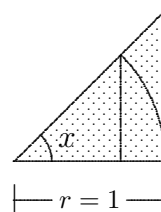
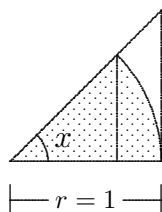
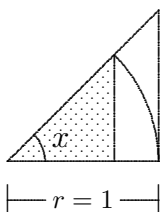


Problemas

1. Dados los puntos $P = (1, 2)$ y $Q = (5, 5)$, halle un punto R tal que PQR sea un triángulo equilátero. ¿ Cuántos triángulos verifican estas condiciones ? Halle la longitud del lado y el área del triángulo.
2. Dada la recta $L : y + 3x + 2 = 0$, halle una recta L' que forme un ángulo de 30 grados con L y pase por el punto $P = (3, 1)$.
3. Se cuentan las patas de un grupo de monos y arañas y se tienen 470 patas. Se cuentan las cabezas de todos y se obtienen 87 cabezas. Sabiendo que hay tres arañas con 3 patas menos y un mono sin una pata, ¿cuántas arañas y monos hay?
4. Un coche recorre 250 km de la siguiente manera. El primer tramo lo recorre a cierta velocidad, después descansa 10 minutos y luego recorre el segundo tramo al doble de la velocidad del primer tramo. Si todo el recorrido lo hace en dos horas ¿a que velocidad recorre el primer tramo?
5. Si a la edad de Roberto se le resta la de Pablo se obtiene el duplo de la edad de Pablo. Además el cuadrado de la edad de Pablo es exactamente igual a veinticuatro veces la edad de Pablo mas 25 años. ¿Cuál es la edad de Roberto?
6. Dos triángulos rectángulos con un ángulo de 30 grados (ambos) se encuentran apoyados de modo que la hipotenusa de uno es el lado mas pequeño del otro. ¿ Cuál es el área y perímetro de la figura, si el más pequeño de los seis lados de los triángulos mide 1 cm?
7. Encuentre la longitud de un lado de un octógono regular circunscripto en una esfera de radio 1. Idem para un polígono regular de 11 lados. Halle el área de cada figura.
8. Un triángulo tiene dos lados de longitud 1 y 2 respectivamente y el ángulo entre estos lados es de 120 grados. Halle la longitud del tercer lado.
9. Halle en forma exacta el valor del seno y el coseno de los ángulos 0° , 90° , 45° , 60° , 30° . Sugerencia: utilice Pitágoras o fórmulas de sumación.

10. Calcule el área de las tres figuras en función de x , el ángulo medido en radianes.



11. Verifique cuál de las siguientes identidades son verdaderas. Justifique. Sugerencia: use fórmulas de sumación para el seno y el coseno.

i) $5 + 8 \cos(x) + 4 \cos(2x) + \cos(3x) = (1 + \cos(x))(1 + 2 \cos(x))^2$,

ii) $1/2 \tan(x/2) = 1/2 \cot(x/2) - \cot(x)$,

iii) $\sin^3(x) = 3/4 \sin(x) - 1/4 \sin(3x)$,

iv) $\frac{1}{1-x} = \frac{1}{3} \left(\frac{2+x^{1/3}}{1+x^{1/3}+x^{2/3}} + \frac{1}{1-x^{1/3}} \right)$,

v) $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1$,

vi) $\frac{1}{n(zn+im+\theta)} = \frac{1}{imn} + \frac{z}{m(m-izn-i\theta)} + \frac{\theta}{nm(m-izn-i\theta)}$.

12. Utilice v) del punto anterior para hallar el $\cos(45^\circ)$, $\cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right)$, $\cos\left(\frac{45^\circ}{4}\right)$, $\sin\left(\frac{45^\circ}{2}\right)$.

13. La distancia de un objeto A a un punto fijo P en cada instante t , está dada por la función $f(t)$. La distancia de otro objeto B al mismo punto P esta dada por la función $g(t)$. ¿ En que tiempo t ambos objetos equidistan de P, si

a) $f(t) = t^2 + 2t + 7$ y $g(t) = t^4 + 2t + 5$?

b) $f(t) = t^2 + 4t + 3$ y $g(t) = t^4 + 4t + 5$?

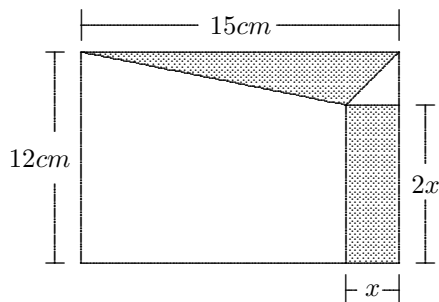
14. Tres grupos de personas trabajan en un edificio. El grupo A terminaría el trabajo en 30 días. El grupo B en 24 días. El grupo C en 15 días. Si trabajan el grupo A y B durante 5 días y luego todos juntos a la vez, ¿en cuanto tiempo tendrían que terminar el trabajo?

15. Simplifique

$$\text{i)} \left(\frac{b^{200}}{a^{-45} \left(\frac{c^{20} a^{1/2}}{b^{50}} \right)} : \frac{a^{40}}{b^{210}} \right)^{10},$$

$$\text{ii)} \sqrt[3000]{\frac{(a^{2000})^{1000}}{a^{10^6}}} : a^{\frac{10^3}{3}}.$$

16. Encuentre el área rayada en función de x y halle el valor x_0 para la cual el área sea mínima.



17. Simplifique

$$\frac{z^n}{(q^n - qr)(q^n - r)} - \frac{1}{r(q - 1)} \left(\frac{z^n}{q(q^{n-1} - r)} - \frac{z^n}{(q^n - r)} \right).$$

18. Simplifique y hallar una solución de

$$\text{i)} (x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 1) + x^4 = 1,$$

$$\text{ii)} (1 - 2x)(1 + 2x)(1 + 4x^2)(1 + 16x^4)(1 + 256x^8) - 1 = 0,$$

$$\text{iii)} \frac{x^2}{(1-x^2)(1-x^3)} - \frac{x^2-x^3+x^4}{(1-x)(1-x^6)} = 0,$$

19. Si $ad = bc$, es cierto que

$$(a+b+c)^2 + (b+c+d)^2 + (a-d)^2 = (c+d+a)^2 + (d+a+b)^2 + (b-c)^2.$$

20. Halle la suma $\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{999.1000}$. Sugerencia: Use $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

21. Halle el dominio de las siguientes funciones:
- a) $\sin^2(x) + 4\sin(x) - 5$
 - c) $\sqrt{\sqrt{x^3 - 1} - 1}$
 - d) $\sin(\frac{\pi}{3}\sin(x))$
 - e) $f(g(x))$, si $f(x) = 2^x$ y $g(x) = x^2$,
 - f) $\frac{1}{\sin^2(x)-1}$.
22. Sea $p(x) = (-224 - 108x - 50x^2 + 3x^3 + x^4)$. Halle todas las raíces reales de p si dicho polinomio es divisible por $x^2 + 2x + 4$.
23. Existe alguna parábola que pasa por los puntos $(1, 17)$, $(2, 30)$, $(3, 45)$? Si la hay encuentrela, sino diga porque no existe. Idem anterior si además se agrega el punto $(4, 60)$.
24. En un pasillo cerrado de 30 metros de largo y 80 cm entre pared y pared, se lanza una pelota desde la esquina del pasillo que rebota contra las paredes y forma un ángulo de 30 grados con la pared. ¿Cuántos rebotes hace la pelota hasta que sale del pasillo? En el instante que sale del pasillo, a que distancia lo hace de las paredes?
25. Con una lata de pintura se pinta un cilindro de 30 cm de radio y 40 cm de altura.
- a) ¿Qué dimensiones debe tener un cubo para poder pintarlo con exactamente la misma cantidad de pintura?
 - b) ¿Y si se quiere pintar una círculo con una lata de pintura, cual sería su radio?
 - c) ¿Que radio tendría un sector circular de 15 grados si se pintara exactamente con una lata?
26. Si el cilindro de 30 cm de radio y 40 cm de altura se llena con agua. ¿Cuáles son las dimensiones de un cubo que contiene la misma cantidad de agua que el cilindro?