2001.
- [PC09] G. Patrick y C. Cuell. Error analysis of variational integrators of unconstrained Lagrangian systems. *Numer. Math.*, 113:243–264, 2009.

ANÁLISIS DE PUNTOS DE IMPASSE EN CIRCUITOS NO LINEALES EN CONEXIÓN SERIE.

Expositor: Diana Kleiman (Depto de Ciencias Básicas, Fac. de Ingeniería, UNLP, kleiman.diana@gmail.com)

Autor/es: Diana Kleiman (Depto de Ciencias Básicas, Fac. de Ingeniería, UNLP, kleiman.diana@gmail.com);
María Etchechoury (Depto de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP, marila.mate@gmail.com);
Paul Puleston (CONICET y LEICI, Fac. de Ingeniería, UNLP, puleston@ing.unlp.edu.ar)

En este trabajo se estudia la existencia de puntos de *impasse* en una familia de circuitos no lineales en conexión serie. Cada elemento de la familia se puede representar por una Ecuación Diferencial Implícita Cuasilineal -EDICL-, de la forma $a(x)\dot{x} = f(x)$, donde:

$$a(x) = \begin{pmatrix} C(x_1) & 0 & 0 \\ 0 & L(x_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 - x_3 \\ x_2 - \Psi(x_3) \end{pmatrix},$$

$C, L : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ son funciones analíticas reales posiblemente no lineales y, $x_2 = \Psi(x_3)$ es una función analítica real no constante y no lineal que representa la relación voltaje-corriente. Como aporte original, en este trabajo se establece una condición que garantiza la existencia de puntos de *impasse* en el circuito, entendiéndose por puntos de *impasse* a las singularidades donde las soluciones colapsan en tiempo finito con velocidad infinita. Los puntos de *impasse* en un circuito pueden indicar que su modelo es defectuoso y debe ser remodelado aumentando el orden del sistema, por ejemplo con la incorporación de elementos parásitos. Existen resultados generales que dan respuesta a la existencia de puntos de *impasse* [1,2] pero, los que hemos obtenido para estos circuitos permiten detectarlos de una forma extremadamente sencilla. Ilustramos con un circuito de la familia que incluye un elemento *memoryless* no lineal de tercer grado, tal como un diodo-túnel [3].

SOLUCIONES DE CRUCE EN PUNTOS DE EQUILIBRIO SINGULAR. APLICACIÓN A UN CIRCUITO RLC NO LINEAL.

Expositor: Cecilia González (Departamento De Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería. UNLP., ceciliazgonzalez@gmail.com)

Autor/es: Cecilia González (Departamento De Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería. UNLP., ceciliazgonzalez@gmail.com); María Etchechoury (Departamento De Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNLP, marila.mate@gmail.com)

En este trabajo estudiamos la existencia de soluciones de cruce por equilibrios singulares en un *circuito RLC no lineal* que se representa por medio de una ecuación diferencial algebraica -EDA-.

La forma general de una EDA es:

$$A(x)\dot{x} = f(x), \tag{18}$$

donde $A \in C^2(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^{n \times n})$ y $f \in C^2(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$.

Los *puntos singulares* x^* de (1) son aquéllos que verifican $\det A(x^*) = 0$. Se llama *equilibrio singular* de la EDA a un punto singular $x^* \in \mathbb{R}^n$ que además cumple $f(x^*) = 0$. Una *solución de cruce* es una solución de (1) que "cruza" el conjunto singular en tiempo finito. Un *punto de cruce* es un punto singular por el que pasan soluciones de cruce. En este trabajo estamos interesados en las soluciones de cruce por equilibrios singulares.

Como aplicación estudiamos las ecuaciones de un circuito RLC con resistor, capacitor e inductor en paralelo. Más precisamente, estudiamos el circuito que se modela por la EDA de la forma (1), con $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4$, donde

$$A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ tttt0 & 0 & 0 & 0 \\ t0 & 0 & L(x_3) & 0 \\ tttt0 & 0 & 0 & C(x_4) \end{pmatrix} \text{ y } ttttf(x) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 \\ tg(x_1, x_4) \\ ttttx_4 \\ ttttx_2 \end{pmatrix},$$

siendo $x_i = I_i$, para $1 \leq i \leq 3$, la corriente en la i -ésima rama del circuito y $x_4 = V$ la caída del voltaje (común en las tres ramas). En la rama de la resistencia $x_1 = I_1$ y $x_4 = V$ están relacionados por una ecuación $g(I_1, V) = 0$, donde $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función suficientemente suave que supondremos no lineal. En este caso analizamos el equilibrio singular del sistema, y mostramos que este equilibrio puede ser un punto de cruce, dependiendo de la elección de la función g .

tttt tttt**Referencias:**

- tttt1. P. Rabier, W. Rheinboldt “*On Impasse Points of Quasilinear Differential-Algebraic Equations*”, Journal of Mathematical Analysis and Applications. 181: 429-454, 1994.
2. R. Riaza, “*Stability Issues in Regular and Noncritical Singular DAEs*”, Acta Applicandae Mathematicae 73: 301-336, 2002.
-

PORT-DIRAC SYSTEMS AND INTERCONNECTIONS

Expositor: Hernan Cendra (Universidad Nacional del Sur, hcendra@gmail.com)
Autor/es: Hernan Cendra (Universidad Nacional del Sur, hcendra@gmail.com)

The notion of port Hamiltonian system has been studied by A. Van der Schaft and collaborators (see for instance Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain, 2006) and many developments and applications have appeared afterwards. One of the important aspects of this theory is the notion of interconnection. In this talk I will show some work in progress where we introduce a more general notion, namely, port-Dirac systems. We do this by using a categorical description rather than a (modulated) matrix representation. The notion of interconnection is generalized accordingly and examples of physical systems are described.

EXTENSIONES CENTRALES Y SISTEMAS HAMILTONIANOS: DE KORTEWEG-DE VRIES A WESS-ZUMINO-NOVIKOV-WITTEN

Expositor: Hugo Montani (Universidad Nacional de la Patagonia Austral; Unidad Académica Caleta Olivia; Depto. de Ciencias Exactas y Naturales / CONICET, hsmontani@gmail.com)
Autor/es: Hugo Montani (Universidad Nacional de la Patagonia Austral; Unidad Académica Caleta Olivia; Depto. de Ciencias Exactas y Naturales / CONICET, hsmontani@gmail.com)

Las extensiones centrales de álgebras y grupos de Lie aparecen naturalmente en física cuántica como consecuencia de la realización proyectiva de las simetrías del sistema sobre el espacio de estados. Sin embargo, a nivel clásico también juegan un rol importante en la construcción de sistemas hamiltonianos asociados a álgebras de Lie afines. Estas álgebras y sus representaciones constituyen herramientas constructivas fundamentales en las denominadas Teorías de Campos Conformes y Teoría de Cuerdas. En esta presentación se recorrerán algunos aspectos geométricos de estos sistemas, describiendo las construcciones hamiltonianas que conducen a sistemas como la ecuación de Korteweg-de Vries y el modelo de Wess-Zumino-Novikov-Witten, y algunas otras aplicaciones en modelos de física teórica.

REDUCCIÓN DE ROUTH Y SISTEMAS INTEGRABLES AKS

Expositor: Santiago Capriotti (Universidad Nacional del Sur, santiago.capriotti@uns.edu.ar)
Autor/es: Santiago Capriotti (Universidad Nacional del Sur, santiago.capriotti@uns.edu.ar)

La reducción de Routh es un procedimiento de reducción Lagrangiana similar a la reducción de Marsden-Weinstein [GGMM14, LC10, GMY16], en el sentido de que en ambos casos la reducción se efectúa sobre una superficie de nivel de la aplicación momento. Motivados por el hecho de que los sistemas integrables tipo AKS [AvM80, Kos79, Sym80] pueden obtenerse de un esquema de reducción de Marsden-Weinstein [RSTS79, RSTS81], el objetivo de la presente comunicación es utilizar reducción de Routh como una formulación novedosa del sistema Lagrangiano presentado en [FG02].

Referencias

- [AvM80] M. Adler and P. van Moerbeke. Completely integrable systems, Euclidean Lie algebras and curves. *Adv. Math.*, 38:267–317, 1980.
- [FG02] L. Fehér and A. Gábor. Adler–Kostant–Symes systems as Lagrangian gauge theories. *Physics Letters A*, 301(1–2):58 – 64, 2002.
- [GGMM14] Eduardo García-Toraño Andrés, Elisa Guzmán, Juan Carlos Marrero, and Tom Mestdag. Reduced dynamics and Lagrangian submanifolds of symplectic manifolds. *Journal Of Physics A-Mathematical And Theoretical*, 47(22):24, 2014.
- [GMY16] Eduardo García-Toraño Andrés, Tom Mestdag, and Hiroaki Yoshimura. Implicit Lagrange–Routh equations and Dirac reduction. *Journal of Geometry and Physics*, 104:291 – 304, 2016.
- [Kos79] B. Kostant. The solution to a generalized Toda lattice and representation theory. *Adv. Math.*, 34:195–338, 1979.
- [LC10] Bavo Langerock and Marco Castrillón López. Routh reduction for singular Lagrangians. *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys*, 7(8):1451–1489, 2010.
- [RSTS79] A.G. Reyman and M.A. Semenov-Tian-Shansky. Reduction of Hamiltonian systems, affine Lie algebras and Lax equations. *Invent. Math.*, 54:81–100, 1979.
- [RSTS81] A.G. Reyman and M.A. Semenov-Tian-Shansky. Reduction of Hamiltonian systems, affine Lie algebras and Lax equations. II. *Invent. Math.*, 63:423–432, 1981.
- [Sym80] W. Symes. Systems of Toda type, inverse spectral problem and representation theory. *Inv. Math.*, 159:13–51, 1980.
-

UNA FAMILIA DE VARIEDADES LORENTZIANAS COMPACTAS SIN GEODÉSICAS LUZ CERRADAS

Expositor: Pablo R. Montenegro (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Argimensura, Universidad Nacional de Rosario, prmonte@fceia.unr.edu.ar)

Autor/es: Pablo R. Montenegro (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Argimensura, Universidad Nacional de Rosario, prmonte@fceia.unr.edu.ar); Gabriela P. Ovando (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Argimensura, Universidad Nacional de Rosario, gabriela@fceia.unr.edu.ar)

En este trabajo se investiga una familia de variedades Lorentzianas compactas de dimensión tres. Se demuestra que toda geodésica luz es no periódica, mientras que toda geodésica tipo tiempo es cerrada. Se calcularon además sus grupos de isometrías.

Para construir dichas variedades se utilizó el grupo de Lie semisimple $SL(2, \mathbb{R})$ dotado con una métrica Lorentziana bi-invariante, se estudiaron sus geodésicas y una familia de lattices aritméticos cocompactos. El comportamiento de las geodésicas luz en estas variedades de dimensión tres es opuesto al hallado en una familia de variedades Lorentzianas compactas de dimensión cuatro [1], donde todas se cierran.

Referencias

- [1] Viviana del Barco, Gabriela P. Ovando, Francisco Vittone, *Lorentzian compact manifolds: Isometries and geodesics*, Journal of Geometry and Physics, 78 (2014) 45-58
-

Expositor: Marcela Zuccalli (Departamento de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, marcezuccalli@gmail.com)

Autor/es: Marcela Zuccalli (Departamento de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, marcezuccalli@gmail.com); Sergio Grillo (Instituto Balseiro - CONICET, sergiog@cab.cnea.gov.ar); Leandro Salomone (Departamento de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, salomone@mate.unlp.edu.ar)

Cendra, Marsden y Ratiu desarrollaron la reducción Lagrangiana de sistemas mecánicos en [3]. Para hacerlo consideran una conexión principal en el fibrado principal determinado por la acción que define la simetría del sistema. Así mismo, en [2] se presenta la contraparte Hamiltoniana de este proceso de reducción.

Por otro lado, en [4] los autores desarrollan la reducción de un sistema mecánico noholónimo (standard) también en el marco Lagrangiano. Estos sistemas son aquellos para los cuales los vínculos variacionales están determinados por los vínculos cinemáticos.

Luego, en [1] se desarrolló la reducción de los sistemas lagrangianos generalizados que incluyen los sistemas en los cuales los vínculos variacionales son independientes de los vínculos cinemáticos.

En [5], se desarrolló un proceso de reducción Lagrangiana alternativo para estos sistemas noholónomos generalizados que permite realizar la reducción de sistemas con vínculos de orden superior. Esta reducción alternativa utiliza dos conexiones principales, una de ellas es usada para identificar espacios y la otra para descomponer los vínculos variacionales. Para trabajar con los vínculos de orden superior, se consideran ciertos objetos geométricos que generalizan la idea de conexión, las l -conexiones.

En esta comunicación presentamos la contraparte Hamiltoniana de este proceso de reducción alternativo presentado en [5]. Consideramos sistemas Hamiltonianos con vínculos noholónomos generales en presencia de una simetría y realizamos su reducción variacional.

Asimismo consideramos sistemas Hamiltonianos con vínculos de orden mayor y su reducción. Para ello trabajamos con aplicaciones análogas a las l -conexiones definidas en [5].

Referencias

- [1] H. Cendra, S. Ferraro, S. Grillo, *Lagrangian reduction of generalized nonholonomic systems*, Journal of Geometry and Physics **58** (2008), 1271–1290.
- [2] H. Cendra, J.E. Marsden, S. Pekarsky, T.S. Ratiu, *Variation principles for Lie-Poisson and Hamilton-Poincaré equations*, Moscow Mathematical Journal **3** (2003), 833-867.
- [3] H. Cendra, J. E. Marsden, T.S. Ratiu, *Lagrangian reduction by stages*, Memoirs of the American Mathematical Society 2000.
- [4] H. Cendra, J. E. Marsden, T.S. Ratiu, *Geometric mechanics, Lagrangian reduction and non-holonomic systems*, in Mathematics Unlimited-2001 and Beyond, (B. Enguist and W. Schmid, eds.), Springer-Verlag, New York (2001), 221–273.
- [5] S. Grillo, M. Zuccalli, *Variational reduction of Lagrangian systems with general constraints*, Journal of Geometric Mechanics **4** (1) (2012), 49-88.

Expositor: Mariana Juchani (Dto. de Matemática, UNLP- CONICET, marianaevaj@gmail.com)

Autor/es: Javier Fernández (Instituto Balseiro, CNEA-UNCU, jfernand@cab.cnea.gov.ar); Mariana Juchani (Dto. de Matemática, UNLP- CONICET, marianaevaj@gmail.com); Marcela Zuccalli (Dto. de Matemática, UNLP, marcezuccalli@gmail.com)

Una conexión en un G -fibrado principal $\pi : Q \rightarrow Q/G$ se puede definir a partir de una 1-forma $\mathcal{A} : TQ \rightarrow \mathfrak{g}$ (con ciertas propiedades), donde \mathfrak{g} es el álgebra de Lie de G . Muy útil en el estudio de los fibrados con conexión resulta ser la curvatura \mathcal{B} de la misma (ver [4]). Más aún, en muchas aplicaciones de la Teoría de Fibrados, es la curvatura y no la conexión misma el objeto que aparece explícitamente.

En [5] se introduce la noción de *conexión discreta* para poder llevar a cabo un proceso de reducción de sistemas mecánicos con variable temporal discreta que aparece en [2] y que es análogo al usado para la reducción de sistemas con variable temporal continua (ver [1]). Una conexión discreta en el fibrado principal π queda determinada por un función $\mathcal{A}_d : Q \times Q \rightarrow G$ (con ciertas propiedades). A diferencia del caso de las conexiones, hasta el momento no se tiene una noción de curvatura de una conexión discreta.

En esta comunicación proponemos definir la *curvatura de la conexión discreta* \mathcal{A}_d como la función $\mathcal{B}_d : Q \times Q \times Q \rightarrow G$ dada por

$$\mathcal{B}_d(q_0, q_1, q_2) := \mathcal{A}_d(q_2, q_0)\mathcal{A}_d(q_1, q_2)\mathcal{A}_d(q_0, q_1)$$

e ilustrar algunas de sus propiedades. Por ejemplo, en el caso de conexiones, la curvatura es la obstrucción a la posibilidad de trivializar localmente al fibrado junto con la conexión. Discutiremos una versión de este resultado para conexiones discretas.

Por último, en el contexto Riemanniano de [3], veremos como una conexión continua con curvatura nula da lugar a una conexión discreta con curvatura trivial.

REFERENCIAS

- [1] H. Cendra, J. Marsden y T. Ratiu, *Lagrangian reduction by stages*, Mem. Amer. Math. Soc. **152**(722), x+108 (2001)
- [2] J. Fernández, C. Tori y M. Zuccalli *Lagrangian reduction of discrete mechanical systems*, J. Geom. Mech. 2 (2010), no. 1, 69-111.
- [3] J. Fernández y M. Zuccalli. *A geometric approach to discrete connections on principal bundles*, J. Geom. Mech. 5 (2013), no. 4, 433-444, También, arXiv:1311.0260.
- [4] S. Kobayashi y K. Nomizu *Foundations of differential geometry*, vol I.
- [5] M. Leok, J. Marsden y A. Weinstein, (2005). *A discrete theory of connections on principal bundles*, arXiv:math/0508338.

Expositor: Cora Inés Tori (Depto. de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, cora@mate.unlp.edu.ar)

Autor/es: Cora Inés Tori (Depto. de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, cora@mate.unlp.edu.ar); Javier Fernandez (Instituto Balseiro, jfernand@ib.edu.ar); Marcela Zuccalli (Depto. de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP, marce@mate.unlp.edu.ar)

Uno de los intereses principales de la mecánica geométrica es estudiar los sistemas mecánicos que presentan simetrías dada por una acción de un grupo de Lie. El estudio de estos sistemas con simetría y sus propiedades es abordado por la llamada Teoría de Reducción. El objetivo de esta teoría es relacionar el sistema con simetría con un sistema reducido que presenta una dinámica que, en algún sentido, resulta más sencilla de describir que la dinámica del sistema original. Este proceso es utilizado para estudiar la reducción de sistemas mecánicos con simetría tanto en el contexto hamiltoniano como en el contexto lagrangiano. Esta misma situación se presenta para los sistemas mecánicos con variable temporal discreta, dando lugar a una Teoría de Reducción para estos sistemas [5].

En general, dado un sistema mecánico con grupo de simetría G puede ser conveniente considerar la reducción por un subgrupo H de G y, luego, en una segunda etapa la reducción de la simetría residual en el sistema reducido obtenido, este proceso es llamado de *reducción en etapas*. El problema en este punto es que el sistema obtenido luego de la primer reducción es un sistema dinámico que, en general, no es un sistema mecánico. De este modo, el segundo proceso de reducción no puede ser realizado en el contexto de sistemas mecánicos. Para el caso de los sistemas mecánicos continuos este problema es abordado extendiendo la clase de sistemas considerados más allá de los sistemas mecánicos. En el contexto de sistemas lagrangianos sin vínculos esta construcción aparece en [1] y en el caso de sistemas lagrangianos con vínculos no holónomos en [2] y [3]. Para el caso de los sistemas mecánicos discretos en [4] se aborda la reducción en etapas de sistemas sin vínculos. Estos resultados son análogos a los que aparecen en [1] para el caso de sistemas lagrangianos continuos.

En esta comunicación presentamos los primeros pasos en el estudio de la reducción en etapas de sistemas mecánicos discretos con vínculos no holónomos. En este sentido observamos que, de manera análoga a lo que sucede en el caso de los sistemas mecánicos continuos holónomos ([1]), los sistemas mecánicos continuos con vínculos no holónomos ([2], [3]) y también en el caso de los sistemas mecánicos discretos ([4]), es necesario extender la clase de sistemas considerados para poder realizar el proceso de reducción dentro de esta nueva clase de sistemas y que el proceso de reducción sea en algún sentido, un proceso cerrado dentro la clase de los sistemas considerados. Más aún, introduciremos una familia de funciones que permiten relacionar los sistemas con simetría con los sistemas reducidos y que darán lugar a una categoría dentro de la cual puede realizarse el proceso de reducción en etapas descripto anteriormente.

Referencias

- [1] Cendra, Marsden, Ratiu. Lagrangian reduction by stages. Mem.Amer.Math.Soc.152 (2001).
 - [2] Cendra, Marsden, Ratiu. Geometric mechanics, Lagrangian reduction, and nonholonomic systems. Mathematics unlimited-2001 and beyond, Springer, 2001.
 - [3] Cendra, Díaz. Lagrange-d'Alembert-Poincaré equations by several stages, arXiv:1406.7271, 2014.
 - [4] Fernandez, Tori, Zuccalli. *Lagrangian reduction of discrete mechanical systems by stages*. Journal of Geometric Mechanics, **8** (2016).
 - [5] Fernandez, Tori, Zuccalli. *Lagrangian reduction of nonholonomic discrete mechanical systems*. Journal of Geometric Mechanics, **2** (2010).
-

APROXIMANTES RACIONALES EN EL CALCULO DE LA ENERGIA POTENCIAL DE COULOMB
ELECTRON-NUCLEO

Expositor: Carmina Alturria Lanzardo (UNRC, carmina.alturria.lanzardo@gmail.com)
Autor/es: Carmina Alturria Lanzardo (UNRC, carmina.alturria.lanzardo@gmail.com); Jorge E. Pérez (UNRC, eperez@exa.unrc.edu.ar); Juan Cesco (UNSL, jcesco@unsl.edu.ar)

En el contexto de cálculos moleculares, la energía potencial de Coulomb electrón-núcleo, expresada utilizando orbitales 1s de Slater, tiene la siguiente expresión

$$V(\vec{R}) = \kappa \int_0^\infty f(w)j_0(w)dw$$

siendo κ una constante, $j_0(w) = \frac{\sin(w)}{w}$ la función esférica de Bessel y $f(w)$ la función dada por

$$f(w) = \int_0^1 \frac{u(1-u)}{p(u)} K \left(z \left(u, \frac{w}{p(u)} \right) \right) du,$$

para ciertas funciones $K(x)$, $z(u, y)$ y $p(u)$, donde esta última depende del vector \vec{R}

El cálculo de la energía potencial con esta formulación, presenta problemas en la evaluación numérica, debido al comportamiento oscilatorio del integrando.

En este trabajo se propone un esquema de cálculo para la función $f(w)$ a partir del uso de aproximantes racionales de la forma

$$A_p(w) = \frac{f(0)}{1 + a_2w^2 + a_4w^4}.$$

Los coeficientes del denominador de $A_p(w)$ se calculan utilizando interpolación osculatoria y ajuste por mínimos cuadrados.

A partir del estudio del coeficiente a_4 , se han logrado establecer las condiciones suficientes que deben verificar los puntos considerados para realizar el ajuste de datos. Ello permite asegurar que este tipo de aproximantes provee un cálculo alternativo eficiente de la energía potencial.

En el conjunto de ejemplos utilizados para verificar el desempeño de esta propuesta, se logran resultados con errores relativos del orden de lo esperado.