

Curso Remedial 2016 - UNS

Matemática

Actividades Complementarias para el Primer Examen Parcial

1. a) Aplicando propiedades de la potenciación y la radicación, verificar la validez de la siguiente expresión.

$$\sqrt{7 \cdot 10} + \sqrt{7 \cdot 10^3} + \sqrt{7 \cdot 10^5} + \sqrt{7 \cdot 10^7} = 1.111\sqrt{70}.$$

- b) Efectuar la siguiente operación **sin utilizar calculadora** e indicar a qué subconjunto de \mathbb{R} pertenece el resultado.

$$\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^4 - (\sqrt{5})^4}.$$

2. Operar algebraicamente, factorizar y simplificar al máximo las siguientes expresiones.

a) $\frac{4x + 8}{x^2 - 4} : \frac{x^2 + x - 6}{4x + 12} - \frac{16}{-4 + x^2} - \frac{62 - x}{x + 2} \cdot (x^2 + 4 - 4x)^{-1},$

b) $\frac{(p^{-1} - q^{-1})^{-1}(p^{-1} + q^{-1})^{-1}}{(p^3q - pq^3)^{-1}},$

c) $(ap^2 - a - p^2 + 1) : (a^2p - p + a^2 - 1).$

3. Determinar el conjunto solución de la ecuación

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + x\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

y verificar el resultado obtenido. *Sugerencia:* factorizar.

4. Resolver la inecuación

$$\frac{2}{x} > -3.$$

Graficar el conjunto solución y expresarlo utilizando la notación de intervalo.

5. Resolver las siguientes inecuaciones, graficar el conjunto solución y expresarlo utilizando la notación de intervalo.

a) $1 - \frac{3}{2}|2x - 3| < \frac{1}{2},$

b) $\frac{x - 3}{x^2 - 1} \geq \frac{9}{x + 3}.$

6. Sea $P(x) = -5x^5 + 4x^4 + 26x^3 + 10x^2 + 31x + 6$.
- ¿Cuál es el resto de dividir el polinomio $P(x)$ por $Q_1(x) = x + \frac{1}{5}$?
 - Sabiendo que $P(x)$ es divisible por el polinomio $Q_2(x) = x^2 + 1$, hallar todas las raíces reales de $P(x)$.
7. a) Dado el polinomio $P(x) = -x^5 - mx^4 + 3x + 28m$, determinar el valor de $m \in \mathbb{R}$ para que $P(x)$ resulte divisible por $Q(x) = x + 2$.
- b) Dado el polinomio $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + bx - 2$, determinar el valor de $b \in \mathbb{R}$ para que el resto de dividir $P(x)$ por $Q(x) = x + 2$ sea -4 .
8. a) Dado el polinomio $P(x) = m(x-m)^3 + m^2(x+1)$, determinar el valor de $m \in \mathbb{R} - \{0\}$ para que $P(x)$ resulte divisible por $Q(x) = x - m$. Escribir el polinomio $P(x)$ en forma ordenada decreciente y hallar todas las raíces reales de $P(x)$.
- b) Dado el polinomio $P(x) = (x - c)^3 + c(x + 10) + 25$, determinar el valor de $c \in \mathbb{R}$ para que $P(x)$ resulte divisible por $Q(x) = x - c$. Escribir el polinomio $P(x)$ en forma ordenada decreciente y hallar todas las raíces reales de $P(x)$.
9. Hallar todas las raíces reales del polinomio $P(x) = x^6 + 4x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 2x$, sabiendo que -1 es raíz múltiple. Indicar el orden de multiplicidad de cada una de las raíces y expresar a $P(x)$ en forma factorizada.
10. Hallar todas las raíces reales del polinomio $P(x) = (x^2 - 3)(x^4 + 2x^2 + 1)$.

11. Sea

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x^2+3x+2}}$$

- Determinar el dominio de f y expresarlo utilizando la notación de intervalo.
 - ¿Es posible calcular $f(0)$? ¿Por qué?
12. Hallar el dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x+3)^{-1} + (x-3)^{-1} - x^{-1}}$ y expresarlo utilizando la notación de intervalo.
13. Determinar el dominio de la función $f(x) = \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}|2x-3|}$ y expresarlo utilizando la notación de intervalo. ¿Es posible calcular $f\left(\frac{3}{2}\right)$? ¿Por qué?
14. A partir de los gráficos de $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$, representar gráficamente cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{1}{x-4} + 2$,

b) $g(x) = -\sqrt{-(x+2)}$.

Utilizando los gráficos obtenidos, determinar el dominio y la imagen de f y g .