Una visita a los grafos de intervalos y sus variantes

Luciano Norberto Grippo

Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento

IX Seminario de la Red Latinoamericana de Optimización Discreta y Grafos
Bahía Blanca
11 de diciembre de 2018

Resumen

Grafos de intersección y cubrimiento de aristas por cliques

Dada una familia de conjuntos $\mathcal{F} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, el *grafo de intersección de* $\mathcal{F}$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $\mathcal{F}$ y S_i es adyacente a S_j si y solo si $S_i \cap S_j \neq \emptyset$.

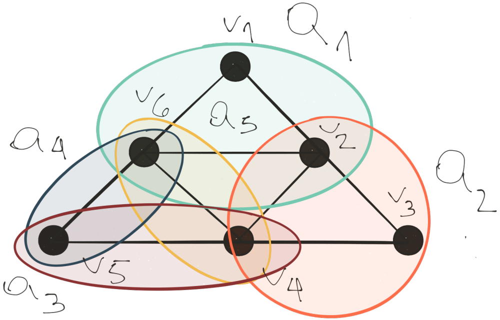
Grafos de intersección y cubrimiento de aristas por cliques

Dada una familia de conjuntos $\mathcal{F} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, el *grafo de intersección de* $\mathcal{F}$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $\mathcal{F}$ y S_i es adyacente a S_j si y solo si $S_i \cap S_j \neq \emptyset$. Un cubrimiento por aristas de un grafo G es una familia $\varepsilon = \{Q_1, \ldots, Q_k\}$ de cliques de G que cubren todas sus aristas; es decir, si $uv \in E(G)$ entonces $u, v \in Q_i$ para algún $i = 1, \ldots, k$.

Grafos de intersección y cubrimiento de aristas por cliques

Dada una familia de conjuntos $\mathcal{F} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, el *grafo de intersección de* $\mathcal{F}$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $\mathcal{F}$ y S_i es adyacente a S_j si y solo si $S_i \cap S_j \neq \emptyset$. Un cubrimiento por aristas de un grafo G es una familia $\varepsilon = \{Q_1, \ldots, Q_k\}$ de cliques de G que cubren todas sus aristas; es decir, si $uv \in E(G)$ entonces $u, v \in Q_i$ para algún $i = 1, \ldots, k$.

$S_{v_1} = \{1\}$, $S_{v_2} = \{1, 2\}$, $S_{v_3} = \{2\}$, $S_{v_4} = \{2, 3, 4, 5\}$,
$S_{v_5} = \{3, 4\}$, $S_{v_6} = \{1, 4, 5\}$.



Cubrimiento vs. intersección

El número de intersección, $i(G)$, es el mínimo número de elementos de un conjunto S tal que G es el grafo de intersección de un familia de subconjuntos de S.

Cubrimiento vs. intersección

El número de intersección, $i(G)$, es el mínimo número de elementos de un conjunto S tal que G es el grafo de intersección de un familia de subconjuntos de S. El tamaño mínimo de un cubrimiento de aristas por cliques de un grafo G lo denotamos $\theta(G)$.

Cubrimiento vs. intersección

El número de intersección, $i(G)$, es el mínimo número de elementos de un conjunto S tal que G es el grafo de intersección de un familia de subconjuntos de S. El tamaño mínimo de un cubrimiento de aristas por cliques de un grafo G lo denotamos $\theta(G)$.

Erdös, Goodman, & Pósa (1966)

Para todo grafo G, $i(G) = \theta(G)$.

Cubrimiento vs. intersección

El número de intersección, $i(G)$, es el mínimo número de elementos de un conjunto S tal que G es el grafo de intersección de un familia de subconjuntos de S. El tamaño mínimo de un cubrimiento de aristas por cliques de un grafo G lo denotamos $\theta(G)$.

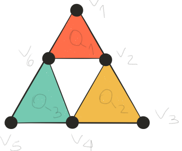
Erdös, Goodman, & Pósa (1966)

Para todo grafo G, $i(G) = \theta(G)$.

Kou, Stock-Meyer & Wong (1978)

Es NP-completo decidir si dado un grafo G y número natural $k \geq 2$, $\theta(G) = i(G) \leq k$.

$Q_1 = \{v_1, v_2, v_6\}$, $Q_2 = \{v_2, v_3, v_4\}$, $Q_3 = \{v_4, v_5, v_6\}$, $\varepsilon = \{Q_1, Q_2, Q_3\}$, $\mathcal{F}(\varepsilon) = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{2\}, \{2, 3\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$, y $\theta = i = 3$.



Grafos de intersección de subárboles de un árbol

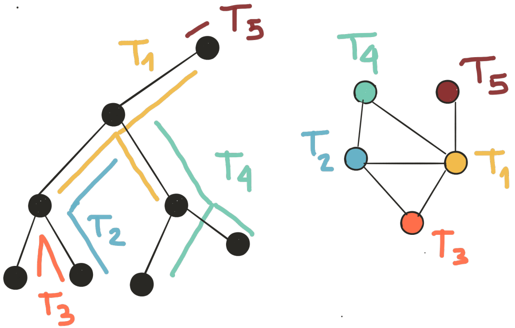
Un grafo es llamado cordal si no tiene ningún ciclo con al menos cuatro aristas como subgrafo inducido.

Grafos de intersección de subárboles de un árbol

Un grafo es llamado cordal si no tiene ningún ciclo con al menos cuatro aristas como subgrafo inducido.

Buneman (1974), Gavril (1974), Walter (1978)

Un grafo es cordal si y solo si es intersección de subárboles de un árbol.



Vértices simpliciales

Un vértice v de G es un vértice simplicial si su vecindario $N_G(v)$ es una clique en G (un conjunto de vértices mutuamente adyacentes).

Vértices simpliciales

Un vértice v de G es un vértice simplicial si su vecindario $N_G(v)$ es una clique en G (un conjunto de vértices mutuamente adyacentes).

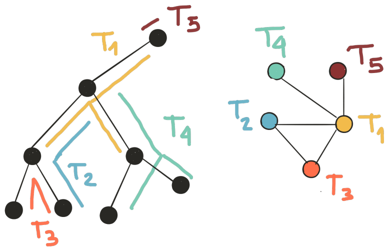
Sea $\sigma = [v_1, \ldots, v_n]$ un ordenamiento de los vértices de un grafo G. Decimos que σ es un esquema de eliminación perfecta si v_i es un vértice simplicial de $G[\{v_i, \ldots, v_n\}]$ para cada $i = 1, \ldots, n$.

Vértices simpliciales

Un vértice v de G es un vértice simplicial si su vecindario $N_G(v)$ es una clique en G (un conjunto de vértices mutuamente adyacentes). Sea $\sigma = [v_1, \ldots, v_n]$ un ordenamiento de los vértices de un grafo G. Decimos que σ es un esquema de eliminación perfecta si v_i es un vértice simplicial de $G[\{v_i, \ldots, v_n\}]$ para cada $i = 1, \ldots, n$.

Dirac (1961)

Todo grafo cordal tiene al menos un vértice simplicial. Además, si G no es un grafo completo, entonces G tiene al menos dos vértices simpliciales no adyacentes.



Cliques separadoras minimales y caracterizaciones de los grafos cordales

Un subconjunto de vértices S de un grafo G es un conjunto separador de dos vértices no adyacantes u y v (o un u, v-separador) si u and v están en diferentes componentes conexas de $G - S$.

Cliques separadoras minimales y caracterizaciones de los grafos cordales

Un subconjunto de vértices S de un grafo G es un conjunto separador de dos vértices no adyacantes u y v (o un u, v-separador) si u and v están en diferentes componentes conexas de $G - S$. Diremos que una clique S es una clique separadora minimal si S es una clique, un separador y ningún subconjunto propio de S es un separador.

Cliques separadoras minimales y caracterizaciones de los grafos cordales

Un subconjunto de vértices S de un grafo G es un conjunto separador de dos vértices no adyacentes u y v (o un u, v-separador) si u and v están en diferentes componentes conexas de $G - S$. Diremos que una clique S es una clique separadora minimal si S es una clique, un separador y ningún subconjunto propio de S es un separador.

Dirac (1961), Fulkerson y Gross (1965)

Sea G un grafo. Los siguientes enunciados son equivalentes:

1. G es cordal.
2. Toda clique separadora minimal es una clique. (Dirac, 1961)
3. G tiene un esquema de eliminación perfecta. (Fulkerson y Gross, 1965)

Cliques separadoras minimales y caracterizaciones de los grafos cordales

Un subconjunto de vértices S de un grafo G es un conjunto separador de dos vértices no adyacentes u y v (o un u, v-separador) si u and v están en diferentes componentes conexas de $G - S$. Diremos que una clique S es una clique separadora minimal si S es una clique, un separador y ningún subconjunto propio de S es un separador.

Dirac (1961), Fulkerson y Gross (1965)

Sea G un grafo. Los siguientes enunciados son equivalentes:

1. G es cordal.
2. Toda clique separadora minimal es una clique. (Dirac, 1961)
3. G tiene un esquema de eliminación perfecta. (Fulkerson y Gross, 1965)

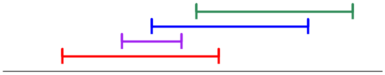
Rose, Tarjan y Lueker presentaron en 1976 un algoritmo que decide en tiempo lineal si un grafo dado es cordal usando Lex-BFS.

Grafos de intervalos

Un grafo G, cuyo conjunto de vértices es $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, se lo llama grafo de intervalos si existe una familia de intervalos abiertos (o cerrados) $\mathcal{M} = \{I_1, I_2, ..., I_n\}$ (llamada modelo de intervalos) tal que $I_i \cap I_j \neq \emptyset \iff (v_i, v_j) \in E(G)$.

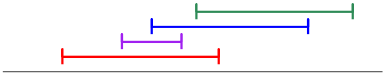
Grafos de intervalos

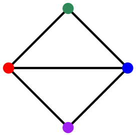
Un grafo G, cuyo conjunto de vértices es $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, se lo llama grafo de intervalos si existe una familia de intervalos abiertos (o cerrados) $\mathcal{M} = \{I_1, I_2, ..., I_n\}$ (llamada modelo de intervalos) tal que $I_i \cap I_j \neq \emptyset \Longleftrightarrow (v_i, v_j) \in E(G)$. Los grafos de intervalos son también grafos de intersección de subcaminos de un camino.



Grafos de intervalos

Un grafo G, cuyo conjunto de vértices es $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, se lo llama grafo de intervalos si existe una familia de intervalos abiertos (o cerrados) $\mathcal{M} = \{I_1, I_2, ..., I_n\}$ (llamada modelo de intervalos) tal que $I_i \cap I_j \neq \emptyset \iff (v_i, v_j) \in E(G)$. Los grafos de intervalos son también grafos de intersección de subcaminos de un camino.





Cordalidad y comparabilidad en grafos de intervalos

Un digrafo $D = (V, A)$ tiene una orientación transitiva si $(a, b), (b, c) \in A$ implica que $(a, c) \in A$.

Cordalidad y comparabilidad en grafos de intervalos

Un digrafo $D = (V, A)$ tiene una orientación transitiva si $(a, b), (b, c) \in A$ implica que $(a, c) \in A$. Un grafo G es de comparabilidad si se pueden orientar sus aristas de forma tal que el digrafo resultante tenga orientación transitiva.

Cordalidad y comparabilidad en grafos de intervalos

Un digrafo $D = (V, A)$ tiene una orientación transitiva si $(a, b), (b, c) \in A$ implica que $(a, c) \in A$. Un grafo G es de comparabilidad si se pueden orientar sus aristas de forma tal que el digrafo resultante tenga orientación transitiva. Hajös observó en 1958 que los grafos de intervalos son cordales y Ghouila-Houri en 1962 observó que si G es un grafo de intervalos entonces $\overline{G}$ es un grafo de comparabilidad.

Cordalidad y comparabilidad en grafos de intervalos

Un digrafo $D = (V, A)$ tiene una orientación transitiva si $(a, b), (b, c) \in A$ implica que $(a, c) \in A$. Un grafo G es de comparabilidad si se pueden orientar sus aristas de forma tal que el digrafo resultante tenga orientación transitiva. Hajös observó en 1958 que los grafos de intervalos son cordales y Ghouila-Houri en 1962 observó que si G es un grafo de intervalos entonces $\overline{G}$ es un grafo de comparabilidad.

Teorema

Sea G un grafo. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. G es un grafo de intervalos.
2. G es cordal y $\overline{G}$ es un grafo de comparabilidad. (Gilmore y Hoffman, 1964)
3. Las cliques de G se pueden ordenar linealmente de forma tal que para todo vértice v las cliques que lo contienen aparecen consecutivamente en dicho orden. (Fulkerson y Gross, 1965)

Caracterización de los grafos de intervalos

Tres vértices en un grafo G forman una tripla asteroidal si cada uno de los tres pares de estos vértices están conectados mediante un camino que esquivan el vecindario del tercero.

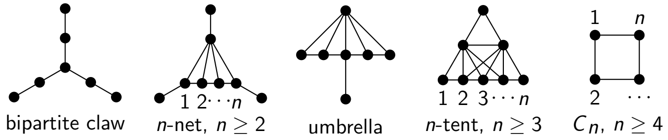
Caracterización de los grafos de intervalos

Tres vértices en un grafo G forman una tripla asteroidal si cada uno de los tres pares de estos vértices están conectados mediante un camino que esquivan el vecindario del tercero.

Boland y Lekkerkerker (1962)

Sea G un grafo, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. El grafo G es de intervalos.
2. El grafo G es cordal y no contiene ninguna tripla asteroidal.
3. El grafo G no contiene ninguno de los siguientes grafos como subgrafos inducidos.



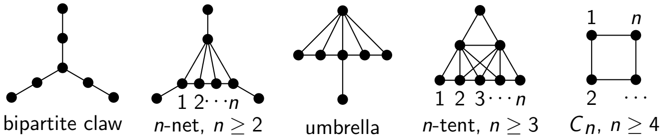
Caracterización de los grafos de intervalos

Tres vértices en un grafo G forman una tripla asteroidal si cada uno de los tres pares de estos vértices están conectados mediante un camino que esquivan el vecindario del tercero.

Boland y Lekkerkerker (1962)

Sea G un grafo, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. El grafo G es de intervalos.
2. El grafo G es cordal y no contiene ninguna tripla asteroidal.
3. El grafo G no contiene ninguno de los siguientes grafos como subgrafos inducidos.



Reconocimiento en tiempo lineal mediante el uso de LexBfs (Habib, McConnell, Paul, Viennot, 2000)

Definiciones y caracterizaciones

Un grafo de intervalos unitarios es un grafo de intervalos que tienen un modelo de intervalos $\mathcal{F}$, tal que todos los intervalos en $\mathcal{F}$ tienen la misma longitud. Tal modelo de intervalos es llamado modelo de intervalos unitarios de un grafo.

Definiciones y caracterizaciones

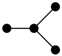
Un grafo de intervalos unitarios es un grafo de intervalos que tienen un modelo de intervalos $\mathcal{F}$, tal que todos los intervalos en $\mathcal{F}$ tienen la misma longitud. Tal modelo de intervalos es llamado modelo de intervalos unitarios de un grafo. Un grafo de intervalos propio es un grafo de intervalos, con un modelo de intervalos $\mathcal{F}$ que no tiene ningún intervalo propiamente contenido en otro. Tal modelo de intervalos es llamado un modelos de intervalos propios del grafo.

Definiciones y caracterizaciones

Un grafo de intervalos unitarios es un grafo de intervalos que tienen un modelo de intervalos $\mathcal{F}$, tal que todos los intervalos en $\mathcal{F}$ tienen la misma longitud. Tal modelo de intervalos es llamado modelo de intervalos unitarios de un grafo. Un grafo de intervalos propio es un grafo de intervalos, con un modelo de intervalos $\mathcal{F}$ que no tiene ningún intervalo propiamente contenido en otro. Tal modelo de intervalos es llamado un modelos de intervalos propios del grafo.

Roberts (1969)

Dado un grafo de intervalos G las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. G es un grafo de intervalos propio.
2. G es un grafo de intervalos unitarios.
3. G es un grafo que no contiene una garra  como subgrafo inducido.

Caracterización de los grafos de intervalos unitarios

La k-ésima potencia G^k de un grafo G, es un grafo con el mismo conjunto de vértices que G y dos vértices son adyacentes si y solo si están a distancia a los sumo k en G.

Caracterización de los grafos de intervalos unitarios

La *k-ésima potencia* G^k de un grafo G, es un grafo con el mismo conjunto de vértices que G y dos vértices son adyacentes si y solo si están a distancia a los sumo k en G.

Teorema

Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- G es un grafo de intervalos unitarios (propios).
- G es cordal y no contiene los grafos: claw, net, tent como subgrafos inducidos (Roberts (1969), Lekkerkerker-Boland (1962)).
- G es el subgrafo inducido de una potencia de un camino. (Lin y otros (2011))
- Los vértices de G tiene un orden tal que si $u < v < w$ y $uw \in E(G)$, entonces $uv \in E(G)$ y $vw \in E(G)$ (Looges y Olariu (1993)).

Caracterización de los grafos de intervalos unitarios

La k-ésima potencia G^k de un grafo G, es un grafo con el mismo conjunto de vértices que G y dos vértices son adyacentes si y solo si están a distancia a los sumo k en G.

Teorema

Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- G es un grafo de intervalos unitarios (propios).
- G es cordal y no contiene los grafos: claw, net, tent como subgrafos inducidos (Roberts (1969), Lekkerkerker-Boland (1962)).
- G es el subgrafo inducido de una potencia de un camino. (Lin y otros (2011))
- Los vértices de G tiene un orden tal que si $u < v < w$ y $uw \in E(G)$, entonces $uv \in E(G)$ y $vw \in E(G)$ (Looges y Olariu (1993)).

Los grafos de intervalos unitarios pueden ser reconocidos en tiempo lineal mediante LexBfs (Corneil, 2004)

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros.

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros. Análogamente se definen los grafos $[k]$-intervalos con intervalos cerrados.

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros. Análogamente se definen los grafos $[k]$-intervalos con intervalos cerrados. Es fácil probar que todos los grafos de intervalos unitarios tienen una representacion como un grafo (k)-intervalo para algún número natural k.

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros. Análogamente se definen los grafos $[k]$-intervalos con intervalos cerrados. Es fácil probar que todos los grafos de intervalos unitarios tienen una representacion como un grafo (k)-intervalo para algún número natural k. El estudio de los grafos (k)-intervalos fue considerado por:

1990 Pirlot los estudió en el contexto de semiórdenes representables con intervalos de longitud k dada.

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros. Análogamente se definen los grafos $[k]$-intervalos con intervalos cerrados. Es fácil probar que todos los grafos de intervalos unitarios tienen una representacion como un grafo (k)-intervalo para algún número natural k. El estudio de los grafos (k)-intervalos fue considerado por:

1990 Pirlot los estudió en el contexto de semiórdenes representables con intervalos de longitud k dada.

1994 Mitas presentó un algoritmo para construir un modelo de grafos (k)-intervalos con mínimo k para un grafo de intervalos unitarios dado.

Grafos (k)-intervalos

Dado un número natural k, decimos que un grafo es (k)-intervalos si admite un modelo de intervalos abiertos con todos sus inervalos de longitud k y sus extremos enteros. Análogamente se definen los grafos $[k]$-intervalos con intervalos cerrados. Es fácil probar que todos los grafos de intervalos unitarios tienen una representacion como un grafo (k)-intervalo para algún número natural k. El estudio de los grafos (k)-intervalos fue considerado por:

1990 Pirlot los estudió en el contexto de semiórdenes representables con intervalos de longitud k dada.

1994 Mitas presentó un algoritmo para construir un modelo de grafos (k)-intervalos con mínimo k para un grafo de intervalos unitarios dado.

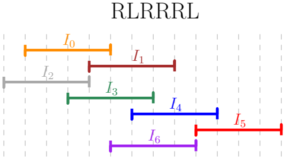
2017 Soulignac reportó y reparó una falla en el algoritmo de Mitas pero el algoritmo cambió su complejidad a cuadrática.

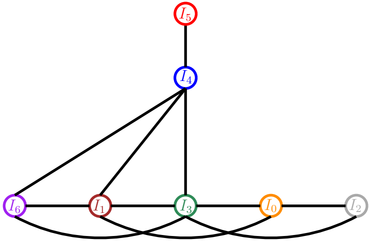
Familias de grafos prohibidos

A partir de un intervalo $I_0 = (\ell_0, r_0)$ de longitud k con sus extremos enteros y una secuencia de longitud $2k-2$ con $k-2$ eles y k erres, definimos el grafo de intervalos con $2k-1$ vértices cuyo modelo está formado por la familia de intervalos $\{I_j\}_{j=0}^{2k-1}$, $I_j = (\ell_{j-1} - k, r_{j-1} - k)$ si el j-ésimo elemento de la secuencia es una L e $I_j = (\ell_{j-1} + k - 1, r_{j-1} + k - 1)$ si el j-ésimo elemento de la secuencia es una R.

Familias de grafos prohibidos

A partir de un intervalo $I_0 = (\ell_0, r_0)$ de longitud k con sus extremos enteros y una secuencia de longitud $2k-2$ con $k-2$ eles y k erres, definimos el grafo de intervalos con $2k-1$ vértices cuyo modelo está formado por la familia de intervalos $\{I_j\}_{j=0}^{2k-1}$, $I_j = (\ell_{j-1} - k, r_{j-1} - k)$ si el j-ésimo elemento de la secuencia es una L e $I_j = (\ell_{j-1} + k - 1, r_{j-1} + k - 1)$ si el j-ésimo elemento de la secuencia es una R. A dicha familia de grafos la denotamos por $\mathcal{F}$.





Caracterización

Diremos que dos vértices en un grafo G son gemelos si $N[u] = N[v]$.

Caracterización

Diremos que dos vértices en un grafo G son gemelos si $N[u] = N[v]$.

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018)

Sea G un grafo de intervalos unitarios sin gemelos con n vértices y k un número natural. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. G es un grafo (k)-intervalos.
2. G es un grafo $[k-1]$-intervalos.
3. G no tiene como subgrafo inducido a ningún grafo en $\mathcal{F}_{k+1}$.
4. G es un subgrafo inducido de la $(k-1)$-ésima potencia de un camino P_l, con l entre n and $d(k-1)+1$, donde d es el diámetro de G,

Resulados algorítmicos

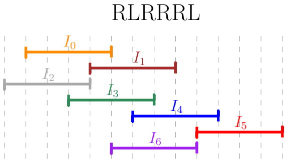
La longitud de un modelo de intervalos es la distancia entre el extremo izquierdo más a la izquierda y el extremo derecho más a la derecha.

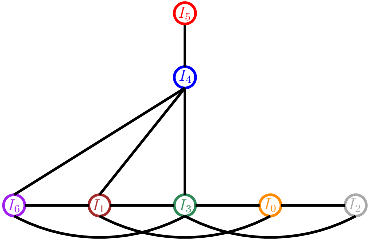
Resulados algorítmicos

La longitud de un modelo de intervalos es la distancia entre el extremo izquierdo más a la izquierda y el extremo derecho más a la derecha.

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018)

Dado un grafo de intervalos unitarios G se puede encontrar en tiempo cuadrático el mínimo k para el cual G tiene un modelo de (k)-intervalos de mínima longitud y exhibir un subgrafo prohibido en $\mathcal{F}_k$ para la clase de grafos $(k-1)$-intervalos contenido en G.





Definición

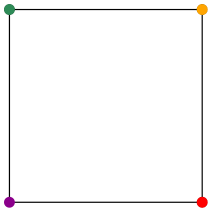
Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.

Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.

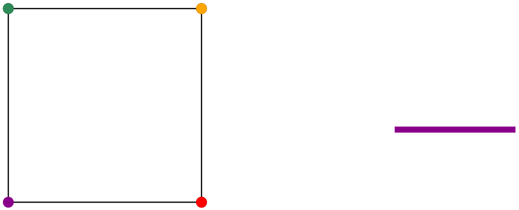
Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.



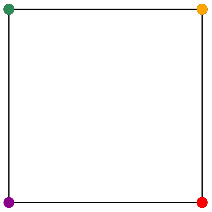
Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.



Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de intersecccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.

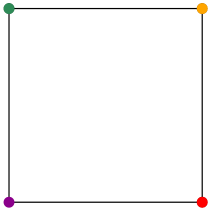


Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.

Definición

Un d-intervalo es la unión de disjunta de d intervalos en la recta real. Un grafo d–intervalos es el grafo de interseccón de d–intervalos. Un d-intervalo unitario es un d-intervalo con todos sus intervalos de la misma longitud. A los grafos de intersección de d-intervalos unitarios se los llama grafo d-intervalos unitarios.



Resultados previos

- Es NP-completo decidir si un grafo es d-intervalos con $d \leq k$ para un grafo dado G.(West-Shmoys, 1984).

Resultados previos

- Es NP-completo decidir si un grafo es d-intervalos con $d \leq k$ para un grafo dado G.(West-Shmoys, 1984).
- Es NP-completo decidir si tiene un representación como grafo d-intervalos con $d \leq k$ tal que cada punto de la recta real esta cubierto por a lo sumo r intervalos (West-Shmoys, 1984).

Resultados previos

- Es NP-completo decidir si un grafo es d-intervalos con $d \leq k$ para un grafo dado G.(West-Shmoys, 1984).
- Es NP-completo decidir si tiene un representación como grafo d-intervalos con $d \leq k$ tal que cada punto de la recta real esta cubierto por a lo sumo r intervalos (West-Shmoys, 1984).
- Decidir si un grafo es 2-intervalos balanceado (con los intervalos de cada 2-intervalo de la misma longitud) es NP-completo (Gambette-Vialette, 2007).

Resultados previos

- Es NP-completo decidir si un grafo es d-intervalos con $d \leq k$ para un grafo dado G.(West-Shmoys, 1984).
- Es NP-completo decidir si tiene un representación como grafo d-intervalos con $d \leq k$ tal que cada punto de la recta real esta cubierto por a lo sumo r intervalos (West-Shmoys, 1984).
- Decidir si un grafo es 2-intervalos balanceado (con los intervalos de cada 2-intervalo de la misma longitud) es NP-completo (Gambette-Vialette, 2007).
- Los grafos d-intervalos de profundidad dos pueden ser reconocidos en tiempo lineal para cada d, y también en tiempo lineal se puede entontrar el mínimo d tal que G es un grafo d-intervalos unitarios (Jiang, 2013).

Resultados previos

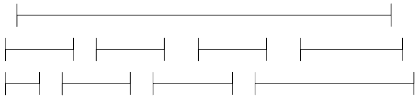
- Es NP-completo decidir si un grafo es d-intervalos con $d \leq k$ para un grafo dado G.(West-Shmoys, 1984).
- Es NP-completo decidir si tiene un representación como grafo d-intervalos con $d \leq k$ tal que cada punto de la recta real esta cubierto por a lo sumo r intervalos (West-Shmoys, 1984).
- Decidir si un grafo es 2-intervalos balanceado (con los intervalos de cada 2-intervalo de la misma longitud) es NP-completo (Gambette-Vialette, 2007).
- Los grafos d-intervalos de profundidad dos pueden ser reconocidos en tiempo lineal para cada d, y también en tiempo lineal se puede entontrar el mínimo d tal que G es un grafo d-intervalos unitarios (Jiang, 2013).
- No se conoce la complejidad de decidir si un grafo G es de d-intervalos unitarios para $d \leq k$ para un natural $k \geq 2$.

Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

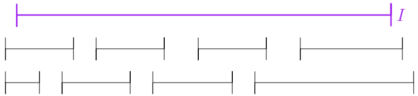
Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

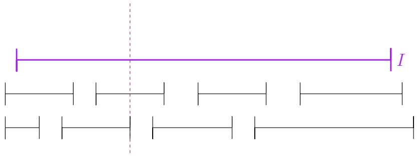
Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, G., Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

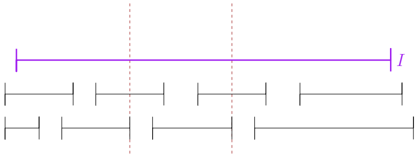
Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

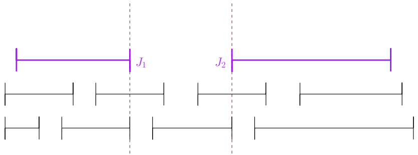
Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

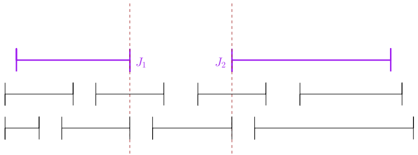
Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.

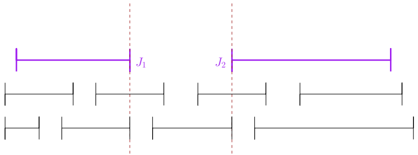


Este resultado generaliza la caracterización de Roberts para grafos de intervalos unitarios.

Grafos d-intervalos vs. d-intervalos unitarios

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

Sea G un grafo de d–intervalos. Entonces, G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido si y solo si G es un grafo de d-intervalos unitarios.



Este resultado generaliza la caracterización de Roberts para grafos de intervalos unitarios.

Durán, Fernández Slezak, **G.**, Oliveira, Szwarcfiter (2018+)

Sea G un grafo *outerplanar*. Si G no contiene a $K_{1,2d+1}$ como subgrafo inducido, entonces G es un grafo de $(d+1)$-intervalos unitarios.

Clases probe

- Sea $G = (V, E)$ un grafo y $\mathcal{G}$ un familia de grafos. Un grafo *probe-$\mathcal{G}$* es un grafo cuyo conjunto de vértices se puede particionar en dos conjuntos: un conjunto P de vértices *probe* y un conjunto independiente N (conjunto de vértices no adyacentes entre si) de forma tal que un grafo $G^* = (N \cup P, E \cup F)$ en $\mathcal{G}$, llamado probe $\mathcal{G}$-completación de G, se puede obtener a partir de G agregando un conjunto F (posiblemente vacío) de aristas con ambos extremos en F.

Clases probe

- Sea $G = (V, E)$ un grafo y $\mathcal{G}$ un familia de grafos. Un grafo *probe-$\mathcal{G}$* es un grafo cuyo conjunto de vértices se puede particionar en dos conjuntos: un conjunto P de vértices *probe* y un conjunto independiente N (conjunto de vértices no adyacentes entre si) de forma tal que un grafo $G^* = (N \cup P, E \cup F)$ en $\mathcal{G}$, llamado probe $\mathcal{G}$-completación de G, se puede obtener a partir de G agregando un conjunto F (posiblemente vacío) de aristas con ambos extremos en F.
- Un grafo $G = (P \cup N, E)$, cuyo conjunto de vértices está particionado en un conjunto P de vértices probe y un conjunto estable N de vértices nonprobe, se lo llama grafo particionado.

Clases probe

- Sea $G = (V, E)$ un grafo y $\mathcal{G}$ un familia de grafos. Un grafo *probe-$\mathcal{G}$* es un grafo cuyo conjunto de vértices se puede particionar en dos conjuntos: un conjunto P de vértices *probe* y un conjunto independiente N (conjunto de vértices no adyacentes entre si) de forma tal que un grafo $G^* = (N \cup P, E \cup F)$ en $\mathcal{G}$, llamado probe $\mathcal{G}$-completación de G, se puede obtener a partir de G agregando un conjunto F (posiblemente vacío) de aristas con ambos extremos en F.
- Un grafo $G = (P \cup N, E)$, cuyo conjunto de vértices está particionado en un conjunto P de vértices probe y un conjunto estable N de vértices nonprobe, se lo llama grafo particionado.
- Si un grafo particionado $G = (P \cup N, E)$ tiene una probe-$\mathcal{G}$ completación bajo esta partición, a $G = (P \cup N, E)$ se lo llama grafo probe-$\mathcal{G}$ particionado.

Clases probe

- Sea $G = (V, E)$ un grafo y $\mathcal{G}$ un familia de grafos. Un grafo *probe-$\mathcal{G}$* es un grafo cuyo conjunto de vértices se puede particionar en dos conjuntos: un conjunto P de vértices *probe* y un conjunto independiente N (conjunto de vértices no adyacentes entre si) de forma tal que un grafo $G^* = (N \cup P, E \cup F)$ en $\mathcal{G}$, llamado probe $\mathcal{G}$-completación de G, se puede obtener a partir de G agregando un conjunto F (posiblemente vacío) de aristas con ambos extremos en F.
- Un grafo $G = (P \cup N, E)$, cuyo conjunto de vértices está particionado en un conjunto P de vértices probe y un conjunto estable N de vértices nonprobe, se lo llama grafo particionado.
- Si un grafo particionado $G = (P \cup N, E)$ tiene una probe-$\mathcal{G}$ completación bajo esta partición, a $G = (P \cup N, E)$ se lo llama grafo probe-$\mathcal{G}$ particionado.
- Los grafo probe de intervalos unitarios y los grafos probe de intervalos propios son la misma clase y ambos son superclases de los grafos de intervalos y de intervalos unitarios, respectivamente.

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).
- N. Pržulj and D.G. Corneil hallaron una larga lista de subgrafos prohibidos minimales dentro de los 2-trees (2005) y Brown, Flesh, Ludgren y Richard caracterizaron los grafos 2-tree que son probe de intervalos (2014).

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).
- N. Pržulj and D.G. Corneil hallaron una larga lista de subgrafos prohibidos minimales dentro de los 2-trees (2005) y Brown, Flesh, Ludgren y Richard caracterizaron los grafos 2-tree que son probe de intervalos (2014).
- D.E. Brown, J.R. Lundgren and L. Sheng caracterizaron por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos unitarios dentro de la clase de los grafos acíclicos (2009).

Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).
- N. Pržulj and D.G. Corneil hallaron una larga lista de subgrafos prohibidos minimales dentro de los 2-trees (2005) y Brown, Flesh, Ludgren y Richard caracterizaron los grafos 2-tree que son probe de intervalos (2014).
- D.E. Brown, J.R. Lundgren and L. Sheng caracterizaron por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos unitarios dentro de la clase de los grafos acíclicos (2009).
- F. Bonomo, G. Durán, **G.** and M.D. Safe presentaron caracterizaciones de los grafos probe de intervalos y probe de intervalos unitarios dentro de algunas superclases de los cografos (2013).

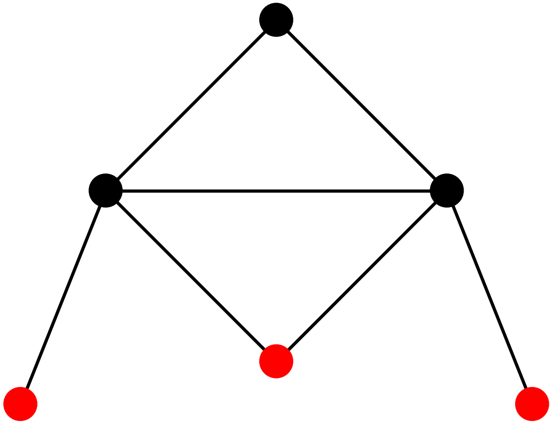
Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).
- N. Pržulj and D.G. Corneil hallaron una larga lista de subgrafos prohibidos minimales dentro de los 2-trees (2005) y Brown, Flesh, Ludgren y Richard caracterizaron los grafos 2-tree que son probe de intervalos (2014).
- D.E. Brown, J.R. Lundgren and L. Sheng caracterizaron por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos unitarios dentro de la clase de los grafos acíclicos (2009).
- F. Bonomo, G. Durán, **G.** and M.D. Safe presentaron caracterizaciones de los grafos probe de intervalos y probe de intervalos unitarios dentro de algunas superclases de los cografos (2013).
- Y. Nussbaum presentó un algoritmo de reconocimiento lineal para los grafos probe de intervalos unitarios particionados (2014).

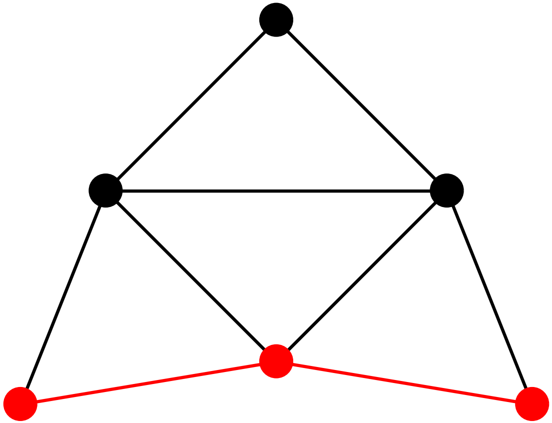
Trabajos previos

- Zhang introdujo la clase de grafos probe de intervalo para tratar con problemas de mapeo de ADN (1994).
- Sheng caracterizó por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos dentro de la clase de los grafos acíclicos (1999).
- R. McConnell y J. Spinrad probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo $O(n + m \log n)$(2002).
- N. Pržulj and D.G. Corneil hallaron una larga lista de subgrafos prohibidos minimales dentro de los 2-trees (2005) y Brown, Flesh, Ludgren y Richard caracterizaron los grafos 2-tree que son probe de intervalos (2014).
- D.E. Brown, J.R. Lundgren and L. Sheng caracterizaron por subgrafos prohibidos los grafos probe de intervalos unitarios dentro de la clase de los grafos acíclicos (2009).
- F. Bonomo, G. Durán, **G.** and M.D. Safe presentaron caracterizaciones de los grafos probe de intervalos y probe de intervalos unitarios dentro de algunas superclases de los cografos (2013).
- Y. Nussbaum presentó un algoritmo de reconocimiento lineal para los grafos probe de intervalos unitarios particionados (2014).
- R. McConnell y Y. Nussbaum probaron que los grafos probe de intervalos particionados se pueden reconocer en tiempo lineal (2015).

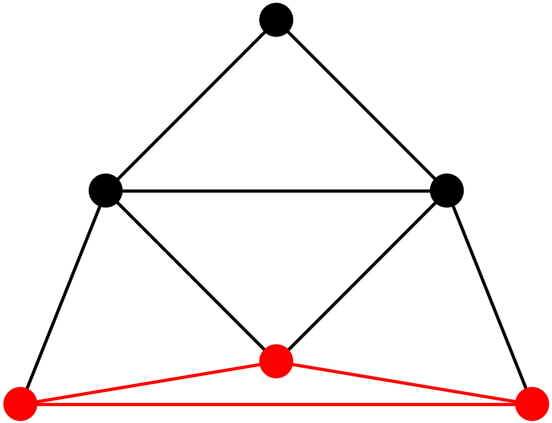
Prohibido minimal particionado para la clase probe de intervalos unitarios



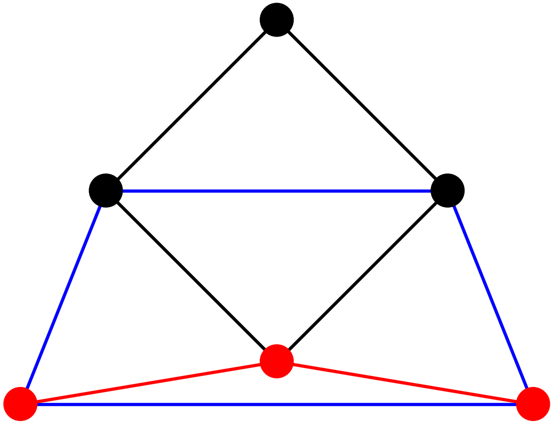
Prohibido minimal particionado para la clase probe de intervalos unitarios



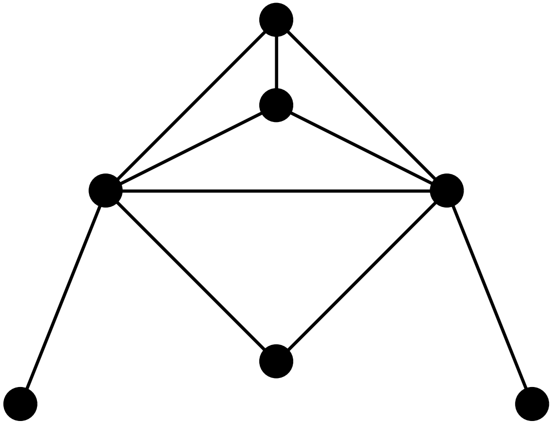
Prohibido minimal particionado para la clase probe de intervalos unitarios



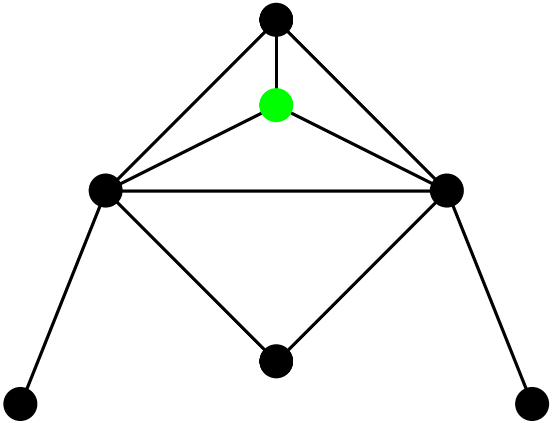
Prohibido minimal particionado para la clase probe de intervalos unitarios



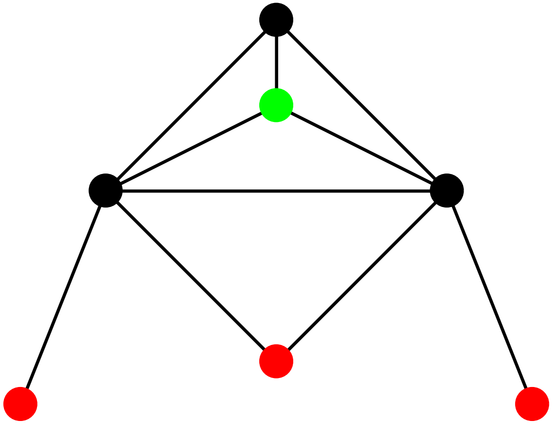
Prohibido (no particionado) para la clase probe de intervalos unitarios



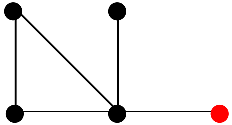
Prohibido (no particionado) para la clase probe de intervalos unitarios



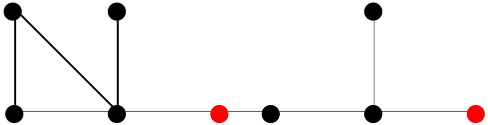
Prohibido (no particionado) para la clase probe de intervalos unitarios



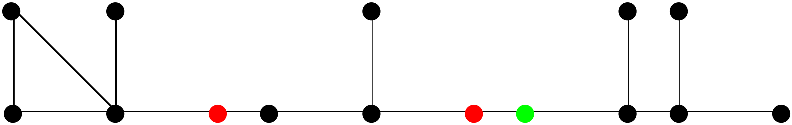
Familias infinitas de prohibidos por concatenación



Familias infinitas de prohibidos por concatenación



Familias infinitas de prohibidos por concatenación

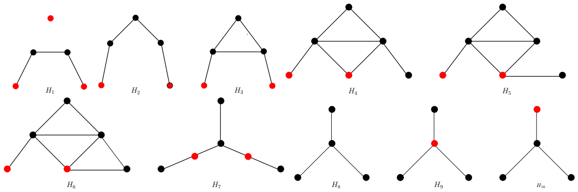


Grafos probe de intervalos unitarios particionados

Dentamos por F^+ al grafo que se obtienen de F agregándole un vértice universal.

G. (2017+)

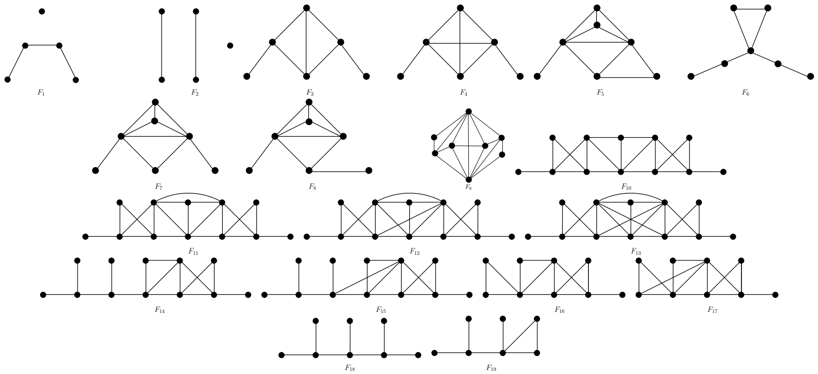
Sea $G = (P \cup N, E)$ un grafo de intervalos particionado. Entonces, G es un grafo probe de intervalos unitarios particionado si y solo si no contiene H_i^+ para todo $1 \leq i \leq 3$ y no contiene H_i para todo $4 \leq i \leq 10$ como subgrafos inducidos particionados.



Grafos probe de intervalos unitarios no particionados

G. (2018+)

Sea G un grafo de intervalos, G es un grafo probe de intervalos unitarios si y solamente si no contienen F_i^+ para todo $1 \leq i \leq 4$ y F_i para todo $5 \leq i \leq 19$ como subgrafos inducidos más 16 familias infinitas de subgrafos prohibidos generados por concatenación.



Grafos k-probe-$\mathcal{G}$

Un grafo G es k-probe-$\mathcal{G}$ si su conjunto de vértices se puede particionar en a los sumo k conjuntos independientes $N_1, \ldots, N_k$ y un conjunto $P = V(G) \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{k} N_i\right)$ tales que se le pueden agregar aristas a G con ambos extremos en algún N_i de forma tal que el grafo resultante pertenece a la clase $\mathcal{G}$.

Grafos k-probe-$\mathcal{G}$

Un grafo G es k-probe-$\mathcal{G}$ si su conjunto de vértices se puede particionar en a los sumo k conjuntos independientes $N_1, \ldots, N_k$ y un conjunto $P = V(G) \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{k} N_i\right)$ tales que se le pueden agregar aristas a G con ambos extremos en algún N_i de forma tal que el grafo resultante pertenece a la clase $\mathcal{G}$. Definimos el width-$\mathcal{G}$ como el mínimo natural k tal que G es k-probe-$\mathcal{G}$.

Grafos k-probe-$\mathcal{G}$

Un grafo G es k-probe-$\mathcal{G}$ si su conjunto de vértices se puede particionar en a los sumo k conjuntos independientes $N_1, \ldots, N_k$ y un conjunto $P = V(G) \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{k} N_i \right)$ tales que se le pueden agregar aristas a G con ambos extremos en algún N_i de forma tal que el grafo resultante pertenece a la clase $\mathcal{G}$. Definimos el width-$\mathcal{G}$ como el mínimo natural k tal que G es k-probe-$\mathcal{G}$.

Chang, Hung , Kloks, Peng (2011)

Si $\mathcal{G}$ es la familia de los grafos completos, entonces G es k-probe-$\mathcal{G}$ si y solo si $\theta(\overline{G}) \leq k$.

Grafos k-probe-$\mathcal{G}$

Un grafo G es k-probe-$\mathcal{G}$ si su conjunto de vértices se puede particionar en a los sumo k conjuntos independientes $N_1, \ldots, N_k$ y un conjunto $P = V(G) \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{k} N_i\right)$ tales que se le pueden agregar aristas a G con ambos extremos en algún N_i de forma tal que el grafo resultante pertenece a la clase $\mathcal{G}$. Definimos el width-$\mathcal{G}$ como el mínimo natural k tal que G es k-probe-$\mathcal{G}$.

Chang, Hung , Kloks, Peng (2011)

Si $\mathcal{G}$ es la familia de los grafos completos, entonces G es k-probe-$\mathcal{G}$ si y solo si $\theta(\overline{G}) \leq k$.

Corolario

Sea $\mathcal{G}$ la clase de los grafos completos. Dado un grafo G y natural k es NP-completo determinar si el width-$\mathcal{G}$ es a lo sumo k.

Trabajos previos

- Los grafos 1-probe-completos son exactamente los grafos split completos, grafos sin C_4 y $K_2 + K_1$ como subgrafos inducidos.

Trabajos previos

- Los grafos 1-probe-completos son exactamente los grafos split completos, grafos sin C_4 y $K_2 + K_1$ como subgrafos inducidos.
- Los grafos probe de bloques (grafos sin C_4 ni diamantes como subgrafos inducidos) fueron caracterizados por subgrafos prohibidos de manera independiente por Le y Peng (2015), y Bonomo, Durán, Figueiredo **G.**, Safe y Szwarcfiter (2015), estos últimos también caracterizan los grafos probe co-bipartitos.

Trabajos previos

- Los grafos 1-probe-completos son exactamente los grafos split completos, grafos sin C_4 y $K_2 + K_1$ como subgrafos inducidos.
- Los grafos probe de bloques (grafos sin C_4 ni diamantes como subgrafos inducidos) fueron caracterizados por subgrafos prohibidos de manera independiente por Le y Peng (2015), y Bonomo, Durán, Figueiredo **G.**, Safe y Szwarcfiter (2015), estos últimos también caracterizan los grafos probe co-bipartitos.
- Los grafos 2-probe de bloques fueron caracterizados por Le y Peng (2017).

Trabajos previos

- Los grafos 1-probe-completos son exactamente los grafos split completos, grafos sin C_4 y $K_2 + K_1$ como subgrafos inducidos.
- Los grafos probe de bloques (grafos sin C_4 ni diamantes como subgrafos inducidos) fueron caracterizados por subgrafos prohibidos de manera independiente por Le y Peng (2015), y Bonomo, Durán, Figueiredo **G.**, Safe y Szwarcfiter (2015), estos últimos también caracterizan los grafos probe co-bipartitos.
- Los grafos 2-probe de bloques fueron caracterizados por Le y Peng (2017).
- Los grafos k-probe-completos fueron caracterizados por subgrafos prohibidos para $k = 2, 3$ por Le y Peng en 2018.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977).

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977). Le y Ridden en 2007 caracterizaron por subgrafos prohibidos y encontraron un algoritmo de reconocimiento para los grafos probe split.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977). Le y Ridden en 2007 caracterizaron por subgrafos prohibidos y encontraron un algoritmo de reconocimiento para los grafos probe split. Los grafos k-probe-split son aquellos grafos cuyo conjunto de vértices se puede paritcionar en un conjunto estable y un conjunto C tal que $G[C]$ es k-probe completo.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977). Le y Ridden en 2007 caracterizaron por subgrafos prohibidos y encontraron un algoritmo de reconocimiento para los grafos probe split. Los grafos k-probe-split son aquellos grafos cuyo conjunto de vértices se puede paritcionar en un conjunto estable y un conjunto C tal que $G[C]$ es k-probe completo. Sea spw(G) es el mínimo k tal que G es k-probe split.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977). Le y Ridden en 2007 caracterizaron por subgrafos prohibidos y encontraron un algoritmo de reconocimiento para los grafos probe split. Los grafos k-probe-split son aquellos grafos cuyo conjunto de vértices se puede paritcionar en un conjunto estable y un conjunto C tal que $G[C]$ es k-probe completo. Sea spw(G) es el mínimo k tal que G es k-probe split.

Observación

G es k-probe split si y solo si existe una clique maximal C en $\overline{G}$ tal que $\theta(G - C) \leq k$.

Grafos Split y sus variantes

Un grafo es split si su conjunto de vértices se puede particionar en un conjunto independiente y una clique. Los grafos split son exactamente los grafos que no tienen C_4, C_5 y $2K_2$ como subgrafos inducidos (Foldes y Hammer, 1977). Le y Ridden en 2007 caracterizaron por subgrafos prohibidos y encontraron un algoritmo de reconocimiento para los grafos probe split. Los grafos k-probe-split son aquellos grafos cuyo conjunto de vértices se puede paritcionar en un conjunto estable y un conjunto C tal que $G[C]$ es k-probe completo. Sea spw(G) es el mínimo k tal que G es k-probe split.

Observación

G es k-probe split si y solo si existe una clique maximal C en $\overline{G}$ tal que $\theta(G - C) \leq k$.

Grippo (2018+)

Dado un grafo G y un número natural $k \geq 2$, es NP-completo decidir si $\mathrm{spw}(G) \leq k$.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo).

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s, k)-polar.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s,k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s, k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.Farrugia (2004) probó que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una partición polar con $s = 1$ ó $k = 1$.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s, k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.Farrugia (2004) probó que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una partición polar con $s = 1$ ó $k = 1$. Notar que si $s = k = 1$, entonces el grafo es split.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s,k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.Farrugia (2004) probó que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una partición polar con $s = 1$ ó $k = 1$. Notar que si $s = k = 1$, entonces el grafo es split. Si $k = s$ decimos que el grafo es k-polar.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s,k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.Farrugia (2004) probó que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una partición polar con $s = 1$ ó $k = 1$. Notar que si $s = k = 1$, entonces el grafo es split. Si $k = s$ decimos que el grafo es k-polar. Esta familia de grafos se puede caracterizar por una familia finita de subgrafos prohibidos inducidos dentro de la clase de los cografos.

Superclases de los grafos split

Una partición polar de un grafo G es una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_r y V_b tal que $G[V_r]$ es un grafo sin P_3 como subgrafo inucido (unión disjunta de grafos completos) y $G[V_b]$ es un grafo sin $\overline{P_3}$ como subgrafo inducido (un grafo multipartitio completo). Si $\overline{G[V_r]}$ está formado por a los sumo s completos y $G[V_b]$ está formado por a lo sumo k completos, se dice que G es (s, k)-polar. Chernyak y Chernyak (1986) probaron que es NP-completo decidir si un grafo es polar para algún s y algún k, y también en el caso que s ó k sean fijos y mayores a 1.Farrugia (2004) probó que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una partición polar con $s = 1$ ó $k = 1$. Notar que si $s = k = 1$, entonces el grafo es split. Si $k = s$ decimos que el grafo es k-polar. Esta familia de grafos se puede caracterizar por una familia finita de subgrafos prohibidos inducidos dentro de la clase de los cografos. Hell, Hernández-Cruz y Linhares Sales encontraron la familia completa de cografos prohibidos para los grafos 2-polares (2017+), un problema que fue propuesto por Ekim, Mahadev y de Werra en 2008 para la clase general de grafos.

Superclases de los grafos split

Supongamos que G tiene una partición polar $\{V_b, V_r\}$. Si V_r forma un conjunto independiente decimos que G es unipolar, y si V_r es una clique decimos que G es un grafo monopolar.

Superclases de los grafos split

Supongamos que G tiene una partición polar $\{V_b, V_r\}$. Si V_r forma un conjunto independiente decimos que G es unipolar, y si V_r es una clique decimos que G es un grafo monopolar. Los complementos de los grafos monopolares tales que V_b tiene a lo sumo k cliques forman una subclase de los grafos k-probe split.

Superclases de los grafos split

Supongamos que G tiene una partición polar $\{V_b, V_r\}$. Si V_r forma un conjunto independiente decimos que G es unipolar, y si V_r es una clique decimos que G es un grafo monopolar. Los complementos de los grafos monopolares tales que V_b tiene a lo sumo k cliques forman una subclase de los grafos k-probe split. Los starlike son los grafos de intersección de subestrellas de una estrella.

Superclases de los grafos split

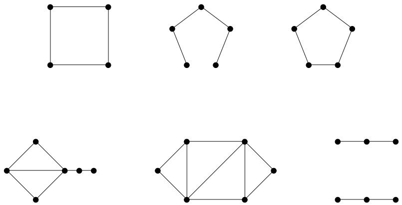
Supongamos que G tiene una partición polar $\{V_b, V_r\}$. Si V_r forma un conjunto independiente decimos que G es unipolar, y si V_r es una clique decimos que G es un grafo monopolar. Los complementos de los grafos monopolares tales que V_b tiene a lo sumo k cliques forman una subclase de los grafos k-probe split. Los starlike son los grafos de intersección de subestrellas de una estrella. Son una superclase de los grafos split y una subclase de los grafos monopolares.

Superclases de los grafos split

Supongamos que G tiene una partición polar $\{V_b, V_r\}$. Si V_r forma un conjunto independiente decimos que G es unipolar, y si V_r es una clique decimos que G es un grafo monopolar. Los complementos de los grafos monopolares tales que V_b tiene a lo sumo k cliques forman una subclase de los grafos k-probe split. Los starlike son los grafos de intersección de subestrellas de una estrella. Son una superclase de los grafos split y una subclase de los grafos monopolares.

Cerioli y Szwarcfiter (2006)

Un grafo G es starlike si y solo no contiene ninguno de los siguientes grafos como subgrafos inducidos.



Caracterizaciones

Le y Ridder caracterizaron los grafos probe split por subgrafos prohibidos en 2007.

G. (2018+)

Sea G un cografo. G es 2-probe split si y solo si es cordal y no contiene $\overline{4K_2}$, $\overline{2P_3 + K_2}$, $\overline{2K_2 + C_4}$, $(C_4 \vee K_1) + K_1$, $K_2 + K_4$,$K_{3,3}$, $K_{2,4}$ y $2K_3$ como subgrafos inducidos.

Caracterizaciones

Le y Ridder caracterizaron los grafos probe split por subgrafos prohibidos en 2007.

G. (2018+)

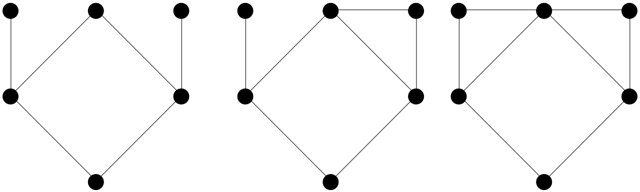
Sea G un cografo. G es 2-probe split si y solo si es cordal y no contiene $\overline{4K_2}$, $\overline{2P_3 + K_2}$, $\overline{2K_2 + C_4}$, $(C_4 \vee K_1) + K_1$, $K_2 + K_4$,$K_{3,3}$, $K_{2,4}$ y $2K_3$ como subgrafos inducidos.

Los grafos monopolores donde cada una de las cliques en V_b tiene a lo sumo dos vértices los llamaremos 2-monopolares. Esta clase tiene un reconocimiento en tiempo polinomial que se sigue fácilmente del algoritmo de reconocimiento de Eschen y Wang (2014) para grafos monopolares.

Caracterización de los grafos 2-monopolares

G. (2018+)

Un grafo G es 2-monopolar si y solo si no contiene como subgrafos inducidos a C_k con $k \geq 5$, $K_{2,3}$, $2P_3$, $2K_3$, $P_3 + K_3$, $\overline{3K_2}$, $\overline{2P_3}$, $\overline{P_4 + K_2}$ ni ninguno de los grafos de la figura



Bibliografía I

G. A. Dirac.
On rigid circuit graphs.
Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg, 25:71–76, 1961.

G. Durán, F. Fernández Slezak, L. N. Grippo, F.de S. Oliveira, and J. L. Szwarcfiter.
Recognition and characterization of unit interval graphs with integer endpoints.
Discrete Appl. Math., 245:168–176, 2018.

Tinaz Ekim, Nadimpalli V. R. Mahadev, and Dominique de Werra.
Polar cographs.
Discrete Applied Mathematics, 156(10):1652–1660, 2008.

P. Erdős and L. Pósa.
On independent circuits contained in a graph.
Canad. J. Math., 17:347–352, 1965.

D. R. Fulkerson and O. A. Gross.
Incidence matrices and interval graphs.
Pacific J. Math., 15:835–855, 1965.

Philippe Gambette and Stéphane Vialette.
On restrictions of balanced 2-interval graphs.
In *Graph-theoretic concepts in computer science*, volume 4769 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 55–65. Springer, Berlin, 2007.

Michel Habib, Ross M. McConnell, Christophe Paul, and Laurent Viennot.
Lex-bfs and partition refinement, with applications to transitive orientation, interval graph recognition and consecutive ones testing.
Theor. Comput. Sci., 234(1-2):59–84, 2000.

Bibliografía II

Hernández-Cruz C. Linhares Sales C. Hell, P.
Minimal obstructions to 2-polar cographs.
arXiv:1703.03500v1.

Minghui Jiang.
Recognizing d-interval graphs and d-track interval graphs.
Algorithmica, 66(3):541–563, 2013.

L. T. Kou, L. J. Stockmeyer, and C. K. Wong.
Covering edges by cliques with regard to keyword conflicts and intersection graphs.
Comm. ACM, 21(2):135–139, 1978.

Van Bang Le and H. N. de Ridder.
Probe split graphs.
Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science, 9(1), 2007.

Van Bang Le and Sheng-Lung Peng.
Good characterizations and linear time recognition for 2-probe block graphs.
Discrete Applied Mathematics, 231:181–189, 2017.

Van Bang Le and Sheng-Lung Peng.
On the complete width and edge clique cover problems.
J. Comb. Optim., 36(2):532–548, 2018.

C. G. Lekkerkerker and J. Ch. Boland.
Representation of a finite graph by a set of intervals on the real line.
Fund. Math., 51:45–64, 1962/1963.

Peter J. Looges and Stephan Olariu.
Optimal greedy algorithms for indifference graphs.
Comput. Math. Appl., 25(7):15–25, 1993.

Bibliografía III

Ross M. McConnell and Yahav Nussbaum.
Linear-time recognition of probe interval graphs.
SIAM J. Discrete Math., 29(4):2006–2046, 2015.

Ross M. McConnell and Jeremy P. Spinrad.
Construction of probe interval models.
In *Proceedings of the Thirteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, January 6-8, 2002, San Francisco, CA, USA.*, pages 866–875, 2002.

Jutta Mitas.
Minimal representation of semiorders with intervals of same length.
In *Orders, algorithms, and applications (Lyon, 1994)*, volume 831 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 162–175. Springer, Berlin, 1994.

Yahav Nussbaum.
Recognition of probe proper interval graphs.
Discrete Applied Mathematics, 167:228–238, 2014.

Marc Pirlot.
Minimal representation of a semiorder.
Theory and Decision, 28(2):109–141, 1990.

Nataša Pržulj and Derek G. Corneil.
2-tree probe interval graphs have a large obstruction set.
Discrete Appl. Math., 150(1-3):216–231, 2005.

Fred S. Roberts.
Indifference graphs.
In *Proof Techniques in Graph Theory (Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf., Ann Arbor, Mich., 1968)*, pages 139–146. Academic Press, New York, 1969.

Bibliografía IV

Donald J. Rose, R. Endre Tarjan, and George S. Lueker.
Algorithmic aspects of vertex elimination on graphs.
SIAM J. Comput., 5(2):266–283, 1976.

Li Sheng.
Cycle free probe interval graphs.
In *Proceedings of the Thirtieth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing (Boca Raton, FL, 1999)*, volume 140, pages 33–42, 1999.

Francisco J. Soulignac.
Bounded, minimal, and short representations of unit interval and unit circular-arc graphs. Chapter I: theory.
J. Graph Algorithms Appl., 21(4):455–489, 2017.

Douglas B. West and David B. Shmoys.
Recognizing graphs with fixed interval number is NP-complete.
Discrete Appl. Math., 8(3):295–305, 1984.

Fischer E. Gayanis E. Weiss J. Wistler S. Zhang P., Schon P. and Bourne P.
An algorithm based on graph theory for the assembly of contigs in physical mapping of dna.
Bioinformatics, 10(3):309–317, 1994.

¡Gracias por su atención!

¡Gracias por su atención!

¿Preguntas?